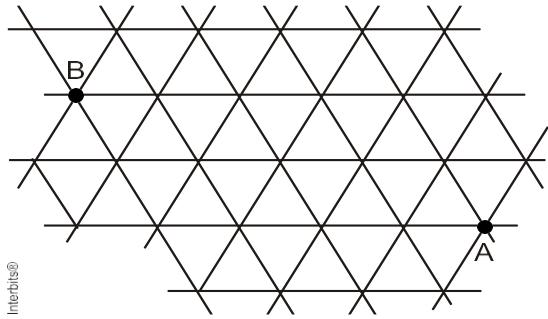


Permutações

- 1) De quantas maneiras distintas quatro pessoas podem se organizar em uma fila?
 - 2) Anagramas são sequências de letras, com ou sem sentido, que podem ser formadas com todas as letras de uma determinada palavra. Quantos são os anagramas da palavra DELTA?
 - 3) De quantas maneiras podemos organizar em uma prateleira 10 livros distintos?
 - 4) Quantos são os anagramas da palavra HIPOTENUSA?
 - 5) Quantos são os anagramas da palavra HIPOTENUSA que começam e terminam por consoante?
 - 6) Quantos são os anagramas da palavra HIPOTENUSA que tem a sílaba SA?
 - 7) Quantos são os anagramas da palavra HIPOTENUSA que tem as letras S e A juntas?
 - 8) Quantos são os anagramas da palavra MALA?
 - 9) Quantos são os anagramas da palavra URUBU?
 - 10) Quantos são os anagramas da palavra ARARA?
 - 11) Quantos são os anagramas da palavra MATEMATICAMENTE?
 - 12) De quantas maneiras distintas podemos ordenar 8 livros em uma estante sendo 3 deles indistinguíveis e todos os outros distintos?
 - 13) (UERJ 2011) Uma rede é formada de triângulos equiláteros congruentes, conforme a representação abaixo.



Uma formiga se desloca do ponto A para o ponto B sobre os lados dos triângulos, percorrendo X caminhos distintos, cujos comprimentos totais são todos iguais a d. Sabendo que d corresponde ao menor valor possível para os comprimentos desses caminhos, X equivale a:

18) Nathália, Karine, Katharine, Laura, Gabriela e Carol foram para a praia juntas. Elas sentaram na areia formando um círculo. Por motivos pessoais, Nathália não gostaria de sentar ao lado da Gabriela mas faz questão que Karine sente ao seu lado. De quantas maneiras distintas elas podem se sentar?

Exercícios propostos

1. Quantos são os anagramas da palavra LOPEZ:

- a) Possíveis?
- b) Quantos deles terminam pela letra Z?
- c) Quantos deles terminam por consoante?
- d) Quantos deles começam e terminam com uma consoante?
- e) Quantos deles tem vogais e consoantes alternadas?
- f) Quantos tem a sílaba PEZ?
- g) Quantos tem as letras P, E e Z juntas?

2. O elenco do Espetáculo Roleta Russa, que estreou em 2016 no Teatro Clara Machado é composto por 6 homens e 3 mulheres. No final de cada apresentação, o elenco faz um agradecimento alinhado no palco, como exemplifica a imagem a seguir:



Fonte: <http://www.paulohlima.com.br/portfolio/teatro/35745-teatro-roleta-russa>

De quantas maneiras distintas eles podem organizar-se em linha:

- a) No total?
- b) Em quantas delas os homens estão juntos?
- c) Em quantas delas as mulheres estão juntas?
- d) Em quantas delas os homens estão juntos e as mulheres também estão juntas?

3. Determine o algarismo das unidades do resultado da soma $1! + 2! + 3! + \dots + 2016!$.

4. (FUVEST 1991) Num programa transmitido diariamente, uma emissora de rádio toca sempre as mesmas 10 músicas, mas nunca na mesma ordem. Para esgotar todas as possíveis sequências dessas músicas serão necessários aproximadamente:

- (A) 100 dias. (B) 10 anos. (C) 1 século. (D) 10 séculos. (E) 100 séculos.

5. De quantas maneiras cinco pessoas podem sentar-se em uma fileira de cinco cadeiras no cinema, sabendo que duas delas não se falam e por isso não podem sentar-se lado a lado?

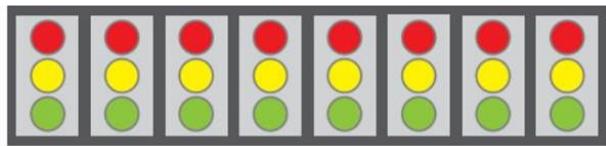
6. Calcule o número de anagramas da palavra CAMILA cujas vogais se mantêm nas respectivas posições.

7. Uma prova de múltipla escolha possui 5 questões, cada uma delas com 5 opções: A, B, C, D e E. De quantas maneiras distintas essa prova pode ser respondida sem que duas questões sejam respondidas com a mesma letra?

8. (CESGRANRIO) Um fiscal do Ministério do Trabalho faz uma visita mensal a cada uma das cinco empresas de construção civil existentes no município. Para evitar que os donos dessas empresas saibam quando o fiscal as inspecionará, ele varia a ordem de suas visitas. De quantas formas diferentes esse fiscal pode organizar o calendário de visita mensal a essas empresas?

- (A) 180 (B) 120 (C) 100 (D) 48 (E) 21

9. (UERJ 2012) Um sistema luminoso, constituído de oito módulos idênticos, foi montado para emitir mensagens em código. Cada módulo possui três lâmpadas de cores diferentes - vermelha, amarela e verde. Observe a figura:



Considerando as seguintes informações:

- cada módulo pode acender apenas uma lâmpada por vez;
 - qualquer mensagem é configurada pelo acendimento simultâneo de três lâmpadas vermelhas, duas verdes e uma amarela, permanecendo dois módulos com as três lâmpadas apagadas;
 - duas mensagens são diferentes quando pelo menos uma das posições dessas cores acesas é diferente.

Calcule o número de mensagens distintas que esse sistema pode emitir.

10. (UNIFESO 2013/2) Duas equipes W e Z, disputaram uma partida de futebol. Ao final do 1º tempo, o placar era 3 x 1 para a equipe W. No entanto, a equipe Z reagiu no 2º tempo e venceu o jogo por 6 x 5. Dessa forma, o placar foi alterado 7 vezes. Uma possível sequência de alterações do placar durante o 2º tempo é apresentada a seguir:

W 3 x 2 Z
W 3 x 3 Z
W 3 x 4 Z
W 4 x 4 Z
W 5 x 4 Z
W 5 x 5 Z
W 5 x 6 Z

O número total de possíveis sequências de alterações do placar durante o 2º tempo desse jogo é igual a

Exercícios de fixação

1. Em um cilindro de acrílico de raio interno r serão colocadas 10 esferas maciças de raio r na vertical. Sabendo que duas delas são vermelhas, 3 são pretas e 5 são douradas, de quantas maneiras distintas podemos fazê-lo?

2. Uma fila de cadeiras no cinema tem 10 poltronas. De quantas maneiras 3 casais podem se sentar nessas poltronas de modo que nenhum marido se sente separado de sua mulher?

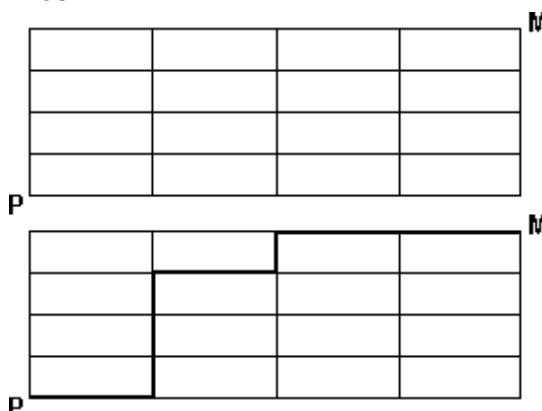
3. (FGV 2013) Um sapo está brincando de dar pulos, sucessivos, todos com o mesmo comprimento e sempre sobre uma mesma linha reta horizontal. A cada salto ele pode pular para a esquerda ou para a direita independentemente do sentido do salto anterior. O sapo está inicialmente em um ponto A sobre a reta. A seguir ele dá quatro pulos sucessivos terminando exatamente sobre o mesmo ponto A.

A quantidade de sequências diferentes de pulos (esquerda/direita) que o sapo pode ter dado é:

4. (UNIRIO 2000) Uma pessoa quer comprar 6 empadas numa lanchonete. Há empadas de camarão, frango, legumes e palmito. Sabendo-se que podem ser compradas de zero a 6 empadas de cada tipo, de quantas maneiras diferentes esta compra pode ser feita?

5. (CESGRANRIO) Na figura a seguir, temos uma "malha" formada por 16 retângulos iguais.

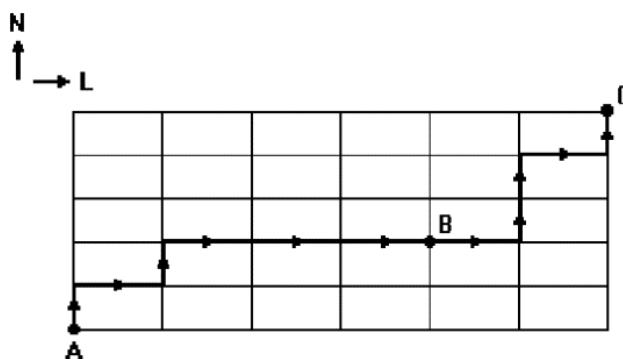
Uma partícula deve ir do ponto P ao ponto M, percorrendo a menor distância possível, deslocando-se somente por sobre as linhas da figura e com velocidade média de 2cm/s. Como exemplo, temos, a seguir, uma representação de um desses caminhos.



Quantos são os possíveis caminhos que tal partícula poderá percorrer?

- (A) 256 (B) 128 (C) 120 (D) 70 (E) 56

6. (FUVEST 1993) A figura a seguir representa parte do mapa de uma cidade onde estão assinalados as casas de João (A), de Maria (B), a escola (C) e um possível caminho que João percorre para, passando pela casa de Maria, chegar à escola. Qual o número total de caminhos distintos que João poderá percorrer, caminhando somente para o Norte ou Leste, para ir de sua casa à escola, passando pela casa de Maria?



7. Em uma loja vende-se garrafas de refrigerante de 4 tipos diferentes. De quantas maneiras uma pessoa pode comprar, nessa loja, 10 garrafas de refrigerante

- a) no total?
 - b) se ela quiser comprar pelo menos uma garrafa de cada tipo?
 - c) ela quiser comprar pelo menos duas de cada tipo?

8. Uma fábrica produz 6 tipos de bombons que são vendidos em caixas de 20 bombons (de um mesmo tipo ou sortidos). Quantas caixas diferentes podem ser formadas?

9. De quantas maneiras distintas 4 meninos e 4 meninas podem brincar de roda de modo que meninos e meninas fiquem intercalados?

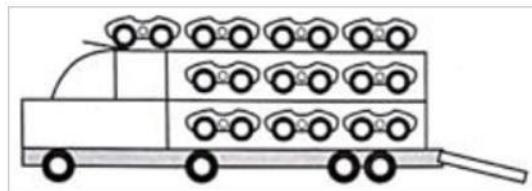
10. De quantas maneiras distintas 8 crianças podem brincar de roda:

- a) No total?
 - b) De modo que entre elas, duas específicas devam ficar lado a lado?
 - c) De modo que entre elas, duas específicas não devam ficar lado a lado?

11. (UNIGRANRIO 2016) Quantos são os anagramas da palavra MEDICINA que possuem as quatro consoantes em ordem alfabética?

- (A) 420 (B) 3360 (C) 20160 (D) 40320 (E) 840

12. (ENEM 2017) Um brinquedo infantil caminhão-cegonha é formado por uma carreta e dez carrinhos nela transportados, conforme a figura.



No setor de produção da empresa que fabrica esse brinquedo, é feita a pintura de todos os carrinhos para que o aspecto do brinquedo fique mais atraente. São utilizadas as cores amarelo, branco, laranja e verde, e cada carrinho é pintado apenas com uma cor. O caminhão-cegonha tem um cor fixa. A empresa determinou que em todo caminhão-cegonha deve haver pelo menos um carrinho de cada uma das quatro cores disponíveis. Mudança de posição dos carrinhos no caminhão-cegonha não gera um novo modelo do brinquedo.

Com base nessas informações, quantos são os modelos distintos do brinquedo caminhão-cegonha que essa empresa poderá produzir?

- (A) C (6,4) (B) C (9,3) (C) C (10,4) (D) 6^4 (E) 4^6

GABARITO

Exemplos:

- 1) $4! = 24$
2) $5! = 120$
3) $10! = 3628800$
4) $10! = 3628800$
5) $20 \cdot 8! = 806400$
6) $9! = 362880$

- 7) $9! \cdot 2! = 725760$
8) $4!/2! = 12$
9) $5!/3! = 20$
10) $5!/(3!2!) = 10$
11) $15!/[(3!)^4] = 1009008000$
12) $8!/3! = 6720$

- 13) B
14) $8!/(6!2!) = 28$
15) $9!/(7!2!) = 36$
16) $14!/(12!2!) = 91$
17) 4! = 24
18) $6 \cdot 3! = 36$

Exercícios Propostos:

- 1) a) $5! = 120$
b) $4! = 24$
c) $3 \cdot 4! = 72$
d) $6 \cdot 3! = 36$
e) $3! \cdot 2! = 12$
f) $3! = 6$
g) $3! \cdot 3! = 36$

- 2) a) $9! = 362880$
b) $4! \cdot 6! = 17280$
c) $7! \cdot 3! = 30240$
d) $2! \cdot 6! \cdot 3! = 8640$
3)
4) E
5) $3 \cdot 4! = 72$

- 6) $3! = 6$
7) $5! = 120$
8) B
9) $8!/(3!2!2!) = 1680$
10) B

Exercícios de Fixação:

- 1) $10!/(2!3!5!) = 2520$ 2) $7!/3 = 1680$ 3) $4!/(2!2!) = 6$ 4) $9!/(6!3!) = 84$
5) $8!/(4!4!) = 70$ 6) $5 \cdot 6!/24 = 150$ 7) a) $13!/(10!3!) = 286$ b) $9!/(6!3!) = 84$ c) $5!/(2!3!) = 10$
8) $25!/(20!5!) = 53130$ 9) $3! \cdot 4! = 144$ 10) a) $7! = 5040$ b) $2 \cdot 6! = 1440$ c) $5 \cdot 6! = 3600$ 10) E 11) B