

JUROS SIMPLES, LOGARITMOS, PA E PG

EXERCÍCIOS DE REVISÃO

PROFESSOR MARCOS JOSÉ

Exercícios

1) O capital de R\$ 530,00 foi aplicado à taxa de juros simples de 3% ao mês. Qual o valor do montante após 5 meses?

$$\begin{cases} C = 530 \\ i = 3\% \text{ a.m} \\ t = 5 \text{ meses} \end{cases} \quad J = C \cdot i \cdot t \rightarrow J = 530 \cdot \frac{3}{100} \cdot 5 \rightarrow J = \frac{53 \cdot 15}{10} \rightarrow J = \frac{795}{10} \rightarrow J = 79,50$$
$$M = C + J \rightarrow M = 530 + 79,50 \rightarrow M = R\$609,50$$

2) Um capital de R\$ 600,00, aplicado à taxa de juros simples de 20% ao ano, gerou um montante de R\$ 1080,00 depois de certo tempo. Qual foi esse tempo?

$$\begin{cases} C = 600 \\ i = 20\% \text{ a.a} \\ M = 1080 \end{cases} \quad M = C + J \rightarrow 1080 = 600 + J \rightarrow J = 480$$
$$J = C \cdot i \cdot t \rightarrow 480 = 600 \cdot \frac{20}{100} \cdot t \rightarrow 480 = 120 \cdot t \rightarrow t = 4 \text{ anos}$$

3) Uma dívida de R\$ 750,00 foi paga 8 meses depois de contraída e os juros pagos foram de R\$ 60,00. Sabendo que o cálculo foi feito usando juros simples, qual foi a taxa?

$$\left\{ \begin{array}{l} C = 750 \\ t = 8 \text{ meses} \\ J = 60 \end{array} \right. \quad J = C \cdot i \cdot t \rightarrow 60 = 750 \cdot i \cdot 8 \rightarrow 60 = 6000 \cdot i \rightarrow i = \frac{60}{6000} \rightarrow i = \frac{1}{100} = 1\%$$

4) Um capital aplicado a juros simples rendeu, à taxa de 25% ao ano, juros de R\$ 110,00 depois de 24 meses. Qual foi esse capital?

$$\left\{ \begin{array}{l} i = 25\% \text{ a. a} \\ J = 110 \\ t = 24 \text{ meses} = 2 \text{ anos} \end{array} \right.$$

$$J = C \cdot i \cdot t \rightarrow 110 = C \cdot \frac{25}{100} \cdot 2 \rightarrow 110 = C \cdot \frac{50}{100} \rightarrow 110 = C \cdot \frac{1}{2} \rightarrow C = \text{R\$ } 220,00$$

5) Se $\log 2 = 0,30$ e $\log 3 = 0,48$, determine:

a) $\log 15$

$$\log 15 = \log 3 \cdot 5 \rightarrow \text{Pela P5} \rightarrow \log 15 = \log 3 + \log 5 \rightarrow \log 15 = \log 3 + (1 - \log 2)$$

$$\log 15 = 0,48 + 1 - 0,30 \rightarrow \log 15 = 1,18$$

b) $\log 60$

$$\log 60 = \log 6 \cdot 10 \rightarrow \text{Pela P5} \rightarrow \log 60 = \log 6 + \log 10 \rightarrow \log 60 = \log 2 \cdot 3 + \log 10$$

$$\text{Pela P5} \rightarrow \log 60 = \log 2 + \log 3 + \log 10 \rightarrow \log 60 = 0,30 + 0,48 + 1 = 1,78$$

c) $\log 80$

$$\log 80 = \log 2^4 \cdot 5 \rightarrow \text{Pela P5} \rightarrow \log 80 = \log 2^4 + \log 5 \rightarrow \text{Pela P7} \rightarrow \log 80 = 4 \cdot \log 2 + 1 - \log 2$$

$$\log 80 = 4 \cdot 0,30 + 1 - 0,30 = 1,90$$

d) $\log 144$

$$\log 144 = \log 2^4 \cdot 3^2 \rightarrow \text{Pela P5} \rightarrow \log 144 = \log 2^4 + \log 3^2$$

$$\text{Pela P7} \rightarrow \log 144 = 4 \cdot \log 2 + 2 \cdot \log 3 \rightarrow \log 144 = 4 \cdot 0,30 + 2 \cdot 0,48 = 2,16$$

e) $\log 4,5$

$$\log 4,5 = \log \frac{9}{2} \rightarrow \text{Pela P6} \rightarrow \log 4,5 = \log 9 - \log 2 \rightarrow \log 4,5 = \log 3^2 - \log 2$$

$$\text{Pela P7} \rightarrow \log 4,5 = 2 \cdot \log 3 - \log 2 \rightarrow \log 4,5 = 2 \cdot 0,48 - 0,30 = 0,66$$

f) $\log_{18} 16$

$$\log_{18} 16 \rightarrow \text{Pela P8} \rightarrow \log_{18} 16 = \frac{\log 16}{\log 18} \rightarrow \log_{18} 16 = \frac{\log 2^4}{\log 2 \cdot 3^2}$$

$$\text{Pela P5} \rightarrow \log_{18} 16 = \frac{\log 2^4}{\log 2 + \log 3^2}$$

$$\text{Pela P7} \rightarrow \log_{18} 16 = \frac{4 \cdot \log 2}{\log 2 + 2 \cdot \log 3} \rightarrow \log_{18} 16 = \frac{4 \cdot 0,30}{0,30 + 2 \cdot 0,48} \rightarrow \log_{18} 16 = \frac{1,20}{1,26} = 0,95$$

6) Resolva as equações abaixo:

$$a) \log_2(x - 3) + \log_2 x = 2$$

$$\textit{Pela P5} \rightarrow \log_2(x - 3) \cdot x = 2 \rightarrow \textit{Pela Def.} \rightarrow 2^2 = (x - 3) \cdot x$$

$$4 = x^2 - 3x \rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1} \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$x = \begin{cases} x_1 = \frac{3 + 5}{2} = 4 \\ x_2 = \frac{3 - 5}{2} = -1 \end{cases}$$

$$\textit{Verificação:} \begin{cases} x = 4 \rightarrow \log_2(4 - 3) + \log_2 4 = 2 \rightarrow \textit{ok} \\ x = -1 \rightarrow \log_2(-1 - 3) + \log_2(-1) = 2 \rightarrow \textit{n\~ao serve} \end{cases}$$

$$S = \{4\}$$

$$b) \log_2(x + 7) - \log_2(x - 11) = 2$$

$$\text{Pela P6} \rightarrow \log_2\left(\frac{x + 7}{x - 11}\right) = 2 \rightarrow \text{Pela Def.} \rightarrow 2^2 = \frac{x + 7}{x - 11}$$

$$4 = \frac{x + 7}{x - 11} \rightarrow 4x - 44 = x + 7 \rightarrow 3x = 51 \rightarrow x = 17$$

$$\text{Verificação: } \log_2(17 + 7) - \log_2(17 - 11) = 2 \rightarrow \text{ok}$$

$$S = \{17\}$$

$$c) (\log x)^2 - 3 \cdot \log x + 2 = 0$$

$$\text{Fazendo: } \log x = t$$

$$t^2 - 3 \cdot t + 2 = 0 \rightarrow t = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} \rightarrow t = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2} \rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{3 + 1}{2} = 2 \\ t_2 = \frac{3 - 1}{2} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log x = 2 \rightarrow 10^2 = x \rightarrow x = 100 \\ \log x = 1 \rightarrow 10^1 = x \rightarrow x = 10 \end{cases}$$

$$\text{Verificação: } \begin{cases} \log 100 \rightarrow \text{ok} \\ \log 10 \rightarrow \text{ok} \end{cases}$$

$$S = \{100, 10\}$$

7) A sequência $(x + 2, 2x + 5, x + 18, \dots)$ é uma P.A.. Determine:

a) O valor de x .

b) A razão da P.A.

c) O quarto termo.

d) O centésimo termo.

$$a) (a_1, a_2, a_3) \text{ em P.A.} \rightarrow a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2}$$

$$2x + 5 = \frac{(x + 2) + (x + 18)}{2} \rightarrow 4x + 10 = 2x + 20 \rightarrow 2x = 10 \rightarrow x = 5$$

$$b) P.A. = (7, 15, 23, \dots) \rightarrow r = 15 - 7 = 8$$

$$c) a_4 = a_1 + 3r \rightarrow a_4 = 7 + 3 \cdot 8 \rightarrow a_4 = 31$$

$$d) a_{100} = a_1 + 99 \cdot r \rightarrow a_{100} = 7 + 99 \cdot 8 \rightarrow a_{100} = 799$$

8) Quantos elementos tem a P.A. finita $(-2, 3, \dots, 43)$?

$$\begin{cases} a_1 = -2 \\ r = 3 - (-2) = 5 \\ a_n = 43 \end{cases}$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r \rightarrow 43 = -2 + (n - 1) \cdot 5 \rightarrow 45 = 5n - 5 \rightarrow 50 = 5n \rightarrow n = 10$$

9) Numa P.A., $a_{10} = -3$ e $a_{12} = 11$. Calcule o 1º termo e a razão r dessa P.A..

$$\begin{cases} a_{10} = -3 \rightarrow a_1 + 9r = -3 \\ a_{12} = 11 \rightarrow a_1 + 11r = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a_1 - 9r = 3 \\ a_1 + 11r = 11 \end{cases} \rightarrow 2r = 14 \rightarrow r = 7$$

$$a_1 + 9 \cdot 7 = -3 \rightarrow a_1 = -66$$

$$PA = (-66, -59, -52, -45, \dots)$$

10) Calcule a soma dos 50 primeiros termos da P.A. (2, 6, 10, ...).

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ r = 6 - 2 = 4 \end{cases}$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} \rightarrow S_{50} = \frac{(a_1 + a_{50}) \cdot 50}{2}$$

$$a_{50} = a_1 + 49 \cdot r \rightarrow a_{50} = 2 + 49 \cdot 4 \rightarrow a_{50} = 198$$

$$S_{50} = \frac{(2 + 198) \cdot 50}{2} \rightarrow S_{50} = \frac{200 \cdot 50}{2} \rightarrow S_{50} = 5000$$

11) Um corpo em queda livre percorre 3 m no primeiro segundo, 12 m no segundo , 21 m no terceiro segundo, e assim por diante. Continuando nessa sequência, quantos metros terá percorrido após 10 segundos?

$$PA = (3, 12, 21, \dots, a_{10})$$

$$a_{10} = a_1 + 9 \cdot r \rightarrow a_{10} = 3 + 9 \cdot 9 \rightarrow a_{10} = 84$$

$$S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10}) \cdot 10}{2} \rightarrow S_{10} = \frac{(3 + 84) \cdot 10}{2} \rightarrow S_{10} = 87.5 \rightarrow S_{10} = 435 \text{ m}$$

12) A sequência $(x + 1, x + 4, x + 10, \dots)$ é uma P.G. Determine:

a) O valor de x .

b) O valor da razão.

c) O quinto termo.

d) A soma dos 10 primeiros termos.

$$a) (a_1, a_2, a_3) \text{ é } PG \rightarrow (a_2)^2 = a_1 \cdot a_3 \rightarrow (x + 4)^2 = (x + 1) \cdot (x + 10)$$

$$x^2 + 8x + 16 = x^2 + 10x + x + 10 \rightarrow 8x + 16 = 11x + 10 \rightarrow 6 = 3x \rightarrow x = 2$$

$$b) PG = (3, 6, 12, \dots) \rightarrow q = \frac{6}{3} = 2$$

$$c) a_5 = a_1 \cdot q^4 \rightarrow a_5 = 3 \cdot 2^4 \rightarrow a_5 = 48$$

$$d) S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1} \rightarrow S_{10} = \frac{a_1 \cdot (q^{10} - 1)}{q - 1} \rightarrow S_{10} = \frac{3 \cdot (2^{10} - 1)}{2 - 1} \rightarrow S_{10} = 3 \cdot (1023) \rightarrow S_{10} = 3069$$

13) Numa P.G. o 3º termo é 8 e o 5º termo é 32. Sabendo que a razão é positiva, encontre o sexto termo.

$$\begin{cases} a_3 = 8 \rightarrow a_1 \cdot q^2 = 8 \\ a_5 = 32 \rightarrow a_1 \cdot q^4 = 32 \end{cases}$$

$$\text{Dividindo as equações} \rightarrow \frac{a_1 \cdot q^2}{a_1 \cdot q^4} = \frac{8}{32} \rightarrow \frac{1}{q^2} = \frac{1}{4} \rightarrow q^2 = 4 \rightarrow q = \pm 2 \rightarrow q > 0 \rightarrow q = 2$$

$$a_1 \cdot 2^2 = 8 \rightarrow a_1 \cdot 4 = 8 \rightarrow a_1 = 2$$

$$a_6 = a_1 \cdot q^5 \rightarrow a_6 = 2 \cdot 2^5 \rightarrow a_6 = 64$$

14) Qual o valor da soma $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$?

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \rightarrow S = \frac{a_1}{1 - q} \rightarrow S = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} \rightarrow S = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \rightarrow S = 1$$

15) Determine o valor de x na igualdade $x + \frac{x}{3} + \frac{x}{9} + \dots = 12$.

$$x + \frac{x}{3} + \frac{x}{9} + \dots = 12 \rightarrow \frac{x}{1 - \frac{1}{3}} = 12 \rightarrow \frac{x}{\frac{2}{3}} = 12 \rightarrow x = 12 \cdot \frac{2}{3} \rightarrow x = 8$$