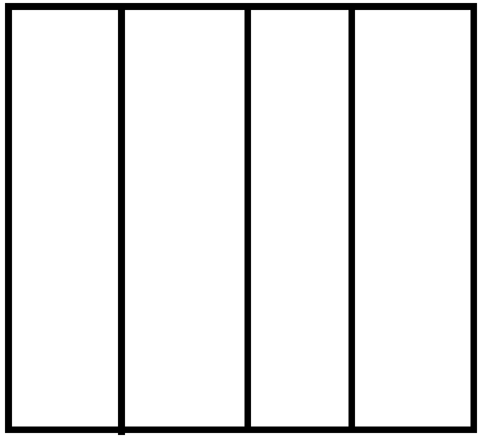
LISTA DE EXERCÍCIOS DE REVISÃO

GEOMETRIA PLANA E ANÁLISE COMBINATÓRIA

PROFESSOR MARCOS JOSÉ

QUESTÃO 1

(Mackenzie) Um quadrado é dividido em quatro retângulos, traçando-se três linhas paralelas a um dos lados. Se a área de cada um desses retângulos é 48 cm², qual o perímetro do quadrado?

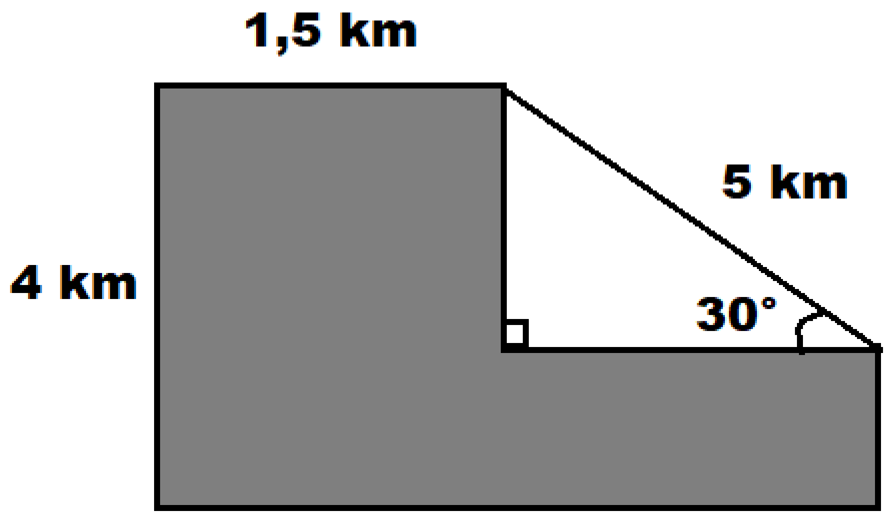


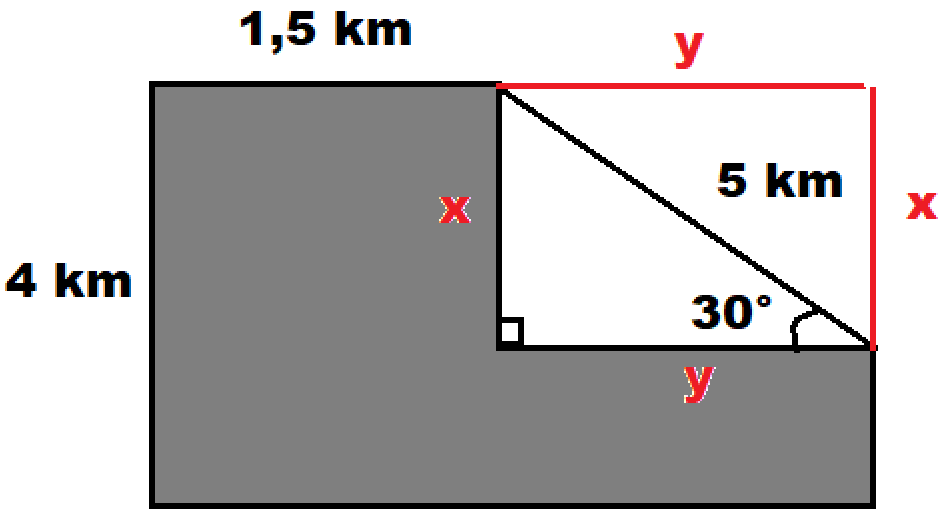
$$A_{quadrado} = 4\ x\ A_{retângulo} \rightarrow A_{quadrado} = 4\ x\ 48 \rightarrow L^2 = 192 \rightarrow L = \sqrt{192} \rightarrow L = 8\sqrt{3}\ cm$$

$$Perímetro = 2p = 4\ x\ L = 4\ x\ 8\sqrt{3} = 32\sqrt{3}$$

QUESTÃO 2

A região Norte é a que mais sofre com o desmatamento desenfreado. Por exemplo, em Altamira, no estado do Pará, uma área desmatada possuía um formato geométrico representado pelo desenho a seguir. Usando a aproximação $\sqrt{3} = 1{,}7$, qual o valor aproximado da área desmatada?





$$A_{desmatada} = A_{retângulol\ maior} - A_{retângulo\ menor}$$

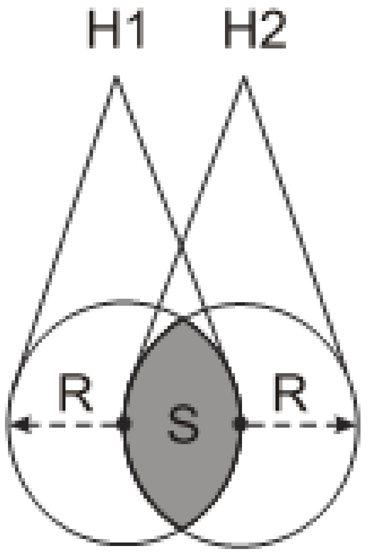
$$sen30° = \frac{x}{5} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{5} \rightarrow 2x = 5 \rightarrow x = 2,5\ km$$

$$cos30° = \frac{y}{5} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{y}{5} \rightarrow 2y = 5.1,7 \rightarrow 2y = 8,5 \rightarrow y = 4,25\ km$$

$$A_{desmatada} = (4\ x\ (1,5 + 4,25) - (2,5\ x\ 4,25) = (4\ x\ 5,75) - 10,625 = 23 - 10,625 = 12,375\ km^2$$

QUESTÃO 3

(ENEM) Dois holofotes iguais, situados em H1 e H2, respectivamente, iluminam regiões circulares, ambas de raio R. Essas regiões se sobrepõem e determinam uma região S de maior intensidade luminosa, conforme figura.



A área da região S, em unidades de área, é igual a

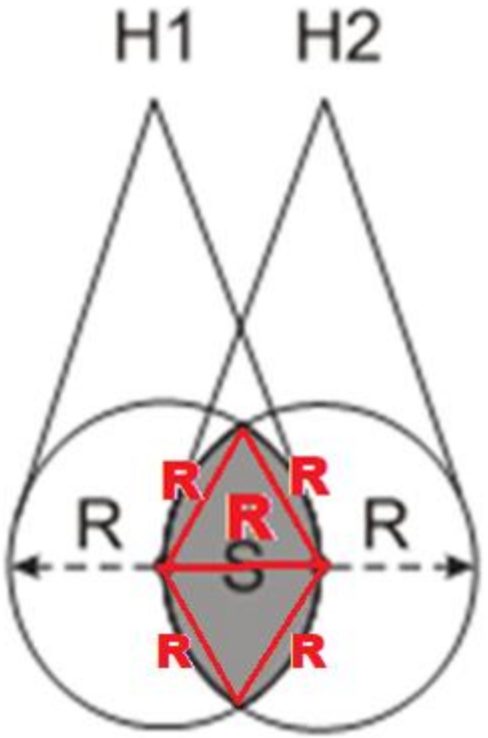
a) $\dfrac{2\pi R^2}{3} - \dfrac{\sqrt{3}R^2}{2}$

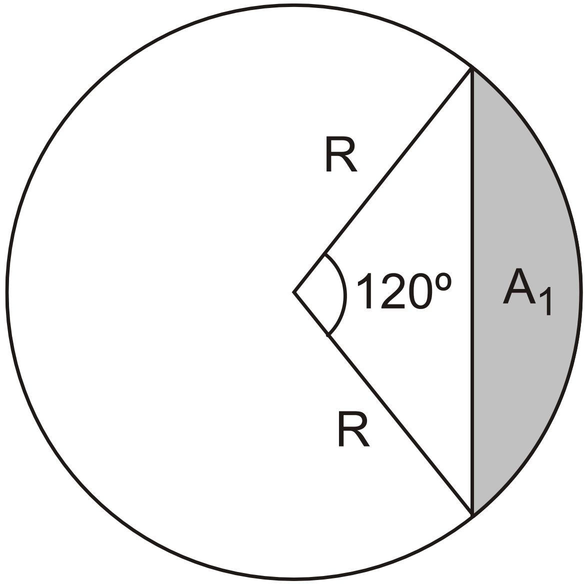
b) $\dfrac{\left(2\pi - 3\sqrt{3}\right)R^2}{12}$

c) $\dfrac{\pi R^2}{12} - \dfrac{R^2}{8}$

d) $\dfrac{\pi R^2}{2}$

e) $\dfrac{\pi R^2}{3}$





$$A_1 = setor\ - triângulo$$

$$A_1 = \frac{120°}{360°}.\pi.R^2 - \frac{1}{2}\ x\ R\ x\ R\ x\ sen120°$$

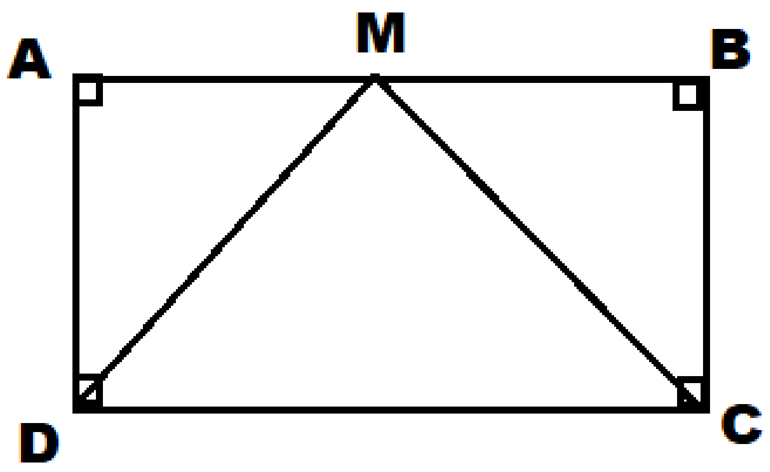
$$A_1 = \frac{1}{3}.\pi.R^2 - \frac{1}{2}\ x\ R\ x\ R\ x\ \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S = 2\ x\ A_1 \rightarrow S = 2\ x\left(\frac{\pi.R^2}{3} - \frac{R^2.\sqrt{3}}{4}\right) \rightarrow S = \frac{2\pi R^2}{3} - \frac{R^2.\sqrt{3}}{2}$$

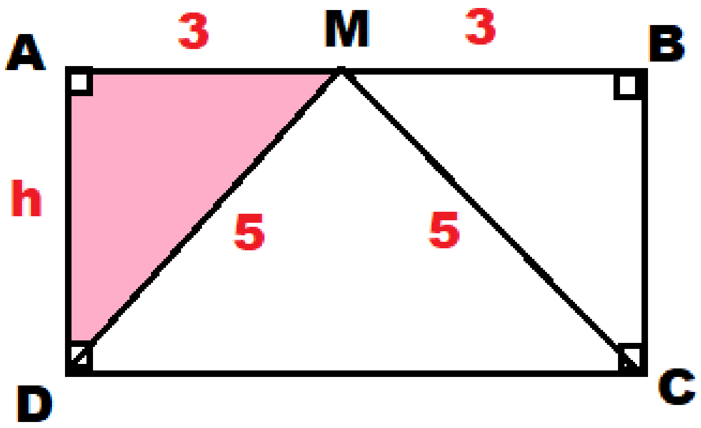
$GABARITO: A$

QUESTÃO 4

(PUC RJ) Considere o retângulo ABCD, a seguir. M é o ponto médio do lado AB. Sabemos que AM = MB = 3 e que DM = MC = 5. Quanto vale a área do triângulo AMD?



a) 4
b) 6
c) 7,5
d) 10
e) 15



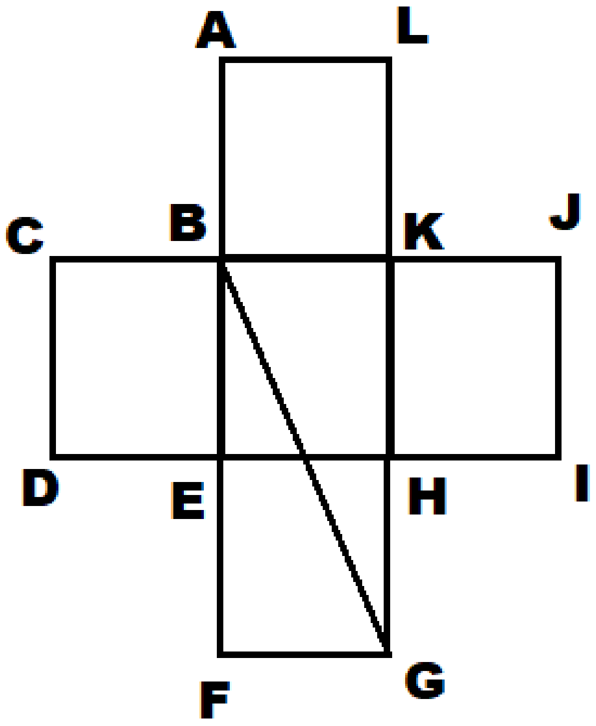
$$5^2 = 3^2 + h^2 \rightarrow 25 = 9 + h^2 \rightarrow 16 = h^2 \rightarrow 4 = h$$

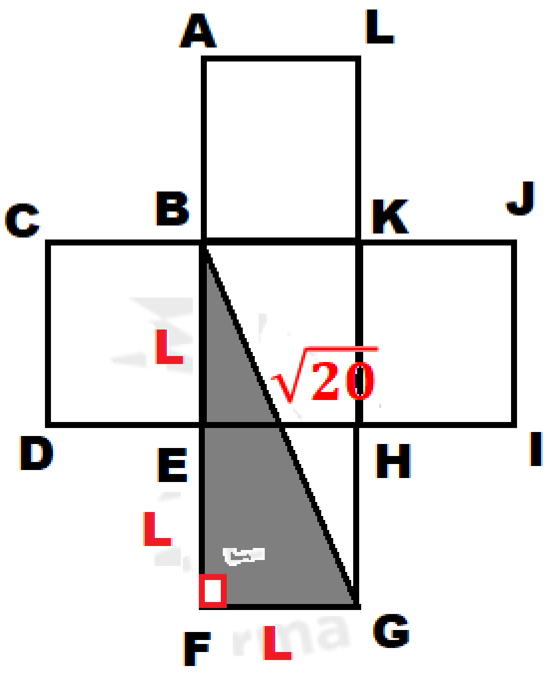
$$A_{AMD} = \frac{3\ x\ 4}{2} = 6$$

$GABARITO: B$

QUESTÃO 5

(CEFET) O quintal da casa de Manoel é formado por cinco quadrados, de igual área, e tem a forma da figura a seguir. Se $BG = \sqrt{20}\ m$, qual a área do quintal?



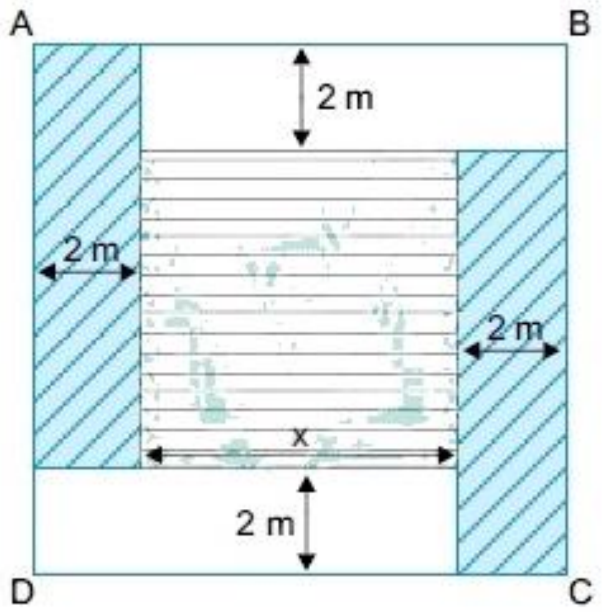


$$\left(\sqrt{20}\right)^2 = L^2 + (2L)^2 \rightarrow 20 = L^2 + 4L^2 \rightarrow 20 = 5L^2 \rightarrow L^2 = 4\ m^2$$

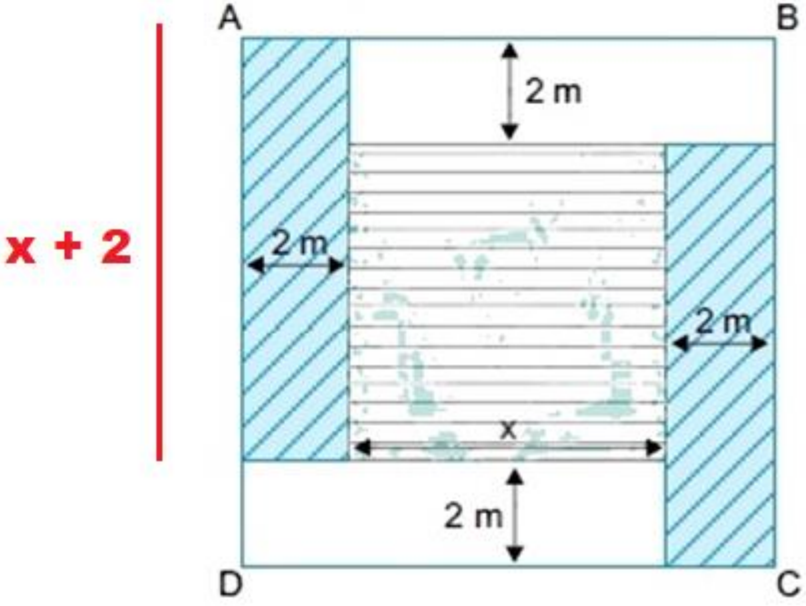
$$A_{quintal} = 5\ x\ A_{quadrado} \rightarrow A_{quintal} = 5\ x\ 4 = 20\ m^2$$

QUESTÃO 6

(Unesp) Renata pretende decorar parte de uma parede quadrada ABCD com dois tipos de papel de parede, um com linhas diagonais e outro com riscos horizontais. O projeto prevê que a parede seja dividida em um quadrado central, de lado x, e quatro retângulos laterais, conforme mostra a figura.



Se o total da área decorada com cada um dos dois tipos de papel é a mesma, então qual o valor de x?



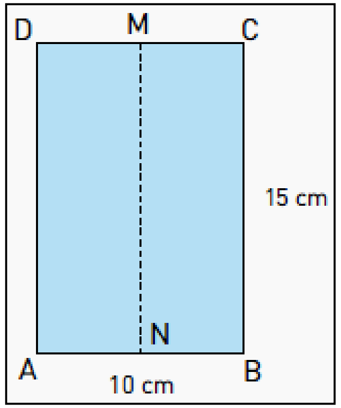
$$A_{azul} = A_{quadrado} \rightarrow 2\,.\,(x+2).\,2 = x^2 \rightarrow 4x + 8 = x^2 \rightarrow x^2 - 4x - 8 = 0$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4.1.(-8)}}{2.1} = \frac{4 \pm \sqrt{48}}{2} = \frac{4 \pm 4\sqrt{3}}{2} = \begin{cases} \dfrac{4 + 4\sqrt{3}}{2} = 2 + 2\sqrt{3} \\ \dfrac{4 - 4\sqrt{3}}{2} = 2 - 2\sqrt{3} (\textit{não serve}) \end{cases}$$

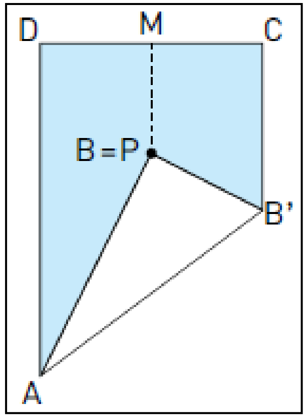
QUESTÃO 7

(UERJ) Para confeccionar uma bandeirinha de festa junina, utilizou-se um pedaço de papel com 10cm de largura e 15cm de comprimento, obedecendo-se às instruções abaixo.

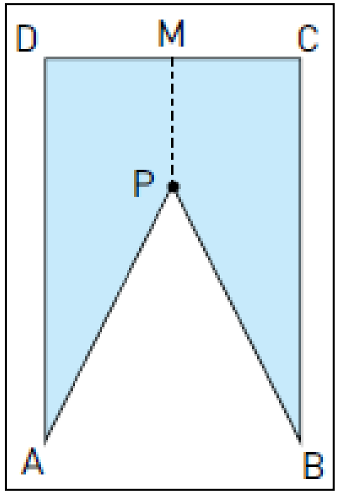
1 - Dobrar o papel ao meio, para marcar o segmento MN, e abri-lo novamente:



2 - Dobrar a ponta do vértice B no segmento AB’, de modo que B coincida com o ponto P do segmento MN:

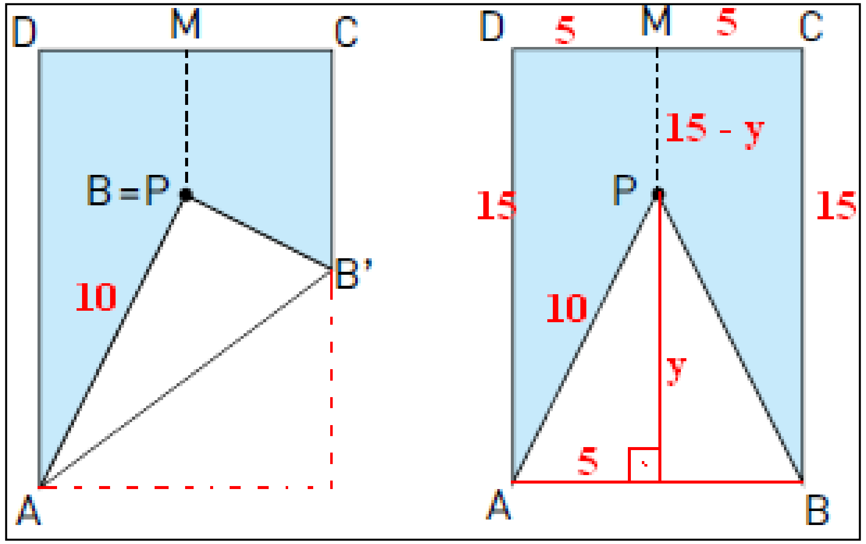


3 - Desfazer a dobra e recortar o triângulo ABP.



A área construída da bandeirinha APBCD, em cm², é igual a:

(A) $25.(4-\sqrt{3})$ (B) $25.(6-\sqrt{3})$ (C) $50.(2-\sqrt{3})$ (D) $50.(3-\sqrt{3})$



$$\acute{A}rea\ da\ bandeirinha = \acute{A}rea\ ABCD - \acute{A}rea\ ABP$$

$$10^2 = 5^2 + y^2 \rightarrow 100 = 25 + y^2 \rightarrow y^2 = 75 \rightarrow y = \sqrt{75} \rightarrow y = 5\sqrt{3}$$

$$A_{bandeirinha} = 10\ x\ 15 - \frac{10\ x\ 5\sqrt{3}}{2} = 150 - 25\sqrt{3} = 25.(6 - \sqrt{3})$$

$GABARITO: B$

QUESTÃO 8

Com os 10 algarismos que dispomos {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9} responda as perguntas:

a) Quantos números naturais de cinco algarismos podem-se formar?

b) Quantos números naturais de cinco algarismos distintos podem-se formar?

c) Quantos números naturais de 6 algarismos podem-se formar começando com 1, 2 e 3 em qualquer ordem?

$$a)\ 9\ x\ 10\ x\ 10\ x\ 10\ x\ 10 = 90000$$

$$b)\ 9\ x\ 9\ x\ 8\ x\ 7\ x\ 6 = 27216$$

$\boxed{1, 2, 3}$ __ __ __

$$c)\ 3!\ x\ 10\ x\ 10\ x\ 10 = 6\ x\ 1000 = 6000$$

QUESTÃO 9

Numa agência de namoro existem 30 homens e 40 mulheres cadastradas a procura de um par. Mas algumas mulheres desistiram na última hora de buscar um par através dessa agencia. Mesmo assim o gerente observou que seria possível formar um casal de 750 maneiras diferentes com as mulheres restantes. Qual a quantidades de mulheres desistentes?

$$\boldsymbol{X\ mulheres\ desistiram} \rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{30\ homens} \\ \boldsymbol{(40 - X)\ mulheres} \end{cases}$$

$$\boldsymbol{30\,.\,(40\ - X) = 750 \rightarrow 1200 - 30X = 750 \rightarrow 1200 - 750 = 30X \rightarrow 450 = 30X \rightarrow X = 15}$$

QUESTÃO 10

Quantos são os anagramas da palavra LIVRO que tem todos os seus anagramas com a letra fora da posição original?

$$D_5 = 5!.\left(\frac{1}{0!} - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!}\right) = 120.\left(1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{24} - \frac{1}{120}\right)$$

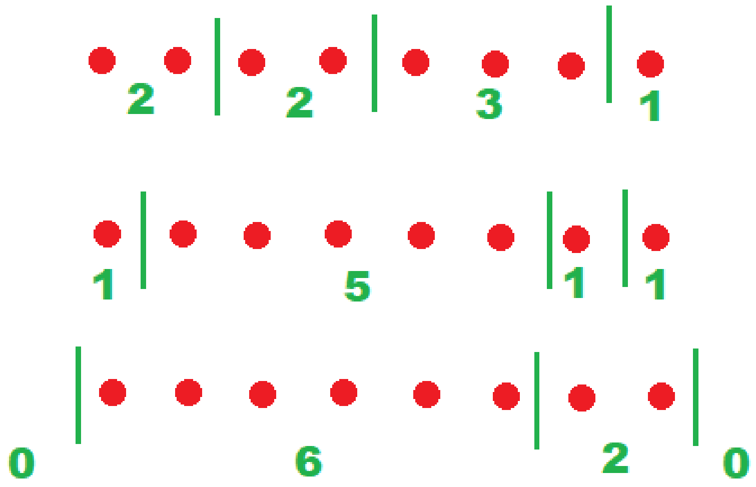
$$D_5 = 120.\left(\frac{60}{120} - \frac{20}{120} + \frac{5}{120} - \frac{1}{120}\right) = 120.\left(\frac{44}{120}\right) = 44$$

QUESTÃO 11

Uma pastelaria vende pastéis de carne, queijo, palmito e frango. De quantas maneiras uma pessoa pode comprar 8 pasteis nessa pastelaria?

$$\begin{cases} \text{pastel de carne} = x \\ \text{pastel de queijo} = y \\ \text{pastel de palmito} = z \\ \text{pastel de frango} = w \end{cases}$$

$$x + y + z + w = 8$$



$$Temos \rightarrow \begin{cases} 8\ bolinhas \\ 3\ traços \end{cases} \rightarrow P_{11}^{8,3} = \frac{11!}{8!.\,3!} = \frac{11.\,10.\,9.\,8!}{8!.\,3.\,2.\,1} = 165$$

QUESTÃO 12

(UFBA) Existem cinco ruas ligando os supermercados **S1** e **S2** e três ruas ligando **S2** e **S3**. Para ir de **S1** a **S3**, passando por S2, qual o número de trajetos diferentes que podem ser utilizados?

$$\mathbf{5\ x\ 3 = 15}$$

QUESTÃO 13

Cinco sinaleiros estão alinhados. Cada um tem três bandeiras: uma amarela, uma verde e uma vermelha. Os cinco sinaleiros levantam uma bandeira cada, ao mesmo tempo, transmitindo-se assim um sinal. Quantos sinais diferentes podem ser transmitidos?

$$\mathbf{3\ x\ 3\ x\ 3\ x\ 3\ x\ 3 = 243}$$

QUESTÃO 14

Quantos anagramas podemos obter da palavra PASTEL? Quantos começam por L? Quantos terminam por vogal?

$a)\ P_6 = 6! = 720$

$b)\ P_5 = 5! = 120$

L

__ __ __ __ __ __

$c)\ P_5\ x\ 2 = 120\ x\ 2 = 240$

vogal

__ __ __ __ __ __

5 4 3 2 1 2

QUESTÃO 15

Uma turma da Escola tem 7 disciplinas. De quantos modos diferentes pode ser organizado o horário dos 5 tempos de 2ª feira, se não terão dois tempos da mesma disciplina?

$$\underline{\quad}\ \underline{\quad}\ \underline{\quad}\ \underline{\quad}\ \underline{\quad}$$

7 6 5 4 3

$$7\ x\ 6\ x\ 5\ x\ 4\ x\ 3 = 42\ x\ 60 = 2520$$

QUESTÃO 16

A Câmara Municipal de um pequeno município tem exatamente 13 vereadores, sendo que 8 apoiam o prefeito e os demais são da oposição. Quantas comissões constituída de 3 vereadores da situação e 4 da oposição será escolhida?

$$\mathbf{13\ vereadores} \rightarrow \begin{cases} \mathbf{8\ da\ situação} \\ \mathbf{5\ da\ oposição} \end{cases}$$

$$C_8^3\ x\ C_5^4 = \frac{8!}{5!.\,3!}\ x\ \frac{5!}{1!\,.\,4!} = \frac{8.\,7.\,6.\,5!}{5!\,3.\,2.\,1}\ x\ \frac{5.\,4!}{1.\,4!} = 56\ x\ 5 = 280$$

QUESTÃO 17

Com cinco homens e quatro mulheres, quantas comissões de cinco pessoas, com exatamente três homens, podem ser formadas?

$$\boldsymbol{comissão\ de\ 5\ pessoas \rightarrow \begin{cases} 3\ homens \\ 2\ mulheres \end{cases}}$$

$$\boldsymbol{C_5^3\ x\ C_4^2 = \frac{5!}{2!.\,3!}\ x\ \frac{4!}{2!.\,2!} = \frac{5.\,4.\,3!}{2.\,1.\,3!}\ x\ \frac{4.\,3.\,2!}{2.\,1.\,2!} = 10\ x\ 6 = 60}$$

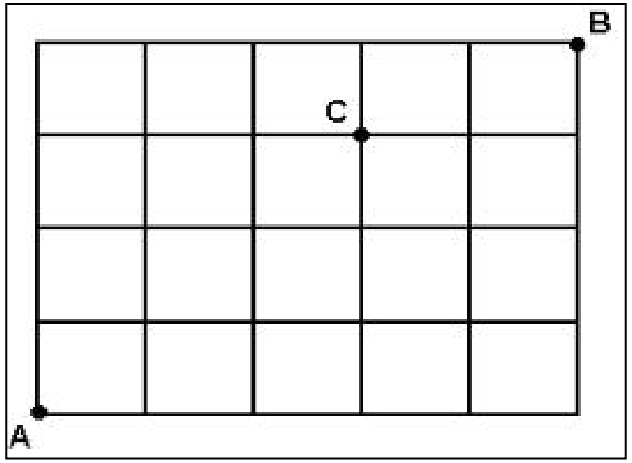
QUESTÃO 18

Quantos anagramas diferentes podemos formar com as letras da palavra CROMOSSOMO?

$$P_{10}^{2,4,2} = \frac{10!}{2!\,4!\,2!} = \frac{10.9.8.7.6.5.4!}{2!\,4!\,2!} = 10.9.2.7.6.5 = 37800$$

QUESTÃO 19

No desenho a seguir, as linhas horizontais e verticais representam ruas, e os quadrados representam quarteirões. Calcule a quantidade de trajetos de comprimento mínimo ligando A e B que passam por C.



O número de caminhos de A até C é a permutação com repetição DDDCCC

$$P_6^{3,3} = \frac{6!}{3!\,3!} = \frac{6.5.4.3!}{3!\,3!} = 5.4 = 20.$$

O número de caminhos de C até B é a permutação com repetição DDC

$$P_3^2 = \frac{3!}{2!} = \frac{3.2!}{2!} = 3.$$

$$Total = 20\ x\ 3 = 60$$

QUESTÃO 20

Uma pessoa vai retirar dinheiro num caixa eletrônico de um banco, mas na hora de digitar a senha, esquece-se do número. Ela lembra que o número tem 5 algarismos, começa com 6, não tem algarismos repetidos e tem o algarismo 7 em alguma posição. O número máximo de tentativas para acertar a senha é

a) 1 680
b) 1 344
c) 720
d) 224
e) 136

$$\underline{\;6\;}\ \ \underline{\boxed{7}}\ \ \underset{8}{\underline{\quad\quad}}\ \ \underset{7}{\underline{\quad\quad}}\ \ \underset{6}{\underline{\quad\quad}}$$

$$\boldsymbol{8\ x\ 7\ x\ 6 = 336}$$

$\boldsymbol{Só\ que\ o\ número\ 7\ pode\ aparecer\ em\ 4\ posições.}$

$$\boldsymbol{336\ x\ 4 = 1344}$$

$\boldsymbol{GABARITO: B}$

QUESTÃO 21

(UERJ) Uma pessoa tem no bolso, exatamente, sete notas de valores diferentes: 2, 5, 10, 20, 50, 100 e 200 reais, como mostra a imagem.

Essa pessoa retira do bolso, ao acaso, apenas três dessas notas. O número total de retiradas diferentes em que as três notas somam valor maior que 50 reais é igual a:

(A) 29
(B) 30
(C) 31
(D) 32

$$\textit{Número total de retiradas de 3 notas} \rightarrow C_7^3 = \frac{7!}{(7-3)!.3!} = \frac{7.6.5.4!}{4!.3.2.1} = 35$$

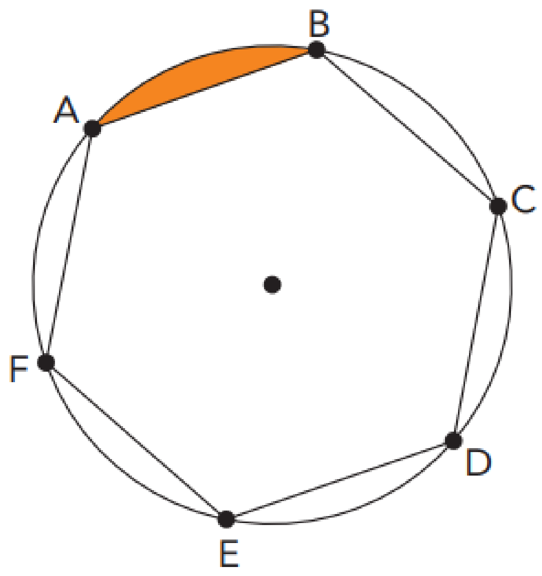
$$\textit{As 3 notas que somam valores menores ou iguais a 50} \rightarrow \begin{cases} (2;5;10) \\ (2;5;20) \\ (2;10;20) \\ (5;10;20) \end{cases}$$

$$Total = 35 - 4 = 31$$

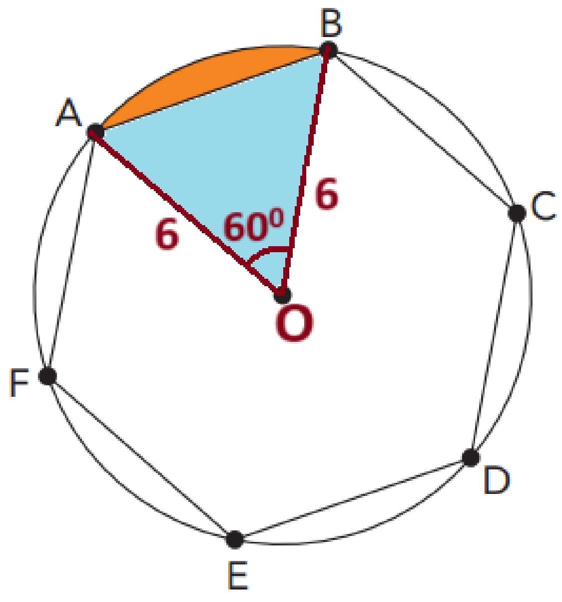
$GABARITO: C$

QUESTÃO 22

(UERJ) Um hexágono regular convexo ABCDEF está inscrito em um círculo, como mostra a figura a seguir. Sabe-se que o raio do círculo mede 6 m.



Calcule a área da região destacada, compreendida entre o menor arco AB do círculo e o lado AB do hexágono.



$$A_{pedida} = A_{setor\ de\ 60°} - A_{triângulo\ OAB}$$

$$A_{setor\ de\ 60°} = \frac{60°}{360°}.\pi.6^2 = \frac{1}{6}.36\pi = 6\pi\ m^2$$

$$A_{triângulo\ OAB} = \frac{1}{2}.6.6.sen60° = 18.\frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}\ m^2$$

$$A_{pedida} = \left(6\pi - 9\sqrt{3}\right)\ m^2$$