PROBABILIDADES I

Aluno(a): ____

Turma: ____

Professor: Edu / Vicente

1) As jogadoras Arminda(A) e Belisária(B) lançam um dado, uma vez cada uma. Vence o jogo quem tirar o maior número de pontos. Se a jogadora A obtiver o resultado 2, qual é a probabilidade de:
A) A vencer o jogo?
B) haver empate?
C) B vencer o jogo?

2) Considere todas as permutações do número 927. Sorteando uma delas ao acaso , qual a probabilidade dela ser:
A) múltiplo de 9
B) Múltiplo de 5

3) Lançando-se uma moeda, não viciada, ao acaso três vezes, qual a probabilidade de saírem três caras?

4)) Lançando-se uma moeda, não viciada, ao acaso três vezes, qual a probabilidade de saírem duas caras e uma coroa?

5) Num saco há bolas numeradas de 1 a 10. Serão sorteadas sucessivamente três dessas bolas . Qual a probabilidade de que os três números sorteados sejam ímpares?

6) A Mega-Sena é o jogo que paga milhões para o acertador dos 6 números sorteados. Para realizar o sonho de ser o próximo milionário, você deve marcar de 6(aposta mínima) a 15 números, entre os 60 disponíveis no volante.

O matemático Tristão Garcia disse, em uma entrevista, que se você não jogar na mega sena é impossível ganhar. Se você jogar é quase a mesma coisa(...).
Determine a probabilidade de um apostador ganhar na mega sena marcando um único cartão com aposta mínima (ou seja, marcando apenas 6 números) e comprove a afirmativa do matemático. (OBS: Use a calculadora).

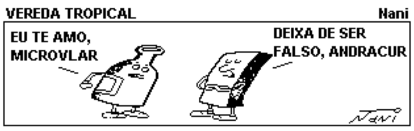
7) Dois times de futebol, VASCO e flamengo, são os únicos que têm chance de serem campeões de um torneio. Restando um jogo para cada um deles, não entre si, o Vasco está com um ponto a mais que o flamengo. Mas, se eles terminarem o campeonato com o mesmo número de pontos, o campeão será o flamengo.
Supondo que, em cada jogo, a probabilidade de cada time vencer é $\frac{1}{3}$, e que a do empate também é $\frac{1}{3}$, calcule a probabilidade do Vasco ser campeão.
OBS: Pontuação nesse torneio:
Vitória: 3 pontos
Empate: 1 ponto
Derrota: Nenhum ponto

8) Num saco há 100 bolas numeradas de 1 a 100. Sorteando uma delas ao acaso, qual a probabilidade de ser sorteado um número divisível por 2 ou por 5?
OBS: Se um evento E pode ser dividido em dois eventos E_1 e E_2 não disjuntos, a probabilidade de ocorrer E é dada por:
$$P(E) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2).$$

9) Uma moeda não viciada é lançada, ao acaso, duas vezes. Qual a probabilidade de sair alguma cara?

10) Uma moeda não viciada é lançada, ao acaso, cinco vezes. Qual a probabilidade de sair alguma cara?

11)



(O Dia, 25/08/98)

Suponha haver uma probabilidade de 20% para uma caixa de Microvlar ser falsificada. Em duas caixas, a probabilidade de pelo menos uma delas ser falsa é:

CP2/CAMPUS VASCO DA GAMA III

a) 4 % b) 16 % c) 20 % d) 36 %

12) Em uma fábrica de parafusos, a probabilidade de um parafuso ser perfeito é de 96%. Se retirarmos da produção, aleatoriamente, três parafusos, a probabilidade de todos eles serem defeituosos é igual a:

$a)\ 5^{-2}$ b) 5^{-3} c) 5^{-4} d) 5^{-5} e) 5^{-6}

13) Em um campeonato de tiro ao alvo, dois finalistas atiram num alvo com probabilidade de 60% e 70%, respectivamente, de acertar. Nessas condições, a probabilidade de ambos errarem o alvo é:

$A)30\%$ B)42% C)50% D)12% E)25%

14) A probabilidade de um casal ter um filho do sexo masculino é 0,25. Então a probabilidade do casal ter dois filhos de sexos diferentes é:

a) 1/16 b) 3/8 c) 9/16 d) 3/16 e) 3/4

15) As probabilidades de três jogadores marcarem um gol cobrando um pênalti são, respectivamente, 1/2, 2/5 e 5/6. Se cada um bater um único pênalti, a probabilidade de todos errarem é igual a:

a) 3 % b) 5 % c) 17 % d) 20 % e) 25 %

16) Duzentas bolas pretas e duzentas bolas brancas são distribuídas em duas urnas, de modo que cada uma delas contenha cem bolas pretas e cem brancas. Uma pessoa retira ao acaso uma bola de cada urna. Determine a probabilidade de que as duas bolas retiradas sejam de cores distintas.

17) Dois dados perfeitos são lançados ao acaso. A probabilidade de que a soma dos resultados obtidos seja 6 é:

$A)\ \frac{1}{36}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{5}{36}$ D) $\frac{1}{30}$ E) $\frac{6}{36}$

18) Dois dados não viciados são lançados. A probabilidade de obter-se a soma de seus pontos maior ou igual a 5 é

a) 5/6 b) 13/18 c) 2/3 d) 5/12 e) 1/2

19) Um estudante caminha diariamente de casa para o colégio, onde não é permitido ingressar após as 7h 30min. No trajeto ele é obrigado a cruzar três ruas. Em cada rua, a travessia de pedestres é controlada por sinais de trânsito não sincronizados. A probabilidade de cada sinal estar aberto para o pedestre é igual a 2/3 e a probabilidade de estar fechado é igual a 1/3.
Cada sinal aberto não atrasa o estudante, porém cada sinal fechado o retém por 1 minuto. O estudante caminha sempre com a mesma velocidade.
Quando os três sinais estão abertos, o estudante gasta exatamente 20 minutos para fazer o trajeto.
Em um certo dia, o estudante saiu de casa às 7h 09min.
Determine a probabilidade de o estudante, nesse dia, chegar atrasado ao colégio, ou seja, chegar após as 7h 30min.

20) No jogo denominado "zerinho-ou-um", cada uma de três pessoas indica ao mesmo tempo com a mão uma escolha de 0 (mão fechada) ou 1 (o indicador apontando), e ganha a pessoa que escolher a opção que diverge da maioria. Se as três pessoas escolheram a mesma opção, faz-se, então, uma nova tentativa. Qual a probabilidade de não haver um ganhador definido depois de três rodadas?

21) Um dado é viciado de tal forma que a probabilidade de cada face é proporcional ao número de pontos daquela face. Qual a probabilidade de se obter um número par de pontos no lançamento desse dado?

22) Uma pessoa joga uma moeda para o alto de depois outra. Se uma delas der cara, qual a probabilidade de que a outra tenha dado cara também.

23) Uma moeda, com probabilidade 0,6 de dar cara, é lançada 3 vezes.
(a) Qual é a probabilidade de que sejam observadas duas caras e uma coroa, em qualquer ordem?
(b) Dado que foram observadas duas caras e uma coroa, qual é a probabilidade de que tenha dado coroa no primeiro
lançamento?

24)João, ao partir para uma viagem, ficou de enviar um cartão postal para sua mãe. A probabilidade de que ele envie o cartão é igual a 0,7. Por outro lado, a probabilidade de um cartão postal se extraviar é 0,1.
(a) Qual é a probabilidade de que a mãe de João receba um cartão postal dele?
(b) Se ela não receber um cartão de João, qual é a probabilidade de que ele o tenha enviado?

25) Em uma caixa há três dados aparentemente idênticos. Entretanto, apenas dois deles são normais, enquanto o terceiro tem três faces 1 e três faces 6. Um dado é retirado ao acaso da caixa e lançado duas vezes. Se a soma dos resultados obtidos for igual a 7, qual é a probabilidade condicional de que o dado sorteado tenha sido um dos dados normais?

26)(MPU) Carlos sabe que Ana e Beatriz estão viajando pela Europa. Com as informações que dispõe, ele estima corretamente que a probabilidade de Ana estar hoje em Paris é 3/7, que a probabilidade de Beatriz estar hoje em Paris é 2/7, e que a probabilidade de ambas, Ana e Beatriz, estarem hoje em Paris é 1/7. Carlos, então, recebe um telefonema de Ana informando que ela está hoje em Paris. Com a informação recebida pelo telefonema de Ana, Carlos agora estima corretamente que a probabilidade de Beatriz também estar hoje em Paris é igual a

a) 1/7.
b) 1/3.
c) 2/3.
d) 5/7.
e) 4/7.

GABARITO

1) A)1/6 B)1/6 C) 2/3 2) A)1 B)zero 3) 1/8 4)3/8 5)1/12
6) $\frac{1}{50.063.860}$ 7) 2/3 8) 60% 9) $\frac{3}{4}$ ou 75% 10) $\frac{31}{32}$
11) D 12) E 13) D 14) B 15) B 16) 50% 17) C 18) A
19) $\frac{7}{27}$ 20) $\frac{1}{64}$ 21) $\frac{4}{7}$ 22) $\frac{1}{3}$ 23) A) 0,432 b) $\frac{2}{3}$
24) a)0,63 b) 7/37 25) 2/5 26) B

QUESTÕES ENEM (GABARITO COMENTADO NO FINAL)

1**.** (Enem 2018) O salto ornamental é um esporte em que cada competidor realiza seis saltos. A nota em cada salto é calculada pela soma das notas dos juízes, multiplicada pela nota de partida (o grau de dificuldade de cada salto). Fica em primeiro lugar o atleta que obtiver a maior soma das seis notas recebidas.
O atleta 10 irá realizar o último salto da final. Ele observa no Quadro 1, antes de executar o salto, o recorte do quadro parcial de notas com a sua classificação e a dos três primeiros lugares até aquele momento.

Quadro 1

Classificação	Atleta	6º Salto	Total
1º	3	135,0	829,0
2º	4	140,0	825,2
3º	8	140,4	824,2
6º	10		687,5

Ele precisa decidir com seu treinador qual salto deverá realizar. Os dados dos possíveis tipos de salto estão no Quadro 2.

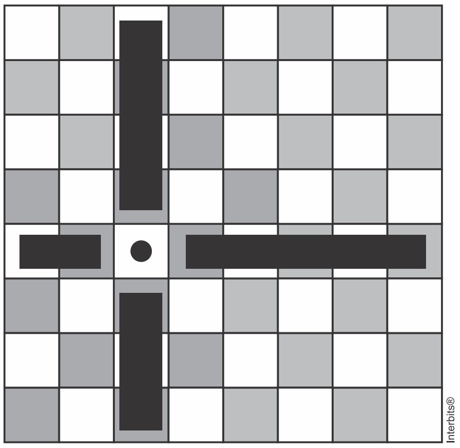
Quadro 2

Tipo de salto	Nota de partida	Estimativa da soma das notas dos juízes	Probabilidade de obter a nota
T1	2,2	57	89,76%
T2	2,4	58	93,74%
T3	2,6	55	91,88%
T4	2,8	50	95,38%
T5	3,0	53	87,34%

O atleta optará pelo salto com a maior probabilidade de obter a nota estimada, de maneira que lhe permita alcançar o primeiro lugar.

Considerando essas condições, o salto que o atleta deverá escolher é o de tipo
a) T1.
b) T2.
c) T3.
d) T4.
e) T5.

2**.** (Enem 2018) Um *designer* de jogos planeja um jogo que faz uso de um tabuleiro de dimensão $n \times n$, com $n \geq 2$, no qual cada jogador, na sua vez, coloca uma peça sobre uma das casas vazias do tabuleiro. Quando uma peça é posicionada, a região formada pelas casas que estão na mesma linha ou coluna dessa peça é chamada de zona de combate dessa peça. Na figura está ilustrada a zona de combate de uma peça colocada em uma das casas de um tabuleiro de dimensão 8×8.



O tabuleiro deve ser dimensionado de forma que a probabilidade de se posicionar a segunda peça aleatoriamente, seguindo a regra do jogo, e esta ficar sobre a zona de combate da primeira, seja inferior a $\frac{1}{5}$.

A dimensão mínima que o designer deve adotar para esse tabuleiro é
a) 4×4.
b) 6×6.
c) 9×9.
d) 10×10.
e) 11×11.

3**.** (Enem 2018) Para ganhar um prêmio, uma pessoa deverá retirar, sucessivamente e sem reposição, duas bolas pretas de uma mesma urna.
Inicialmente, as quantidades e cores das bolas são como descritas a seguir:
- Urna A – Possui três bolas brancas, duas bolas pretas e uma bola verde;
- Urna B – Possui seis bolas brancas, três bolas pretas e uma bola verde;
- Urna C – Possui duas bolas pretas e duas bolas verdes;
- Urna D – Possui três bolas brancas e três bolas pretas.

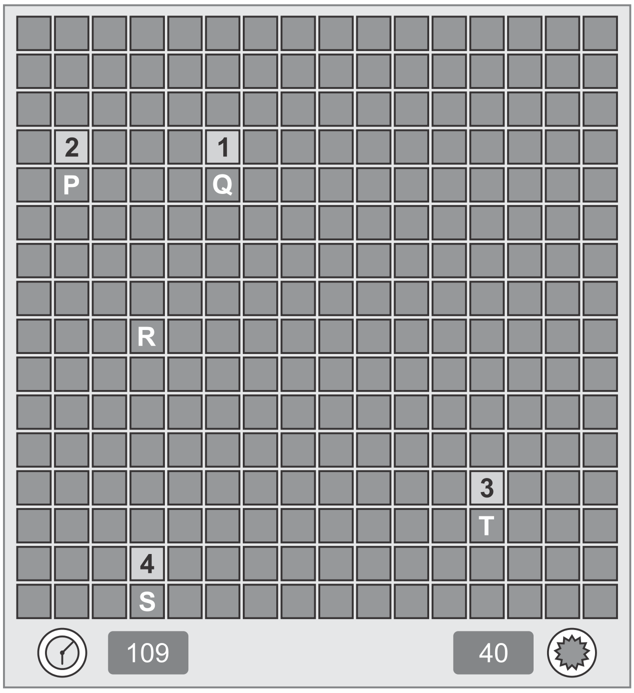
A pessoa deve escolher uma entre as cinco opções apresentadas:
- Opção 1 – Retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna A;
- Opção 2 – Retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna B;
- Opção 3 – Passar, aleatoriamente, uma bola da urna C para a urna A; após isso, retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna A;
- Opção 4 – Passar, aleatoriamente, uma bola da urna D para a urna C; após isso, retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna C;
- Opção 5 – Passar, aleatoriamente, uma bola da urna C para a urna D; após isso, retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna D.

Com o objetivo de obter a maior probabilidade possível de ganhar o prêmio, a pessoa deve escolher a opção
a) 1.
b) 2.
c) 3.
d) 4.
e) 5.

4**.** (Enem 2018) Um rapaz estuda em uma escola que fica longe de sua casa, e por isso precisa utilizar o transporte público. Como é muito observador, todos os dias ele anota a hora exata (sem considerar os segundos) em que o ônibus passa pelo ponto de espera. Também notou que nunca consegue chegar ao ponto de ônibus antes de $6\text{h}15\,\text{min}$ da manhã. Analisando os dados coletados durante o mês de fevereiro, o qual teve 21 dias letivos, ele concluiu que $6\text{h}21\text{min}$ foi o que mais se repetiu, e que a mediana do conjunto de dados é $6\text{h}22\,\text{min}.$

A probabilidade de que, em algum dos dias letivos de fevereiro, esse rapaz tenha apanhado o ônibus antes de $6\text{h}21\text{min}$ da manhã é, no máximo,
a) $\frac{4}{21}$
b) $\frac{5}{21}$
c) $\frac{6}{21}$
d) $\frac{7}{21}$
e) $\frac{8}{21}$

5**.** (Enem 2017) A figura ilustra uma partida de Campo Minado, o jogo presente em praticamente todo computador pessoal. Quatro quadrados em um tabuleiro 16×16 foram abertos, e os números em suas faces indicam quantos dos seus 8 vizinhos contêm minas (a serem evitadas). O número 40 no canto inferior direito é o número total de minas no tabuleiro, cujas posições foram escolhidas ao acaso, de forma uniforme, antes de se abrir qualquer quadrado.



Em sua próxima jogada, o jogador deve escolher dentre os quadrados marcados com as letras $\text{P}, \text{Q}, \text{R}, \text{S}$ e T um para abrir, sendo que deve escolher aquele com a menor probabilidade de conter uma mina.

O jogador deverá abrir o quadrado marcado com a letra
a) $\text{P}.$
b) $\text{Q}.$
c) $\text{R}.$
d) $\text{S}.$
e) $\text{T}.$

6**.** (Enem 2017) Um morador de uma região metropolitana tem 50% de probabilidade de atrasar-se para o trabalho quando chove na região; caso não chova, sua probabilidade de atraso é de $25\%.$ Para um determinado dia, o serviço de meteorologia estima em 30% a probabilidade da ocorrência de chuva nessa região.

Qual é a probabilidade de esse morador se atrasar para o serviço no dia para o qual foi dada a estimativa de chuva?
a) $0{,}075$
b) $0{,}150$
c) $0{,}325$
d) $0{,}600$
e) $0{,}800$

7**.** (Enem 2017) Numa avenida existem 10 semáforos. Por causa de uma pane no sistema, os semáforos ficaram sem controle durante uma hora, e fixaram suas luzes unicamente em verde ou vermelho. Os semáforos funcionam de forma independente; a probabilidade de acusar a cor verde é de $\frac{2}{3}$ e a de acusar a cor vermelha é de $\frac{1}{3}$. Uma pessoa percorreu a pé toda essa avenida durante o período da pane, observando a cor da luz de cada um desses semáforos.

Qual a probabilidade de que esta pessoa tenha observado exatamente um sinal na cor verde?

a) $\frac{10 \times 2}{3^{10}}$

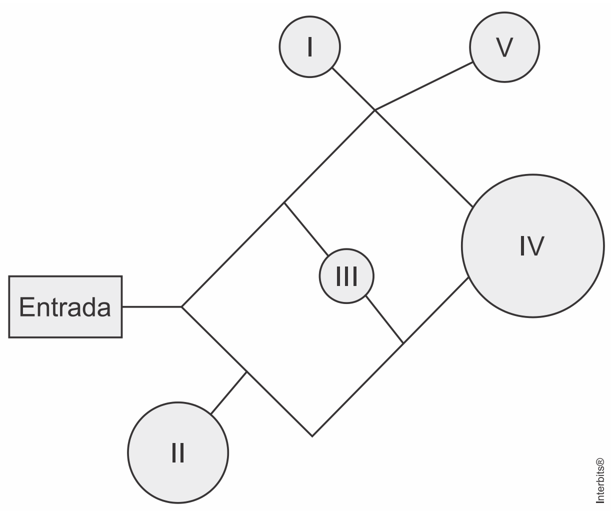
b) $\frac{10 \times 2^9}{3^{10}}$

c) $\frac{2^{10}}{3^{100}}$

d) $\frac{2^{90}}{3^{100}}$

e) $\frac{2}{3^{10}}$

8. (Enem 2016) Um adolescente vai a um parque de diversões tendo, prioritariamente, o desejo de ir a um brinquedo que se encontra na área IV, dentre as áreas I, II, III, IV e V existentes. O esquema ilustra o mapa do parque, com a localização da entrada, das cinco áreas com os brinquedos disponíveis e dos possíveis caminhos para se chegar a cada área. O adolescente não tem conhecimento do mapa do parque e decide ir caminhando da entrada até chegar à área IV.



Suponha que relativamente a cada ramificação, as opções existentes de percurso pelos caminhos apresentem iguais probabilidades de escolha, que a caminhada foi feita escolhendo ao acaso os caminhos existentes e que, ao tomar um caminho que chegue a uma área distinta da IV, o adolescente necessariamente passa por ela ou retorna.

Nessas condições, a probabilidade de ele chegar à área IV sem passar por outras áreas e sem retornar é igual a

a) $\frac{1}{96}$

b) $\frac{1}{64}$

c) $\frac{5}{24}$

d) $\frac{1}{4}$

e) $\frac{5}{12}$

9. (Enem 2015) Em uma central de atendimento, cem pessoas receberam senhas numeradas de 1 até 100. Uma das senhas é sorteada ao acaso.

Qual é a probabilidade de a senha sorteada ser um número de 1 a 20?

a) $\frac{1}{100}$

b) $\frac{19}{100}$

c) $\frac{20}{100}$

d) $\frac{21}{100}$

e) $\frac{80}{100}$

10. (Enem 2015) Em uma escola, a probabilidade de um aluno compreender e falar inglês é de 30%. Três alunos dessa escola, que estão em fase final de seleção de intercâmbio, aguardam, em uma sala, serem chamados para uma entrevista. Mas, ao invés de chamá-los um a um, o entrevistador entra na sala e faz, oralmente, uma pergunta em inglês que pode ser respondida por qualquer um dos alunos.

A probabilidade de o entrevistador ser entendido e ter sua pergunta oralmente respondida em inglês é

a) $23{,}7\%$

b) $30{,}0\%$

c) $44{,}1\%$

d) $65{,}7\%$

e) $90{,}0\%$

11. (Enem 2015) Uma competição esportiva envolveu 20 equipes com 10 atletas cada. Uma denúncia à organização dizia que um dos atletas havia utilizado substância proibida.
Os organizadores, então, decidiram fazer um exame *antidoping*. Foram propostos três modos diferentes para escolher os atletas que irão realizá-lo:

Modo I: sortear três atletas dentre todos os participantes;
Modo II: sortear primeiro uma das equipes e, desta, sortear três atletas;
Modo III: sortear primeiro três equipes e, então, sortear um atleta de cada uma dessas três equipes.

Considere que todos os atletas têm igual probabilidade de serem sorteados e que P(I), P(II) e P(III) sejam as probabilidades de o atleta que utilizou a substância proibida seja um dos escolhidos para o exame no caso do sorteio ser feito pelo modo I, II ou III.

Comparando-se essas probabilidades, obtém-se
a) $P(I) < P(III) < P(II)$
b) $P(II) < P(I) < P(III)$
c) $P(I) < P(II) = P(III)$
d) $P(I) = P(II) < P(III)$
e) $P(I) = P(II) = P(III)$

12. (Enem 2015) O HPV é uma doença sexualmente transmissível. Uma vacina com eficácia de 98% foi criada com o objetivo de prevenir a infecção por HPV e, dessa forma, reduzir o número de pessoas que venham a desenvolver câncer de colo de útero. Uma campanha de vacinação foi lançada em 2014 pelo SUS, para um público-alvo de meninas de 11 a 13 anos de idade. Considera-se que, em uma população não vacinada, o HPV acomete 50% desse público ao longo de suas vidas. Em certo município, a equipe coordenadora da campanha decidiu vacinar meninas entre 11 e 13 anos de idade em quantidade suficiente para que a probabilidade de uma menina nessa faixa etária, escolhida ao acaso, vir a desenvolver essa doença seja, no máximo, de $5,9\%.$ Houve cinco propostas de cobertura, de modo a atingir essa meta:

Proposta I: vacinação de 90% do público-alvo.
Proposta II: vacinação de $55,8\%$ do público-alvo.
Proposta III: vacinação de $88,2\%$ do público-alvo.
Proposta IV: vacinação de 49% do público-alvo.
Proposta V: vacinação de $95,9\%$ do público-alvo.

Para diminuir os custos, a proposta escolhida deveria ser também aquela que vacinasse a menor quantidade possível de pessoas.

Disponível em: www.virushpv.com.br. Acesso em: 30 ago. 2014 (adaptado)

A proposta implementada foi a de número
a) I.
b) II.
c) III.
d) IV.
e) V.

13. (Enem 2014) O psicólogo de uma empresa aplica um teste para analisar a aptidão de um candidato a determinado cargo. O teste consiste em uma série de perguntas cujas respostas devem ser verdadeiro ou falso e termina quando o psicólogo fizer a décima pergunta ou quando o candidato der a segunda resposta errada. Com base em testes anteriores, o psicólogo sabe que a probabilidade de o candidato errar uma resposta é $0,20.$

A probabilidade de o teste terminar na quinta pergunta é
a) $0,02048.$
b) $0,08192.$
c) $0,24000.$
d) $0,40960.$
e) $0,49152.$

14. (Enem 2014) Para analisar o desempenho de um método diagnóstico, realizam-se estudos em populações contendo pacientes sadios e doentes. Quatro situações distintas podem acontecer nesse contexto de teste:

1. Paciente TEM a doença e o resultado do teste é POSITIVO.
2. Paciente TEM a doença e o resultado do teste é NEGATIVO.
3. Paciente NÃO TEM a doença e o resultado do teste é POSITIVO.
4. Paciente NÃO TEM a doença e o resultado do teste é NEGATIVO.

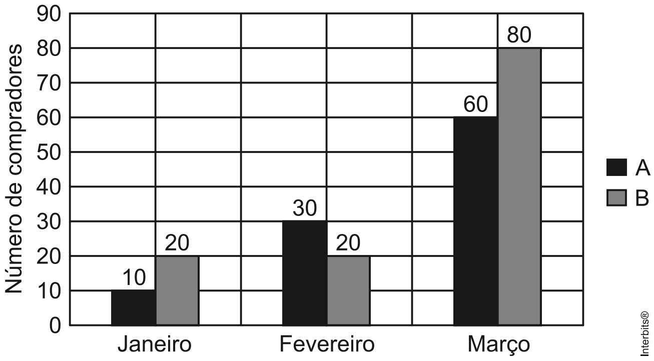
Um índice de desempenho para avaliação de um teste diagnóstico é a sensibilidade, definida como a probabilidade de o resultado do teste ser POSITIVO se o paciente estiver com a doença.
O quadro refere-se a um teste diagnóstico para a doença A, aplicado em uma amostra composta por duzentos indivíduos.

Resultado do Teste	**Doença A**	
	Presente	Ausente
Positivo	95	15
Negativo	5	85

BENSEÑOR, I. M.; LOTUFO, P. A. *Epidemiologia*: abordagem prática. São Paulo: Sarvier, 2011 (adaptado).

Conforme o quadro do teste proposto, a sensibilidade dele é de
a) $47,5\%$
b) $85,0\%$
c) $86,3\%$
d) $94,4\%$
e) $95,0\%$

15. (Enem 2013) Uma loja acompanhou o número de compradores de dois produtos, A e B, durante os meses de janeiro, fevereiro e março de 2012. Com isso, obteve este gráfico:



A loja sorteará um brinde entre os compradores do produto A e outro brinde entre os compradores do produto B.

Qual a probabilidade de que os dois sorteados tenham feito suas compras em fevereiro de 2012?

a) $\frac{1}{20}$

b) $\frac{3}{242}$

c) $\frac{5}{22}$

d) $\frac{6}{25}$

e) $\frac{7}{15}$

16**.** (Enem 2013) Numa escola com 1200 alunos foi realizada uma pesquisa sobre o conhecimento desses em duas línguas estrangeiras, inglês e espanhol.
Nessa pesquisa constatou-se que 600 alunos falam inglês, 500 falam espanhol e 300 não falam qualquer um desses idiomas.

Escolhendo-se um aluno dessa escola ao acaso e sabendo-se que ele não fala inglês, qual a probabilidade de que esse aluno fale espanhol?

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{5}{8}$

c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{5}{6}$

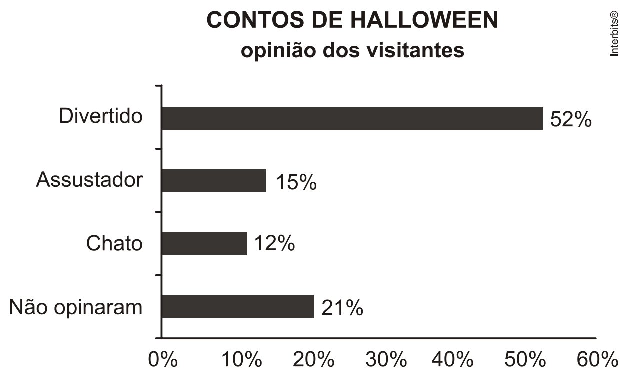
e) $\frac{5}{14}$

17**.** (Enem 2013) Uma fábrica de parafusos possui duas máquinas, I e II, para a produção de certo tipo de parafuso.
Em setembro, a máquina I produziu $\frac{54}{100}$ do total de parafusos produzidos pela fábrica. Dos parafusos produzidos por essa máquina, $\frac{25}{1000}$ eram defeituosos. Por sua vez, $\frac{38}{1000}$ dos parafusos produzidos no mesmo mês pela máquina II eram defeituosos.
O desempenho conjunto das duas máquinas é classificado conforme o quadro, em que P indica a probabilidade de um parafuso escolhido ao acaso ser defeituoso.

$0 \le P < \frac{2}{100}$	Excelente
$\frac{2}{100} \le P < \frac{4}{100}$	Bom
$\frac{4}{100} \le P < \frac{6}{100}$	Regular
$\frac{6}{100} \le P < \frac{8}{100}$	Ruim
$\frac{8}{100} \le P \le 1$	Péssimo

O desempenho conjunto dessas máquinas, em setembro, pode ser classificado como
a) excelente.
b) bom.
c) regular.
d) ruim.
e) péssimo.

18**.** (Enem 2012) Em um *blog* de variedades, músicas, mantras e informações diversas, foram postados “Contos de Halloween”. Após a leitura, os visitantes poderiam opinar, assinalando suas reações em “Divertido”, “Assustador” ou “Chato”. Ao final de uma semana, o *blog* registrou que 500 visitantes distintos acessaram esta postagem.
O gráfico a seguir apresenta o resultado da enquete.



O administrador do *blog* irá sortear um livro entre os visitantes que opinaram na postagem “Contos de Halloween”.
Sabendo que nenhum visitante votou mais de uma vez, a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso entre as que opinaram ter assinalado que o conto “Contos de Halloween” é “Chato” é mais aproximada por
a) 0,09.
b) 0,12.
c) 0,14.
d) 0,15.

e) 0,18.

19. (Enem 2012) Em um jogo há duas urnas com 10 bolas de mesmo tamanho em cada uma. A tabela a seguir indica as quantidades de bolas de cada cor em cada urna.

Cor	Urna 1	Urna 2
Amarela	4	0
Azul	3	1
Branca	2	2
Verde	1	3
Vermelha	0	4

Uma jogada consiste em:

1º) o jogador apresenta um palpite sobre a cor da bola que será retirada por ele da urna 2;
2º) ele retira, aleatoriamente, uma bola da urna 1 e a coloca na urna 2, misturando-a com as que lá estão;
3º) em seguida ele retira, também aleatoriamente, uma bola da urna 2;
4º) se a cor da última bolsa retirada for a mesma do palpite inicial, ele ganha o jogo.

Qual cor deve ser escolhida pelo jogador para que ele tenha a maior probabilidade de ganhar?
a) Azul
b) Amarela
c) Branca
d) Verde
e) Vermelha

20. (Enem 2012) José, Paulo e Antônio estão jogando dados não viciados, nos quais, em cada uma das seis faces, há um número de 1 a 6. Cada um deles jogará dois dados simultaneamente. José acredita que, após jogar seus dados, os números das faces voltadas para cima lhe darão uma soma igual a 7. Já Paulo acredita que sua soma será igual a 4 e Antônio acredita que sua soma será igual a 8.
Com essa escolha, quem tem a maior probabilidade de acertar sua respectiva soma é
a) Antônio, já que sua soma é a maior de todas as escolhidas.
b) José e Antônio, já que há 6 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 4 possibilidades para a escolha de Paulo.
c) José e Antônio, já que há 3 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 2 possibilidades para a escolha de Paulo.
d) José, já que ha 6 possibilidades para formar sua soma, 5 possibilidades para formar a soma de Antônio e apenas 3 possibilidades para formar a soma de Paulo.
e) Paulo, já que sua soma é a menor de todas.

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[C]

A nota do atleta 10 no último salto deve ser maior do que ou igual a $829 - 687,5 = 141,5.$ Logo, como ele pode superar essa pontuação apenas em $T3$ $(2,6 \cdot 55 = 143)$ e $T5$ $(3 \cdot 53 = 159),$ conclui-se que ele deverá escolher o de tipo T3, uma vez que é o mais provável.

Resposta da questão 2:
[D]

Após a colocação da primeira peça, existem $2 \cdot (n-1)$ casas vazias na zona de combate. Ademais, temos $n^2 - 1$ casas quaisquer vazias e, assim, vem

$$\frac{2 \cdot (n-1)}{n^2 - 1} < \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{2}{n+1} < \frac{1}{5}$$
$$\Rightarrow n > 9.$$

A resposta é $10 \times 10.$

Resposta da questão 3:
[E]

Preliminarmente, tem-se que a probabilidade de extrair uma bola qualquer das urnas C ou D é igual a $\frac{1}{2}.$

Na opção $1,$ a probabilidade é igual a $\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15}.$

Na opção $2,$ a probabilidade é igual a $\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{1}{15}.$

Na opção $3,$ a probabilidade é igual a

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{21}.$$

Na opção $4,$ a probabilidade é igual a

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{5}.$$

Na opção $5,$ a probabilidade é igual a

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} = \frac{3}{14}.$$

Portanto, como $\frac{3}{14}$ é a maior das probabilidades, segue o resultado.

Resposta da questão 4:
[D]

Sendo 21 os dias letivos e $6\text{ h }22\text{ min}$ a mediana, podemos concluir que o rapaz chegou antes de $6\text{ h }22\text{ min}$ exatamente $\frac{21-1}{2} = 10$ vezes. Logo, se a moda é $6\text{ h }21\text{min}$ e n é o número de dias em que o rapaz chegou às $6\text{ h }21\text{min},$ então a probabilidade pedida é igual a $\frac{10-n}{21}.$

Essa probabilidade é máxima quando n é mínimo. Ademais, como existem 6 observações menores do que $6\text{ h }21\text{min},$ deve-se ter $n = 3,$ caso contrário, haveria pelo menos outra moda menor do que $6\text{ h }21\text{min}.$

Portanto, a resposta é $\frac{10-3}{21} = \frac{7}{21}.$

Resposta da questão 5:
[B]

Calculando:

$$P \Rightarrow P(X) = {}^{2}\!/_{8} = 0,25$$
$$Q \Rightarrow P(X) = {}^{1}\!/_{8} = 0,125$$
$$R \Rightarrow P(X) = {}^{30}\!\Big/_{\left(16^2 - 9 \cdot 4\right)} = \frac{30}{220} = 0,1364$$
$$S \Rightarrow P(X) = {}^{4}\!/_{8} = 0,50$$
$$T \Rightarrow P(X) = {}^{3}\!/_{8} = 0,375$$

Assim, o jogador deverá abrir o quadrado $Q.$

Resposta da questão 6:
[C]

Calculando a probabilidade de ele se atrasar, com e sem chuva, tem-se:

$$\left.\begin{array}{l} P(\text{chuva}) = 30\% \cdot 50\% = 0,3 \cdot 0,5 = 0,15 \\ P(\text{ñchuva}) = 70\% \cdot 25\% = 0,7 \cdot 0,25 = 0,175 \end{array}\right\} \Rightarrow 0,325$$

Resposta da questão 7:
[A]

Calculando:

$$P(x) = C_{10,1} \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^9 = 10 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3^9} = \frac{10 \cdot 2}{3^{10}}$$

Resposta da questão 8:
[C]

Existem apenas duas opções favoráveis de percurso, quais sejam: uma no sentido horário e outra no sentido anti-horário. Logo, segue que a resposta é dada por

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{24}.$$

Resposta da questão 9:
[C]

É imediato que a probabilidade pedida é igual a $\frac{20}{100}.$

Resposta da questão 10:
[D]

A probabilidade de que um aluno não compreenda ou não fale inglês é $1-0,3=0,7.$ Logo, a probabilidade de que nenhum dos alunos compreenda ou fale inglês é $0,7\cdot 0,7\cdot 0,7=0,343.$

Portanto, a probabilidade de o entrevistador ser entendido e ter sua pergunta oralmente respondida em inglês é $1-0,343=0,657=65,7\%.$

Resposta da questão 11:
[E]

Além do atleta que utilizou a substância, deveremos escolher 2 atletas dentre os 199 que não a utilizaram. Logo, temos

$$P(I)=\frac{\binom{199}{2}}{\binom{200}{3}}=\frac{\frac{199!}{2!\cdot 197!}}{\frac{200!}{3!\cdot 197!}}=\frac{3}{200}.$$

No segundo modo, sorteada a equipe, deveremos escolher dois atletas dentre os 9 que não a utilizaram. Assim, vem

$$P(II)=\frac{1}{20}\cdot\frac{\binom{9}{2}}{\binom{10}{3}}=\frac{1}{20}\cdot\frac{\frac{9!}{2!\cdot 7!}}{\frac{10!}{3!\cdot 7!}}=\frac{3}{200}.$$

Finalmente, no terceiro modo, deveremos escolher 2 equipes em que não figura o jogador dopado e então sortear o jogador. Portanto, segue que

$$P(III)=\frac{\binom{19}{2}}{\binom{20}{3}}\cdot\frac{1}{10}=\frac{\frac{19!}{2!\cdot 17!}}{\frac{20!}{3!\cdot 17!}}\cdot\frac{1}{10}=\frac{3}{200}.$$

As probabilidades são iguais.

Resposta da questão 12:
[A]

Seja p o percentual da população vacinada, e supondo que para os 2% em que a vacina é ineficaz ainda há 50% de probabilidade de infecção, temos

$$\begin{aligned}0,02\cdot 0,5\cdot p+0,5\cdot(1-p)\le 0,059 &\Leftrightarrow 0,49p\ge 0,441\\ &\Leftrightarrow p\ge 0,9.\end{aligned}$$

Portanto, a proposta implementada foi a I.

Resposta da questão 13:
[B]

Para que o teste termine na quinta pergunta, o candidato deverá errar exatamente uma pergunta dentre as quatro primeiras e errar a quinta. Por conseguinte, o resultado é

$$\binom{4}{1}\cdot(0,8)^3\cdot 0,2\cdot 0,2=4\cdot 0,512\cdot 0,04=0,08192.$$

Resposta da questão 14:
[E]

A sensibilidade é dada por $\frac{95}{95+5}\cdot 100\%=95\%.$

Resposta da questão 15:
[A]

Nos três meses considerados o número de compradores do produto A foi $10+30+60=100,$ e o número de compradores do produto $B,$ $20+20+80=120.$ Logo, como no mês de fevereiro 30 pessoas compraram o produto $A,$ e 20 pessoas compraram o produto $B,$ segue-se que a probabilidade pedida é igual a $\frac{30}{100}\cdot\frac{20}{120}=\frac{1}{20}.$

Resposta da questão 16:
[A]

Sejam U, I e $E,$ respectivamente, o conjunto universo, o conjunto dos alunos que falam inglês e o conjunto dos alunos que falam espanhol.

Queremos calcular $P(E\mid\overline{I}).$

Sabendo que $n(U)=1200, n(I)=600, n(E)=500$ e $n(\overline{I\cup E})=300,$ temos

$$n(I\cup E)=n(U)-n(\overline{I\cup E})=1200-300=900.$$

Além disso, pelo Princípio da Inclusão-Exclusão, obtemos

$$\begin{aligned}n(I\cup E)=n(I)+n(E)-n(I\cap E) &\Leftrightarrow 900=600+500-n(I\cap E)\\ &\Leftrightarrow n(I\cap E)=200.\end{aligned}$$

Portanto,

$$
\begin{aligned}
P(E \mid \overline{I}) &= \frac{n(E \cap \overline{I})}{n(\overline{I})} \\
&= \frac{n(E - I)}{n(E - I) + n(\overline{I \cup E})} \\
&= \frac{300}{300 + 300} \\
&= \frac{1}{2}.
\end{aligned}
$$

Resposta da questão 17:
[B]

A probabilidade de um parafuso escolhido ao acaso ser defeituoso é dada por

$$
\begin{aligned}
P &= P(A\ \text{e defeituoso}) + P(B\ \text{e defeituoso}) \\
&= \frac{54}{100} \cdot \frac{25}{1000} + \left(1 - \frac{54}{100}\right) \cdot \frac{38}{1000} \\
&= \frac{3{,}098}{100}.
\end{aligned}
$$

Daí, como $\frac{2}{100} \le \frac{3{,}098}{100} < \frac{4}{100}$, segue-se que o desempenho conjunto dessas máquinas pode ser classificado como Bom.

Resposta da questão 18:
[D]

$$P = \frac{12}{52 + 15 + 12} = \frac{12}{79} \cong 0{,}152 \cong 0{,}15.$$

Resposta da questão 19:
[E]

As cores que podem ficar com o maior número de bolas, após o procedimento de retirada e depósito, são a verde (3 ou 4) e a vermelha (4).
Portanto, como a probabilidade de retirar uma bola verde da urna 2 é

$$\frac{9}{10} \cdot \frac{3}{11} + \frac{1}{10} \cdot \frac{4}{11} = \frac{31}{110},$$

e a probabilidade de retirar uma bola vermelha da urna 2 é

$$\frac{10}{10} \cdot \frac{4}{11} = \frac{40}{110},$$

segue que o jogador deve escolher a cor vermelha.

Resposta da questão 20:
[D]

Resultados que darão a vitória a José: {(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)}.

Resultados que darão a vitória a Paulo: {(1.3), (2,2), (3,1)}.

Resultados que darão a vitória a Antônio: {(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)}.

Resposta: José, já que há 6 possibilidades para formar sua soma, 5 possibilidades para formar a soma de Antônio e apenas 3 possibilidades para formar a soma de Paulo.