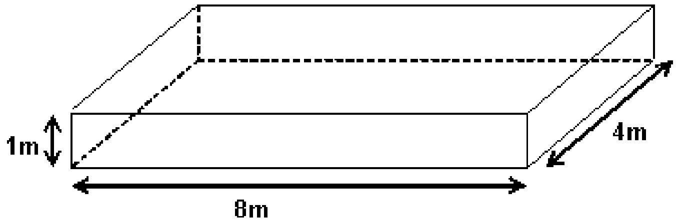
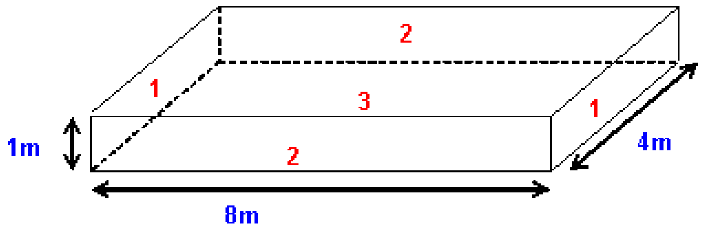
LISTA DE RECUPERAÇÃO: MAT II E I/ PROFESSORES VICENTE E EDUARDO

(Exercícios retirados do site www.professorwaltertadeu.mat.br)

1. Uma piscina, em forma de paralelepípedo retângulo, tem as dimensões mostradas na figura abaixo.





a) Quantos metros quadrados de azulejo serão necessários para revestir internamente a piscina?

Solução. O revestimento interno é a área das faces laterais da piscina.

i) Área 1: (4) x (1) = 4m^2 **ii) Área 2: (8) x (1) = 8m^2** **iii) Área 3: (8) x (4) = 32m^2**

Resposta: A área total será: 2(4) + 2(8) + 32 = 8 + 16 + 32 = 46m^2

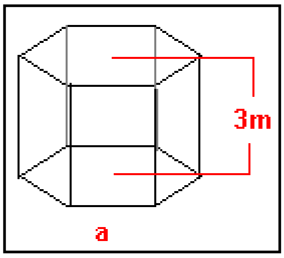
b) Quantos litros de água serão necessários para encher totalmente a piscina?

1 *l* = 1 dm^3

Solução. A quantidade de litros será calculada encontrando o volume da piscina. Ele é dado pelo produto da área da base pela altura. Temos: $\boxed{V = 32x1 = 32m^3 = 32000\,dm^3 = 32000\,litros.}$

2. Num prisma regular de base hexagonal, a área lateral mede 36 m^2 e a altura é de 3 m. Determine a medida da aresta da base deste prisma:

Solução. A área lateral é dada pelo produto: 6 x (3.a)m^2. De acordo com as informações: 18a = 36 implicando a = 2m.



3. Um poliedro convexo tem 3 faces pentagonais e algumas faces triangulares. Qual o número de faces desse poliedro, sabendo-se que o número de arestas é o quádruplo do número de faces triangulares?

Solução. De acordo com as informações, temos:

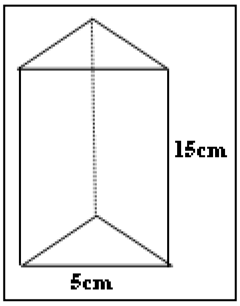
i) Número de faces pentagonais: 3 **ii) Número de faces triangulares: x**

iii) Número de arestas: 4x

Expressando o número de arestas em função do número de faces e suas arestas, vem:

$\boxed{A = \dfrac{nF}{2} \Rightarrow 4x = \dfrac{3(5) + x(3)}{2} \Rightarrow 15 + 3x = 8x \Rightarrow 5x = 15 \Rightarrow x = 3.}$ **O total de faces é 3 + 3 = 6.**

4. O fabricante de uma barra de chocolate, com formato de um prisma triangular regular de 15 cm de altura utiliza caixas de papelão para acondicionar o seu produto. Quantos cm^2 de papelão são necessários para embalar o chocolate, se a aresta da base é 5 cm?
(Considere a espessura do papelão desprezível e adote $\sqrt{3}=1,7$)



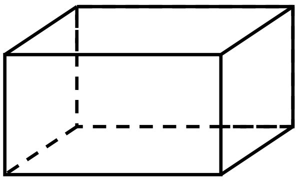
Solução. Um prisma triangular regular possui como base um triângulo eqüilátero. Para embalar o chocolate é necessário forrar e o gasto de papelão utilizado será o valor da área total.

i) área da base: $A_b = \frac{l^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(5)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{25.(1,7)}{4} = 10,625cm^2$

ii) área lateral: $A_l = 3(5).(15) = 225cm^2$

Logo, a área total é $A_T = 2.A_b + A_l = 2.(10,625) + 225 = 246,25cm^2$ **representando o gasto de papelão.**

5. Num paralelepípedo retângulo, as três dimensões são números inteiros e consecutivos. Se a aresta maior mede 5m, calcule:



Solução. Se as dimensões são números inteiros e consecutivos então são da forma: (x), (x + 1) e (x + 2).

a) a área total do sólido;

$$maior: x+2=5 \Rightarrow x=3$$
$$Dimensões: 3,4,5$$
$$Área(Total) = 2[(3)(4)+(3)(5)+(4)(5)] = 2[12+15+20] = 2[47] = 94m^2$$

b) o volume do paralelepípedo.

$$Dimensões: 3,4,5$$
$$Volume = a.b.c = (3)(4)(5) = 60m^3$$

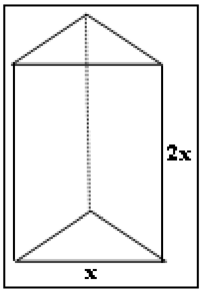
6. O número de arestas de um octaedro convexo é o dobro do número de vértices.

Quantas arestas esse poliedro possui?

Solução. Um octaedro possui 8 faces. Pelo enunciado, A = 2V. Aplicando a lei de Euler, V+F = A + 2, temos:

$\begin{cases} A = 2V \\ A+2 = V+F \end{cases} \Rightarrow 2V + 2 = V + 8 \Rightarrow V = 6$ **. Logo, o octaedro possui A = 2(6) = 12 arestas.**

7. Em um prisma triangular regular, cada aresta lateral tem o dobro da medida de cada aresta da base.
Calcule o seu volume, sabendo que sua área lateral é 24 cm^{2}.



Solução. Um prisma triangular regular possui como base o triângulo eqüilátero. A área lateral é a soma das áreas dos retângulos de medidas (x) e (2x). Temos:

i) Aresta da base: $\begin{cases} A_l = 24cm^2 \\ A_l = 3(x).(2x) = 6x^2 \end{cases} \Rightarrow 6x^2 = 24 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2cm$**. Logo a aresta lateral que neste caso também é altura do prisma vale 2(2) = 4cm.**

ii) Volume: $V = A_b.h = \left(\frac{l^2\sqrt{3}}{4}\right).h = \left(\frac{(2)^2\sqrt{3}}{4}\right).(4) = 4\sqrt{3} \approx 4.(1,7) = 6,8cm^3$**.**

8. Com os algarismos {2, 3, 4, 5, 6}, quantos números de cinco algarismos distintos **e** múltiplos de 5 podemos formar?

Solução. Os números múltiplos de 5 apresentam nas unidades simples os algarismos 0 ou 5. No caso, não há no conjunto o zero. Como os números são distintos, o 5 fica fixo nas unidades simples em todos os casos. Temos:

Dezena de milhar	Unidade de milhar	Centena simples	Dezena simples	Unidade simples
				5 (fixo)
4 possibilidades	3 possibilidades	2 possibilidades	1 possibilidades	1 possibilidade

Logo, podem ser formados (4 x 3 x 2 x 1) = 24 múltiplos de 5.

9. Uma loja quer contratar três empregados do sexo masculino e dois do sexo feminino para as vendas de Natal. Compareceram para a entrevista sete homens e cinco mulheres. De quantas formas podem ser escolhidos os cinco empregados?

Solução. Caso clássico de combinação. Para escolher essa equipe a loja deverá escolher três homens dentre os sete candidatos e duas mulheres dentre as cinco candidatas.

Logo, há $C_7^3.C_5^2 = \left(\frac{7!}{3!.4!}\right).\left(\frac{5!}{2!3!}\right) = \left(\frac{7\times6\times5\times4!}{3!.4!}\right).\left(\frac{5\times4\times3!}{2!3!}\right) = (7\times5).(5\times2) = 350$ **formas.**

10. Determine quantos são os anagramas da palavra CARÍCIA que começam com a letra A e terminam com a letra C? (ATENÇÃO: Considere Í e I como letras iguais.)

Solução. Fixando as letras A e C em suas posições temos A _ _ _ _ _ C. As cinco letras intermediárias são A R I I C que permutam com repetição da letra I. Logo, os anagramas são:

$$P_5^2 = \frac{5!}{2!} = \frac{5\times4\times3\times2!}{2} = 60$$

11. Determine quantos são os anagramas da palavra SURURU que começam e terminam com a letra R?

Solução. Fixando as letras R em suas posições temos R _ _ _ _ R. As quatro letras intermediárias que permutam são S U U U, com repetição da letra U. Logo, os anagramas são: $\boxed{P_4^3 = \frac{4!}{3!} = \frac{4 \times 3!}{6} = 4}$

12.

(PUC-SP)No saguão de um teatro, há um lustre com dez lâmpadas, todas de cores distintas entre si. Como medida de economia de energia elétrica, o gerente desse teatro estabeleceu que só fossem acesas, simultaneamente, de quatro a sete lâmpadas, de acordo com a necessidade. Nessas condições, de quantos modos distintos podem ser acesas as lâmpadas desse lustre?

a)664 **b)792** c)852 d)912 e)1044

Solução. As formas distintas de executar a iluminação são grupamentos de quatro a seis lâmpadas onde a ordem em que estão acesas não importa. Logo, serão combinações.

$$\boxed{Total = C_{10}^4 + C_{10}^5 + C_{10}^6 + C_{10}^7 = \frac{10!}{4!6!} + \frac{10!}{5!5!} + \frac{10!}{6!4!} + \frac{10!}{7!3!} = 210 + 252 + 210 + 120 = 792}$$

13. (UFRS) Cinco colegas, sentados um ao lado do outro, preparam-se para uma fotografia. Entretanto, 2 desses colegas se recusam a ficar lado a lado, e outros 2 insistem em aparecer um ao lado do outro. Nessas condições, o número de possibilidades distintas para os 5 colegas posarem é:

a)12 **b)24** c)36 d)48 e)60

Solução. Represente os colegas pelas letras A,B,C,D,E com AB ficando sempre juntos e CD recusando-se a isto. Desta forma podemos considerar AB como uma única letra, lembrando que existe a opção BA.

i) Número de permutações da forma (AB)CDE = $\boxed{2.P_4 = 2 \times 4! = 2 \times 24 = 48}$ **Lembre que há (AB) e (BA) por isso outra multiplicação por 2.**

ii) Número de permutações da forma (AB)(CD)E = $\boxed{2.2P_3 = 2 \times 2 \times 3! = 2 \times 2 \times 6 = 24}$**. Lembre que há também (CD) e (DC) por isso outra multiplicação por 2. Mas esse número é o que NÃO deve constar.**

Logo, o total de possibilidades com AB juntos e CD separados é 48 – 24 = 24.

14. . Em certo município, para compor o número dos telefones de 8 dígitos, certa companhia telefônica tem os 3 primeiros dígitos fixos, o 4º dígito podendo ser 5 ou 7 e os demais dígitos podendo ser qualquer algarismo.

a) Quantos números distintos de telefone essa companhia pode compor?

Solução. Analisando na tabela temos:

1º dígito(fixo)	2º dígito(fixo)	3º dígito(fixo)	4º dígito	5º dígito	6º dígito	7º dígito	8º dígito
1 possib.	1 possib.	1 possib.	2 possib.	10 possib.	10 possib.	10 possib.	10 possib.

Há, 1 x 1 x 1 x 2 x 10 x 10 x 10 x 10 = 20000 números distintos.

b) Se for acrescida ao 4º dígito a possibilidade de ser 3 ou 9, quantos números distintos **a mais** essa companhia poderá compor?

Solução. O 4º dígito passa a ter 4 possibilidades. Temos:

1º dígito(fixo)	2º dígito(fixo)	3º dígito(fixo)	4º dígito	5º dígito	6º dígito	7º dígito	8º dígito
1 possib.	1 possib.	1 possib.	4 possib.	10 possib.	10 possib.	10 possib.	10 possib.

Há, 1 x 1 x 1 x 4 x 10 x 10 x 10 x 10 = 40000 números distintos.

Logo, haverá (40000 – 20000) = <u>20000 números a mais</u> para a companhia compor.

15. Considerando os anagramas da palavra **BRASIL**, quantos começam por **B ou** terminam por **L**?

Solução. Temos que contar os anagramas que começam por B, os que terminam com L e retirar a interseção: os que simultaneamente começam com B e terminam com L.

i) <u>Começam com B</u>: B _ _ _ _ _ => 5! = 120. ii) <u>Terminam com L</u>: _ _ _ _ _ L => 5! = 120.

iii) <u>Começam com B e terminam com L</u>: B _ _ _ _ L => 4! = 24.

Total: 120 + 120 – 24 = 240 – 24 = 216 anagramas.

16. Uma fábrica produz 10 tipos diferentes de peças que, para serem transportadas, são acondicionadas em caixas com 6 peças. Sabendo que, por motivos técnicos, entre os 10 tipos de peças, apenas dois não podem ser acondicionados em uma mesma caixa, de quantas maneiras diferentes pode-se fazer o acondicionamento delas nas caixas?

<u>Solução 1</u>. Considere A e B as duas peças que não podem ficar juntas e P as peças que podem. Então temos 10 peças da forma 8P e AB.

i) Número formas de acondicionar quaisquer das 6 peças nas caixas, incluindo A e B:

$$\boxed{C_{10}^{6}=\frac{10.9.8.7.6!}{6!.4!}=(70).(3)=210}.$$

ii) Número formas de acondicionar 6 peças com AB juntas e 4 outras peças nas caixas:

$$\boxed{C_{8}^{4}=\frac{8.7.6.5.4!}{4!.4!}=(2).(35)=70}.$$

Logo, <u>Há 210 – 70 = 140 formas</u> de acondicionar sem que os dois tipos fiquem juntos.

<u>Solução 2</u>. Dividir em casos:

i) Peça B entra e peça A não entra na caixa: $\boxed{C_{8}^{5}=\frac{8.7.6.5!}{5!.3!}=56}$.

ii) Peça A entra e peça B não entra na caixa: $\boxed{C_{8}^{5}=\frac{8.7.6.5!}{5!.3!}=56}$.

iii) As peças A e B não entram na caixa: $\boxed{C_8^6 = \frac{8.7.6!}{6!.2!} = 28}$.

Total: <u>56 + 56 + 28 = 140 formas</u> diferentes.