ESTATÍSTICA

ADAPTADO PARA O NAPNE

Noções de Estatística

Podemos entender a Estatística como sendo o método de estudo de comportamento coletivo, cujas conclusões são traduzidas em resultados numéricos. Podemos, intuitivamente, dizer que:

Estatística é uma forma de traduzir o comportamento coletivo em números.

Observação: Por traduzir o comportamento coletivo em números a estatística é amplamente utilizada fora da matemática como as áreas humanas, educação física, etc.

Universo Estatístico ou População Estatística: Conjunto formado por todos os elementos que possam oferecer dados pertinentes ao assunto em questão.

Exemplo 1: Um partido político quer saber a tendência do eleitorado quanto a preferência entre dois candidatos à Presidência da República. O Universo Estatístico é o conjunto de todos os eleitores brasileiros.

Amostra: É um subconjunto da população estatística.

Quando o Universo Estatístico é muito vasto ou quando não é possível coletar dados de todos os seus elementos, retira-

se desse universo um subconjunto chamado amostra. Os dados são coletados dessa amostra.

Exemplo 2: "Numa pesquisa para saber a intenção de votos para presidente da república, foram ouvidas 400 pessoas..."

- **Esse grupo de 400 pessoas é uma amostra.**
- **Cada pessoa ouvida nessa pesquisa é uma unidade estatística.**
- **Cada informação numérica obtida nessa pesquisa é um dado estatístico.**

Rol: É toda sequência de dados numéricos colocados em ordem não decrescente ou não crescente.

Exemplo 3: Os 5 alunos de uma amostra apresentam as seguintes notas de matemática:

6; 4; 8; 7; 8

O rol desses resultados é : (4; 6; 7; 8; 8) ou (8; 8; 7; 6; 4).

Frequência absoluta (F): É o número de vezes que um determinado valor é observado na amostra.

Frequência total (F_T): É a soma de todas as frequências absolutas.

Frequência relativa (F_R):

É o quociente $F_R = F/ F_T$ ou $F_R = (F/ F_T)*100\%$.

Exemplo 3:

Numa turma foram registradas as idades de todos os 25 alunos. Há 5 alunos com 14 anos,10 alunos com 15 anos, 7 alunos com 16 anos e 3 alunos com 17 anos. Qual a

frequência absoluta e a frequência relativa do número de alunos de 14 anos, 15 anos, 16 anos e 17 anos?

Solução:

Frequência total = F_T =25 alunos.

Alunos de 14 anos:

Frequência absoluta: F = 5

Frequência Relativa: F_R = (F/ F_T)*100 = (5/25)*100% = (1/5)*100% = 20%

Alunos de 15 anos:

Frequência absoluta: F = 10

Frequência Relativa: F_R = (F/ F_T)*100 = (10/25)*100% = (2/5)*100% = 40%

Alunos de 16 anos:

Frequência absoluta: F = 7

Frequência Relativa: F_R = (F/ F_T)*100 = (7/25)*100% = 28%

Alunos de 17 anos:

Frequência absoluta: F = 3

Frequência Relativa: F_R = (F/ F_T)*100 = (3/25)*100% = 12%.

Medidas de Centralização:
(Média, Mediana, Moda)

Média Aritmética:

Considere a seguinte a situação. Um aluno do Colégio Pedro II teve as seguintes notas nas três certificações durante o ano letivo:

Primeira Certificação: 9,0
Segunda Certificação: 8,0
Terceira Certificação: 1,0
A média aritmética simples (M_A) dessas notas é dada por:
$M_A = (9 + 8 + 1) / 3 = 18 / 3 = 6$.

Obs.: Ter média aritmética simples igual a 6 significa dizer que, apesar de ele ter obtido notas mais altas ou mais baixas nas certificações, a soma das notas (18) é a mesma que ele alcançaria se tivesse obtido nota 6 em todas as certificações.

Média Aritmética Ponderada

No Colégio Pedro II, como vocês sabem, a média anual é "ponderada", ou seja, são atribuídos pesos para cada uma das certificações, da seguinte maneira:
Primeira Certificação: peso 3
Segunda Certificação: peso 3
Terceira Cerificação: peso 4
Considerando as notas do exemplo anterior, ou seja,
Primeira Certificação: 9,0
Segunda Certificação: 8,0
Terceira Certificação: 1,0 ;
a média aritmética ponderada (M_{AP}), das notas do exemplo anterior, é calculada da seguinte maneira:
$M_{AP} = (9*3 + 8*3 + 1*4) / (3+3+4) = (27+24+4) / 10 = 55 / 10 = 5,5$.

Como a média para ser aprovado "direto", é igual a 6, esse aluno teria que fazer prova final de verificação.

Note que a média aritmética ponderada desse aluno é menor que a média aritmética simples porque ele tirou uma nota muita baixa na certificação que tem o maior peso.

Em certas situações a média aritmética ponderada pode aparecer de maneira tão natural que o cálculo é feito sem mencionar, formalmente, o valor dos pesos.

Exemplo:

Cinco baldes contêm 4 litros de água cada um, três outros 2 litros de água, cada um e, ainda, dois outros contêm 5 litros de água, cada um. Se toda essa água fosse distribuída igualmente em cada um dos baldes, com quantos litros ficaria cada um?

Solução:

A quantidade de litros que ficaria em cada balde é a média aritmética ponderada:

M_{AP} = (4 litros * 5 + 2 litros * 3 + 5 litros * 2) / (5 + 3 + 2) =

= (20 litros + 6 litros + 10 litros) / 10 = 36 litros / 10 = 3,6 litros.

Ou seja, a quantidade, em litros, de água em cada balde é chamada de média ponderada dos valores 4 litros, 2 litros e 5 litros, com pesos 5; 3 e 2.

MEDIANA (M_E)

Vamos estudar agora uma outra medida de centralização chamada de mediana, que tem vantagens em relação à média aritmética.

Considere a seguinte situação:

Os salários de 5 pessoas que trabalham em uma empresa são: R$1000,00 ; R$1100,00 ; R$1300,00 ; R$1600,00 e R$20000,00. O salário médio dessas 5 pessoas é:

M_A = (1000 + 1100 + 1300 + 1600 + 20000) / 5 = 25000 / 5 = 5000 reais.

Parece lógico que, neste caso, a média aritmética não é a melhor medida de centralização para representar esse conjunto de dados, pois a maioria dos salários é bem menor que 5000 reais (há quatro trabalhadores que ganham bem menos que a média e somente um que ganha muito acima da média). O salário médio pode dar uma noção distorcida da realidade salarial de um grupo.

Em algumas situações a mediana é um número mais representativo. A mediana é o termo central do rol. Logo, escrevendo o rol dos dados numéricos dessa situação, temos:

(1000 ; 1100 ; 1300 ; 1600 ; 20000)

Logo, o termo central desse rol é "1300". Então a mediana é M_E=1300 ou seja, o salário mediano é igual a 1300 reais. Esse valor é mais representativo que o salário médio porque há dois trabalhadores que ganham menos que 1300 reais e os outros dois ganham acima de 1300 reais.

Considere agora que a empresa contratou um novo trabalhador com um salário de R$1.600,00. Nesse caso ficaríamos com um número par de dados numéricos. Como calcular a mediana nessa situação? A mediana, nesse

caso, seria a média aritmética dos termos centrais do rol, que agora tem 6 elementos.

(1000 ; 1100 ; 1300 ;1600; 1600 ; 20000)

Logo a mediana é dada por: $M_E = (1300 + 1600) / 2 = 1450$ reais.

Note que esse valor é mais coerente com a realidade salarial que o salário médio.

Salário Médio = (1000 + 1100 + 1300 + 1600 +1600 + 20000) / 6

Salário Médio = 26600 / 6 = 4433,33 reais.

O salário médio, nessa situação, ainda é superior ao salário de 5 dos 6 funcionários dessa empresa.

Generalizando:

Se n é ímpar, a mediana é o termo central do rol.

Se n é par, a mediana é a média aritmética dos termos centrais do rol.

Moda (M_o)

Voltemos ao exemplo 3, onde foram registradas as idades de 25 alunos de uma turma.

Numa turma foram registradas as idades de todos os 25 alunos. Há 5 alunos com 14 anos,10 alunos com 15 anos, 7 alunos com 16 anos e 3 alunos com 17 anos. Qual a frequência absoluta e a frequência relativa do número de alunos de 14 anos, 15 anos, 16 anos e 17 anos?

A idade de maior frequência é a de 15 anos. Por isso dizemos que a Moda dessa amostra é de 15 anos e indicamos $M_o = 15$.

Definição: Em uma amostra cujas frequências dos elementos não são todas iguais, chama-se moda, que se indica por M_o, todo elemento de maior frequência possível.

Exemplo 4

Na amostra (3; 4; 7; 3; 7; 9; 7) a moda é $M_o = 7$

Exemplo 5

Na amostra (9; 9; 5; 7; 10; 22; 1; 10) temos duas modas:

M_o = 9 e M_o = 10. (amostra bimodal)

Exemplo 6

Na amostra (1; 3; 5; 7; 9) não apresenta moda, pois todos os elementos têm a mesma frequência.

Exemplo 7.

No rol dos salários (1000; 1100 ; 1300 ;1600; 1600 ; 20000) a moda é M_0 = 1600, ou seja, o salário modal é igual a 1600 reais.

Exercícios

1) Os salários dos funcionários de uma empresa estão distribuídos da seguinte maneira: Há 5 trabalhadores com salários de 1000 reais, 2 trabalhadores com salários de 2000 reais, 2 trabalhadores com salários de 10000 reais e 1 trabalhador com salário de 50000 reais.

Determine o salário médio, o salário mediano e o salário modal.

Solução:

Salário médio =

(1000*5+2000*2+10000*2+50000*1)/(5+2+2+1)=

=(5000+4000+20000+50000)/10=79000/10= 7900 reais

Salário mediano: fazendo o rol dos salários, temos:

(1000; 1000; 1000; 1000; 1000; 2000; 2000; 10000; 10000; 50000)

Temos um rol com 10 termos, ou seja, um número par de termos. O salário mediano é a média aritmética dos termos centrais do rol, ou seja, a média aritmética do quinto e do sexto termo do rol.

Logo:

Salário mediano = (1000 + 2000) / 2 = 3000 / 2 = 1500 reais.

Salário modal é o salário mais frequente, ou seja, salário modal = 1000 reais (aparece 5 vezes).

2) (Enem) Depois de jogar um dado em forma de cubo e de faces numeradas de 1 a 6, por 10 vezes consecutivas, e anotar o número obtido em cada jogada, construiu-se a seguinte tabela de distribuição de frequências.
Número obtido: 1. Frequência: 4
Número obtido: 2. Frequência: 1
Número obtido: 4. Frequência: 2
Número obtido: 5. Frequência: 2
Número obtido: 6. Frequência: 1

A média, mediana e moda dessa distribuição de frequências são, respectivamente
a) 3, 2 e 1
b) 3, 3 e 1
c) 3, 4 e 2
d) 5, 4 e 2
e) 6, 2 e 4

Média = (1*4 + 2*1 + 4*2 + 5*2 + 6*1) / (4+1+2+2+1) = 30/10 = 3
Mediana (M_E)
Vamos escrever o rol dos valores: ROL: (1;1;1;1;2;4;4;5;5;6)

Como o rol tem 10 termos, a mediana é a média aritmética dos termos centrais desse rol, ou seja, o quinto e o sexto termo.

Logo, M_E = (2+4)/2 = 6/2 = 3

Moda é o número que aparece mais, ou seja, o de maior frequência.
Logo, moda = 1 (maior frequência)

Opção correta: [B]

3. (Enem) Na tabela, são apresentados dados da cotação mensal do ovo extra branco vendido no atacado, em Brasília, em reais, por caixa de 30 dúzias de ovos, em alguns meses dos anos 2007 e 2008.

Mês: Outubro. Cotação R$83,00. Ano 2007
Mês: Novembro. Cotação R$73,10. Ano 2007
Mês: Dezembro. Cotação R$81,60. Ano 2007
Mês: Janeiro. Cotação R$82,00. Ano 2008
Mês: Fevereiro. Cotação R$85,30. Ano 2008
Mês: Março. Cotação R$84,00. Ano 2008
Mês: Abril. Cotação R$84,60. Ano 2008

De acordo com esses dados, o valor da mediana das cotações mensais do ovo extra branco nesse período era igual a
a) R$ 73,10.
b) R$ 81,50.
c) R$ 82,00.
d) R$ 83,00.
e) R$ 85,30.
Solução:
CUIDADO: questão fácil, porém perigosa. Temos cinco termos, ou seja, um número ímpar de termos. A mediana é o termo central do rol, ou seja, temos que colocar esses valores em ordem não decrescente ou não crescente.

Escrevendo o rol:(73,10; 81,60; 82,00; 83,00; 84,00; 84,60; 85,30).

Logo, o termo central de uma sequência de 7 termos é o quarto termo, então: mediana = 83,00(termo central).

Opção correta: letra [D]