ANÁLISE COMBINATÓRIA II-GABARITO

Aluno(a): ______________________________________

Turma: ______________________________________

Professores: Edu / Vicente

____

1)(UNITAU) O número de maneiras que se pode escolher uma comissão de três elementos num conjunto de dez pessoas é:

a) 120. b) 210. c) 102. d) 220. e) 110.

SOLUÇÃO: $C_{10,3}$= 10x9x8/3x2x1 = 120

2)(ENEM) Estima-se que haja, no Acre, 209 espécies de mamíferos, distribuídas conforme a tabela a seguir.

grupos taxonômicos	número de espécies
Artiodáctilos	4
Carnívoros	18
Cetáceos	2
Quirópteros	103
Lagomorfos	1
Marsupiais	16
Perissodáctilos	1
Primatas	20
Roedores	33
Sirênios	1
Edentados	10
Total	209

T & C Amazônia, ano 1, n.º 3, dez/2003.

Deseja-se realizar um estudo comparativo entre três dessas espécies de mamíferos - uma do grupo Cetáceos, outra do grupo Primatas e a terceira do grupo Roedores.

O número de conjuntos distintos que podem ser formados com essas espécies para esse estudo é igual a

a) 1.320.

b) 2.090.

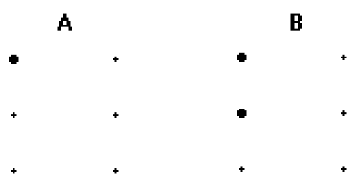
c) 5.845.

d) 6.600.

e) 7.245.

SOLUÇÃO: 2x2033 = 1320

3) (FUVEST-SP/ENEM 2005) A escrita Braille para cegos é um sistema de símbolos onde cada caractere é formado por uma matriz de 6 pontos dos quais pelo menos um se destaca em relação aos outros. Assim por exemplo:



Qual o número máximo de caracteres distintos que podem ser representados neste sistema de escrita?

a) 63 b) 89 c) 26 d) 720 e) 36

SOLUÇÃO: $2^6 - 1 = 63$

4) (UFU) Para participar de um campeonato de Futsal, um técnico dispõe de 3 goleiros, 3 defensores, 6 alas e 4 atacantes. Sabendo-se que sua equipe sempre jogará com 1 goleiro, 1 defensor, 2 alas e 1 atacante, quantos times diferentes o técnico poderá mon

a) 216 b) 432 c) 480 d) 540

SOLUÇÃO: 3 x 3 x $C_{6,2}$ x 4.

Como $C_{6,2}$ = 6x5/2x1 = 15, temos:

3 x 3 x 15 x 4 = 540

5)(FATEC - Adaptada) Seis pessoas, entre elas Julianelli e Felipe, vão ao cinema. Existem seis lugares vagos, alinhados e consecutivos. O número de maneiras distintas como as seis podem sentar-se sem que Julianelli e Felipe fiquem juntos é:

a) 720 b) 600 c) 480

d) 240 e) 120

SOLUÇÃO: TOTAL –(Julianelli e Felipe juntos)x 2.

Total: 6! = 6.5.4.3.2.1 = 720

Julianelli e Felipe Juntos: 5!.2 (5.4.3.2.1).2= 120. 2 = 240

Logo. Julianelli e Felipe separados: 720 – 240 = 480

6)(CEFET-MG) Numa recepção, há 40 homens e 30 mulheres. O número de apertos de mãos possíveis, sabendo-se que 70% das mulheres não se cumprimentam entre si, é

a) 1.435

b) 1.725

c) 2.205

d) 2.415

SOLUÇÃO: TOTAL –(apertos de mão que não acontecem com 70% das mulheres (70% de 30 = 21 mulheres).

Total: $C_{70,2}$ = (70 x 69 / 2 x 1) = 2415

Apertos que não acontecem: $C_{21,2}$ = 21 x 20 /2 x 1 = 210

Logo:2415 – 210 = 2205.

7) (FUVEST-SP) Em uma certa comunidade, dois homens sempre se cumprimentam (na chegada) com um aperto de mão e se despedem (na saída) com outro aperto de mão. Um homem e uma mulher se cumprimentam com um aperto de mão, mas se despedem com um aceno. Duas mulheres só trocam acenos, tanto para se cumprimentarem quanto para se despedirem.

Em uma comemoração, na qual 37 pessoas almoçaram juntas, todos se cumprimentaram e se despediram na forma descrita acima. Quantos dos presentes eram mulheres, sabendo que foram trocados 720 apertos de mão?

SOLUÇÃO: Considere "X " homens e "Y" mulheres tais que X + Y = 37, logo, Y = 37 – X .

Apertos de mão entre homens: 2 . $C_{X,2}$ = 2 . [X.(X-1)/2.1] =X^2 – X

Apertos de mão entre homens e mulheres:

X. Y= X. (37 – X) = 37X – X^2.

Logo: X^2 – X + 37X – X^2 = 720.

Então: 36X = 720; X = 20 homens e Y = 17 mulheres.

.

8) (UFRJ) Nove pessoas serão distribuídas em três equipes de três para concorrer a uma gincana.
O número de maneiras diferentes de formar as três equipes é menor do que 300?
SOLUÇÃO:
$[C_{9,3}.C_{6,3}.\ C_{3,3}]\ /\ 3! = 280 < 300.$

9)(UFMG/Adaptada) A partir de um grupo de oito pessoas, quer-se formar uma comissão constituída de quatro integrantes. Nesse grupo, incluem-se Julianelli e Felipe, que, sabe-se, não se relacionam um com o outro. Portanto, para evitar problemas, decidiu-se que esses dois, juntos, não deveriam participar da comissão a ser formada. Nessas condições, de quantas maneiras distintas se pode formar essa comissão?
a) 70
b) 35
c) 45
d) 55
SOLUÇÃO:
Comissões sem os dois = Total – Comissões com os dois.
Logo: $C_{8,4} - 1 \times 1 \times C_{6,2} = 70 - 15 = 55$

10) (UEG) A UEG realiza seu Processo Seletivo em dois dias. As oito disciplinas, Língua Portuguesa-Literatura Brasileira, Língua Estrangeira Moderna, Biologia, Matemática, História, Geografia, Química e Física, são distribuídas em duas provas objetivas, com quatro disciplinas por dia. No Processo Seletivo 2005/2, a distribuição é a seguinte:
- primeiro dia: Língua Portuguesa-Literatura Brasileira, Língua Estrangeira Moderna, Biologia e Matemática;
- segundo dia: História, Geografia, Química e Física.
A UEG poderia distribuir as disciplinas para as duas provas objetivas, com quatro por dia, de
a) 1.680 modos diferentes.
b) 256 modos diferentes.
c) 140 modos diferentes.
d) 128 modos diferentes.
e) 70 modos diferentes.
SOLUÇÃO: $C_{8,4}\ .\ C_{4,4} = 70$ modos diferentes T

11) (PUCCAMP) O cientista John Dalton é bastante conhecido pelas suas contribuições para a Química e a Física. Descreveu a forma e o uso de vários instrumentos de meteorologia, fazendo considerações sobre a variação da altura barométrica. Além disso, Dalton descreveu uma doença hereditária que o impossibilitava de distinguir a cor verde da vermelha. Essa doença hereditária, causada por um alelo recessivo ligado ao cromossomo X, recebeu o nome de daltonismo.
Dois daltônicos fazem parte de um grupo de 10 pessoas.
De quantas maneiras distintas pode-se selecionar 4 pessoas desse grupo, de maneira que haja pelo menos um daltônico entre os escolhidos?
a) 140 b) 240 c) 285 d) 336 e) 392
SOLUÇÃO: Comissões com pelo menos 1 daltônico = Total – Comissões sem daltônicos = $C_{10,4} - C_{8,4} = 210 - 70 = 140$.

12) (UFRJ) A mala do Dr. Z tem um cadeado cujo segredo é uma combinação com cinco algarismos, cada um dos quais podendo variar de 0 a 9. Ele esqueceu a combinação que escolhera como segredo, mas sabe que atende às condições:
a) se o primeiro algarismo é ímpar, então o último algarismo também é ímpar;
b) se o primeiro algarismo é par, então o último algarismo é igual ao primeiro;
c) a soma dos segundo e terceiro algarismos é 5.
Quantas combinações diferentes atendem às condições estabelecidas pelo Dr. Z?
SOLUÇÃO: (5 x 6 x 1 x 10 x 5) + (5 x 6 x 1 x 10 x 1)= 1500 + 300 = 1800

13) (FUVEST-SP) Num programa transmitido diariamente, uma emissora de rádio toca sempre as mesmas 10 músicas, mas nunca na mesma ordem. Para esgotar todas as possíveis seqüências dessas músicas serão necessários aproximadamente:
a) 100 dias. b) 10 anos. c) 1 século.
d) 10 séculos. e) 100 séculos.
SOLUÇÃO: Total de sequências = Total de dias = 10! = (10 x 9 x 8 x 7 x 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1) dias.
Como é um valor aproximado, vamos considerar 1 ano com 360 dias.
(10! / 360) =
= (10 x 9 x 8 x 7 x 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1/ 36 x 10) =
= (8 x 7 x 6 x 5 x 3 x 2) anos= 2520 anos.
Como 1 século = 100 anos, temos:
2520 / 25 = 100, 8 séculos, ou seja, aproximadamente 100 séculos.
Obs: É bom simplificar o que for possível para evitar "contas grandes".

14)(UFRN/CAICÓ) Um fenômeno raro em termos de data ocorreu às 20h02min de 20 de fevereiro de 2002. No caso, 20:02 20/02 2002 forma uma seqüência de algarismos que permanece inalterada se reescrita de trás para a frente. A isso denominamos capicua.
Desconsiderando as capicuas começadas por zero, a quantidade de capicuas formadas com cinco algarismos não necessariamente diferentes é
a) 120 b) 720 c) 900 d) 1000
SOLUÇÃO: 9 x 10 x 10 x 1 x 1 = 900 Capicuias.

15) (UFF) Diogo precisa que sua mulher, Cristina, retire dinheiro no caixa eletrônico e manda entregar-lhe o cartão magnético, acreditando que ela saiba qual é a senha. Cristina, entretanto, recorda que a senha, composta de seis algarismos distintos, começa por 75 - os dois algarismos finais indicativos do ano em que se casou com Diogo; lembra, ainda, que o último algarismo da senha é ímpar.
Determine o tempo máximo necessário para Cristina descobrir a senha da conta de Diogo, caso ela gaste 10 segundos no teste de cada uma das possíveis senhas.
A) 1h45min B) 15min C) 105 segundos D)2h50min
SOLUÇÃO: 1 x 1 x 7 x 6 x 5 x 3 = 630 senhas possíveis. Cada tentativa: 10 segundos. Logo: 630 x 10 = 6300 segundos. (6300 / 60) = 105 minutos ou 1h 45 minutos.

16) De quantos modos quatro casais podem sentar-se em torno de uma mesa circular, não sentando juntos dois homens e nem um homem com sua acompanhante?
SOLUÇÃO: (4! / 4) x 2 = 6 x 2 = 12

17) (Enem 2013) Considere o seguinte jogo de apostas:
Numa cartela com 60 números disponíveis, um apostador escolhe de 6 a 10 números. Dentre os números disponíveis, serão sorteados apenas 6. O apostador será premiado caso os 6 números sorteados estejam entre os números escolhidos por ele numa mesma cartela.
O quadro apresenta o preço de cada cartela, de acordo com a quantidade de números escolhidos.

Quantidade de números escolhidos em uma cartela	**Preço da cartela (R$)**
6	2,00
7	12,00
8	40,00
9	125,00
10	250,00

Cinco apostadores, cada um com R$500,00 para apostar, fizeram as seguintes opções:
- Arthur: 250 cartelas com 6 números escolhidos;
- Bruno: 41 cartelas com 7 números escolhidos e 4 cartelas com 6 números escolhidos;
- Caio: 12 cartelas com 8 números escolhidos e 10 cartelas com 6 números escolhidos;
- Douglas: 4 cartelas com 9 números escolhidos;
- Eduardo: 2 cartelas com 10 números escolhidos.

Os dois apostadores com maiores probabilidades de serem premiados são
a) Caio e Eduardo. b) Arthur e Eduardo.
c) Bruno e Caio. d) Arthur e Bruno.
e) Douglas e Eduardo.
SOLUÇÃO: Artur: 250 cartelas de 6 números
Bruno: 41. $C_{7,6}$ + 4 = 41 x 7 + 4 = 287 + 4 = 291 cartelas de 6 números.
Caio: 12 . $C_{8,6}$ + 10 = 12 x 28 + 10 = 336 + 10 = 346 cartelas de 6 números
Douglas: 4 . $C_{9,6}$ = 4 x 84 = 336 cartelas com 6 números.
EDUARDO: 2 . $C_{10,6}$ = 2 x 210 = 420 cartelas com 6 números.
RESPOSTA: CAIO E EDUARDO

18) . (Enem 2013) Um banco solicitou aos seus clientes a criação de uma senha pessoal de seis dígitos, formada somente por algarismos de 0 a 9, para acesso à conta-corrente pela internet.
Entretanto, um especialista em sistemas de segurança eletrônica recomendou à direção do banco recadastrar seus usuários, solicitando, para cada um deles, a criação de uma nova senha com seis dígitos, permitindo agora o uso das 26 letras do alfabeto, além dos algarismos de 0 a 9. Nesse novo sistema, cada letra maiúscula era considerada distinta de sua versão minúscula. Além disso, era proibido o uso de outros tipos de caracteres.
Uma forma de avaliar uma alteração no sistema de senhas é a verificação do coeficiente de melhora, que é a razão do novo número de possibilidades de senhas em relação ao antigo.
O coeficiente de melhora da alteração recomendada é

a) $\dfrac{62^6}{10^6}$

b) $\dfrac{62!}{10!}$

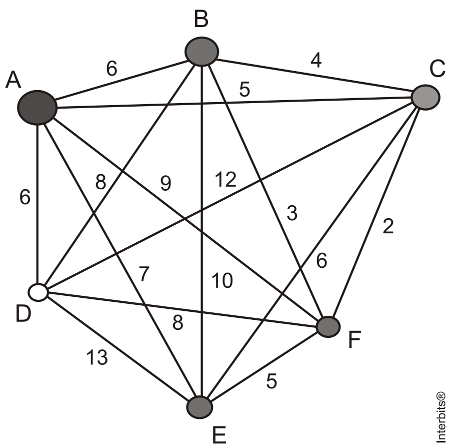
c) $\dfrac{62!\,4!}{10!\,56!}$

d) $62! - 10!$

e) $62^6 - 10^6$

SOLUÇÃO: SENHA NOVA: 26 letras maiúsculas + 26 letras minúsculas + 10 algarismos = 62 caracteres.
Número de senhas: 62 x 62 x 62 x 62 x 62 x 62 = 62^6
SENHA ANTIGA: Apenas 10 algarismos.
Número de senhas: 10 x 10 x 10 x 10 x 10x 10 = 10^6 .
Logo: coeficiente de melhora igual 62^6 / 10^6.

19. (Enem 2010) João mora na cidade A e precisa visitar cinco clientes, localizados em cidades diferentes da sua. Cada trajeto possível pode ser representado por uma sequência de 7 letras. Por exemplo, o trajeto ABCDEFA, informa que ele saíra da cidade A, visitando as cidades B, C, D, E e F nesta ordem, voltando para a cidade A. Além disso, o número indicado entre as letras informa o custo do deslocamento entre as cidades. A figura mostra o custo de deslocamento entre cada uma das cidades.



Como João quer economizar, ele precisa determinar qual o trajeto de menor custo para visitar os cinco clientes.
Examinando a figura, percebe que precisa considerar somente parte das sequências, pois os trajetos ABCDEFA e AFEDCBA têm o mesmo custo. Ele gasta 1 min30s para examinar uma sequência e descartar sua simétrica, conforme apresentado.
O tempo mínimo necessário para João verificar todas as sequências possíveis no problema é de
a) 60 min. b) 90 min. c) 120 min.
d) 180 min. e) 360 min.
SOLUÇÃO: 5! / 2 = 120 /2 = 60 sequências
Como ele gasta 1,5 minutos para analisar cada sequência:
60 x 1,5 minutos = 90 minutos.

20. .(Fgv 2011) As saladas de frutas de um restaurante são feitas misturando pelo menos duas frutas escolhidas entre: banana, laranja, maçã, abacaxi e melão.

Quantos tipos diferentes de saladas de frutas podem ser feitos considerando apenas os tipos de frutas e não as quantidades?

a) 26 b) 24 c) 22 d) 30 e) 28

SOLUÇÃO:

Duas frutas: $C_{5,2} = 10$ saladas

Três frutas: $C_{5,3} = 10$ saladas

Quatro frutas: $C_{5,4} = 5$ saladas

$C_{5,5} = 1$ salada

Total: 10 + 10 + 5 + 1 = 26 saladas diferentes.

GABARITO:

1) A
2) A
3) A
4) D
5) C
6) C
7) 17
8) 280, portanto, menor que 300.
9) D
10) E
11) A
12) 1800
13) E
14) C
15) A
16) 12
17) A
18) A
19)B
20)A