Prof.Walter Tadeu Nogueira da Silveira
www.professorwaltertadeu.mat.br

## Prícipio Fundamental da Contagem - Gabarito

1) De quantas maneiras posso me vestir escolhendo uma entre duas calças, uma entre três blusas e um entre dois pares de sapato?

**Solução. O número de maneiras é o produto: 2 x 3 x 2 = 12.**

2) Em uma escola, determinado professor chega ao colégio e pretende ir para a sala de aula. Para isso, ele precisa subir um andar para pegar seu material na sala dos professores e depois subir outro andar para chegar na sala de aula. Os andares podem ser acessados por elevador, escada ou rampa.

a) De quantas maneiras distintas ele pode fazer esse trajeto?

**Solução. O número de maneiras é o produto: 3 (1º andar) x 3 (2º andar) = 9.**

b) E se o professor não quiser subir da sala do primeiro andar para o segundo da mesma maneira que subir do térreo para o primeiro andar?

**Solução. Nesse caso há 3 casos com 2 opções em cada:**

**i) (Elevador – Escada) ou (Elevador – Rampa); ii) (Escada – Elevador) ou (Escada – Rampa);**

**iii) (Rampa – Elevador) ou (Rampa – Escada).**

**Logo, 3 x 2 = 6 formas diferentes.**

3) Para ir de casa para a universidade, Leonar tem 4 opções de meio de transporte: Ônibus, metrô, uber ou seu próprio carro. Caso ele vá com seu próprio carro, ele precisará voltar com ele para casa, além disso, ele só poderá voltar com seu próprio carro para casa se tiver ido com ele. Caso ele vá utilizando outro meio de transporte, poderá voltar usando o mesmo ou outro diferente, mas não o seu próprio carro. De quantas maneiras diferentes Leonar pode ir para a universidade e voltar para casa?

**Solução. Há 2 casos a considerar:**

**i) Vai e volta de carro: Só há uma possibilidade;**

**ii) Não utilizando carro: Ida possui 3 formas e volta, também. Logo, 3 x 3 = 9.**

**No total, portanto, há (9 + 1) = 10 formas diferentes.**

4) Nathália e Leonar são casados. Ela tem 3 amigas heterossexuais solteiras: Karine, Laura e Gabriela. Ele, por sua vez, tem 5 amigos heterossexuais solteiros: Bruno, Frederico, Igor, Vinicius e Marcos. Determinados a formar um casal, eles marcam um jantar com esses 8 convidados. De quantas maneiras distintas essa noite pode terminar com um casal formado?

**Solução. Há 3 x 5 = 15 formas distintas.**

5) Em um restaurante, na hora do almoço, um "prato executivo" é montado escolhendo-se um item de cada um dos grupos a seguir:

| | |
|---|---|
| I - Proteína:<br>• Medalhões de filé<br>• Peito de frango<br>• Hambúrguer de soja<br>• Filé de peixe<br>II – Salada:<br>• salada verde<br>• salada caprese | III – Acompanhamento:<br>• Arroz<br>• Purê de mandioca<br>• Batata frita<br>IV – Molho:<br>• Molho de queijo<br>• Molho de especiarias |

**Solução. Há 4 x 2 x 3 x 2 = 48 formas distintas.**

6) A primeira fase da prova da OBMEP de 2016 foi composta por 20 questões de múltipla escolha com 5 opções em cada uma delas. De quantas maneiras distintas podemos preencher o cartão de respostas?

**Solução. Cada uma das 20 questões pode ser respondida de 5 formas diferentes.**

**Logo, Há (5).(5).(5).(5)....(5) = $5^{20}$ formas diferentes.**

7) Quantos números de cinco algarismos existem?

**Solução. São 10 algarismos possíveis. Com as restrições necessárias, temos:**

| d.m | u.m | c.s | d.s | u.s |
|---|---|---|---|---|
| 9 possib. | 10 possib. | 10 possib. | 10 possib. | 10 possib. |
| (Não pode zero) | | | | |

**Há, portanto, 9 x 10 x 10 x 10 x 10 = 90 000 números de cinco algarismos.**

8) Quantos números de cinco algarismos distintos existem?

**Solução. São 10 algarismos possíveis. Com as restrições necessárias, temos:**

| d.m | u.m | c.s | d.s | u.s |
|---|---|---|---|---|
| 9 possib. | 9 possib. | 8 possib. | 7 possib. | 6 possib. |
| (Não pode zero) | (Já pode zero) | | | |

**Há, portanto, 9 x 9 x 8 x 7 x 6 = 27 216 números de cinco algarismos distintos.**

9) Quantos números ímpares de cinco algarismos existem?

**Solução. São 10 algarismos possíveis. Com as restrições necessárias, temos:**

| d.m | u.m | c.s | d.s | u.s |
|---|---|---|---|---|
| 9 possib. | 10 possib. | 10 possib. | 10 possib. | 5 possib. |
| (Não pode zero) | | | | 1 |
| | | | | 3 |
| | | | | 5 |
| | | | | 7 |
| | | | | 9 |

**Há, portanto, 9 x 10 x 10 x 10 x 5 = 45 000 números ímpares de cinco algarismos.**

10) Quantos números ímpares de cinco algarismos distintos existem?

**Solução. São 10 algarismos possíveis. Com as restrições necessárias, temos:**

| d.m | u.m | c.s | d.s | u.s |
|---|---|---|---|---|
| 8 possib. | 8 possib. | 7 possib. | 6 possib. | 5 possib. |
| (Não pode zero) | | | | 1 |
| (Não pode o ímpar usado) | | | | 3 |
| | | | | 5 |
| | | | | 7 |
| | | | | 9 |

**Há, portanto, 8 x 8 x 7 x 6 x 5 = 13 440 números ímpares de cinco algarismos distintos.**

11) Quantos números pares de cinco algarismos existem?

**Solução. O total de pares será a diferença: 90 000 – 45 000 = 45 000.**

12) Quantos números pares de cinco algarismos distintos existem?

**Solução. Consideramos 2 casos: O zero ocupa a unidade simples e ocupa outra ordem diferente da dezena de milhar e unidade simples.**

**Caso 1: Há 9 x 8 x 7 x 6 x 1 = 3 024 números.**

| d.m | u.m | c.s | d.s | u.s |
|---|---|---|---|---|
| 9 possib. | 8 possib. | 7 possib. | 6 possib. | 1 possib. |
| (Não pode zero) | | | | 0 |

**Caso 2: Há 8 x 8 x 7 x 6 x 4 = 10 752 números.**

**Total: 3 024 + 10 752 = 13 776 pares distintos.**

| d.m | u.m | c.s | d.s | u.s |
|---|---|---|---|---|
| 8 possib. | 8 possib. | 7 possib. | 6 possib. | 4 possib. |
| (Não pode zero) | | | | 2 |
| (Não pode o par usado) | | | | 4 |
| | | | | 6 |
| | | | | 8 |

13) Uma bandeira é formada por 6 listras que podem ser coloridas de amarelo, verde, marrom ou preto. Duas listras seguidas não podem ter a mesma cor. Sendo assim, de quantas maneiras distintas a bandeira pode ser colorida?

**Solução. São quatro cores diferentes. Observando as restrições, temos:**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 4 possib. | 3 possib. (não pode utilizar a cor anterior) | 3 possib. (não pode utilizar a cor anterior) | 3 possib. (não pode utilizar a cor anterior) | 3 possib. (não pode utilizar a cor anterior) | 3 possib. (não pode utilizar a cor anterior) |

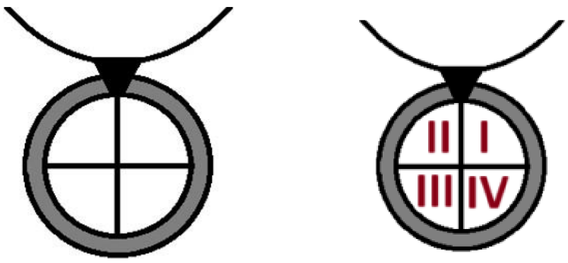
**Há, portanto, 4 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3 = 4 x 243 = 972 formas diferentes.**

**Exercícios propostos**

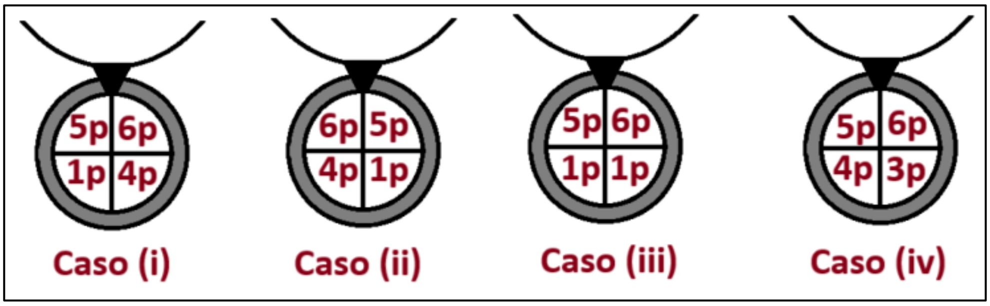
1) No Brasil, as placas dos carros são compostas por três letras (entre as 26 do alfabeto) seguidas de quatro algarismos. Quantas placas distintas podem existir?

**Solução. Há 26 x 26 x 26 x 10 x 10 x 10 x 10 = 175 760 000 placas.**

2) Uma joalheria produz pingentes redondos que são divididos em 4 setores circulares, cada um com uma pedra. Essas pedras são escolhidas entre ametista, citrino, esmeralda, rubi, safira e turmalina. Dois setores adjacentes não podem ser preenchidos com o mesmo tipo de pedra. Quantos pingentes distintos podem ser fabricados?




**Solução. Considere as reigões pintadas como quadrantes. Temos os seguintes casos:**




**i) Os quadrantes I e III possuem cores iguais e os quadrantes II e IV possuem cores diferentes.**

**Há 6 x 5 x 4 x 1 = 120 possibilidades.**

**ii) Os quadrantes I e III possuem cores diferentes e os quadrantes II e IV possuem cores iguais.**

**Há 6 x 5 x 4 x 1 = 120 possibilidades.**

**iii) Os quadrantes I e III possuem cores iguais e os quadrantes II e IV possuem cores iguais (diferentes das cores de I e III).**

**Há 6 x 5 x 1 x 1 = 30 possibilidades.**

**iv) Os quadrantes I, II, III e IV possuem cores.**

**Há 6 x 5 x 4 x 3 = 360 possibilidades.**

**Total: 120 + 120 + 30 + 360 = 630 formas diferentes de pintar.**

3) De um baralho comum (de 52 cartas) serão extraídas duas cartas. Quantas sequências distintas podem ser obtidas sendo a primeira delas uma dama e a segunda uma carta de espadas? E se a primeira carta for reposta?

**Solução. Há 13 naipes (ouro, copas, paus e espadas). Analisando os casos temos:**

**i) A primeira é dama e a segunda uma carta de espadas: Temos dois casos.**

**1º caso: A dama não é de espadas. Então há 3 possibilidades para a dama e 13 para as cartas de espada. Logo, há 3 x 13 = 39 possibilidades;**

**2º caso: A dama retirada é de espadas: Há 1 possibilidade para a dama e 12 para as cartas de espadas. Logo, há 1 x 12 = 12 possibilidades;**

**Somando os casos temos 12 + 39 = 51 casos.**

**ii) A primeira é dama e a segunda uma carta de espadas com reposição:**

**Nesse caso temos 4 possibilidades para a dama como primeira carta e 13 para a retirada da carta de espadas (a dama voltou ao baralho). Logo, 4 x 13 = 52 possibilidades.**

4) Quantos números de 5 algarismos distintos escolhidos entre {1, 2, 6, 7, 9} são maiores que 60.000?

**Solução. Qualquer número com 6, 7 ou 9 na dezena de milhar será maior que 60 000.**

**Logo, temos, observando a restrição, 3 x 4 x 3 x 2 x 1 = 72 possibilidades.**

5) Quantos números de 5 algarismos distintos escolhidos entre {2, 3, 5, 7, 8} são maiores que 52.378?

**Solução. Temos vários casos:**

**i) Mantendo os algarismos da dezenas e da unidade de milhar temos 5 números: 52 387, 52 738, 52 783, 52 837 e 52 873.**

**ii) Mantendo 5 na dezena de milhar e 3 na unidade de milhar temos: 53 _ _ _ (permutação de 2, 8, 7), totalizando 3! = 6 números. O mesmo ocorre para 57 _ _ _ e 58 _ _ _. Logo, 3 x 6 = 18 números.**

**iii) Mantendo 7 ou 8 na dezena de milhar, temos 7 (8) _ _ _ _ (permutação de 2, 3, 5, 7). Logo, 2 x 4! = 48.**

**O total, portanto, é 5 + 18 + 48 = 71 números.**

6) Quantos números de 4 algarismos tem pelo menos dois algarismos iguais?

**Solução. O complementar de "pelo menos dois algarismos iguais" é "nenhum algarismo igual". Dessa forma, temos:**

**i) Total de números de 4 algarismos: 9 x 10 x 10 x 10 = 9 000;**

**ii) Total de números com 4 algarismos diferentes: 9 x 9 x 8 x 7 = 4 536;**

**Logo, o total de números com pelo menos dois iguais é: 9 000 – 4 536 = 4 464.**

7) Em relação ao número 75.600 responda:

**Solução. Observando a decomposição em fatores primos, temos: $2^4$ x $3^3$ x $5^2$ x 7.**

| | |
|---|---|
| 75600 | 2 |
| 37800 | 2 |
| 18900 | 2 |
| 9450 | 2 |
| 4725 | 3 |
| 1575 | 3 |
| 525 | 3 |
| 175 | 5 |
| 35 | 5 |
| 7 | 7 |
| 1 | |

a) Quantos são os seus divisores positivos?

**Adicionando 1 aos expoentes e multiplicando, temos:**

**(4 + 1).(3 + 1).(2 + 1).(1 + 1) = 5 x 4 x 3 x 2 = 120 divisores positivos.**

b) Quantos são os seus divisores positivos e pares?

**Considerando $2^x$ x $3^y$ x $5^w$ x $7^u$ para que os divisores sejam pares, o fator 2 deve aparecer. Logo, x = 0 não é possível. Para o restante não há restrição.**

**O total será então 4 x 4 x 3 x 2 = 96 divisores pares.**

**OBS: Outra solução seria retirar do total os divisores positivos ímpares, calculados sem o fator 2: 120 – (4 x 3 x 2) = 120 – 24 = 96.**

c) Quantos são os seus divisores positivos e múltiplos de 10?

**Para ser múltiplo de 10 os fatores 2 e 5 precisam estar na fatoração. O restante não influi. Temos: 4 x 4 x 2 x 2 = 64 múltiplos de 10.**

**OBS: Poderíamos na decomposição inicial ter dividido por (2 x 5) = $\frac{2^4.3^3.5^2.7^1.}{2\times5}$ = $2^3$ x $3^3$ x 5 x 7 e aplicado a regra de adição de 1 aos expoentes: (3 + 1).(2 + 1).(1 + 1).(1 + 1) = 4 x 4 x 2 x 2 = 64.**

d) Quantos são os seus divisores positivos e quadrados perfeitos?

**Solução. Para ser quadrado perfeito os expoentes devem ser pares.**

**Dessa forma x = 0, 2 ou 4, y = 0 ou 2, w = 0 ou 2 e u = 0: Total 3 x 2 x 2 x 1 = 12 divisores quadrados perfeitos.**

<u>**Exercícios de Fixação**</u>

1) (UFF-2008) A comunicação eletrônica se tornou fundamental no nosso cotidiano, mas infelizmente, todo dia recebemos muitas mensagens indesejadas: propagandas, promessas de emagrecimento imediato, propostas de fortuna fácil, correntes, etc.

Isto está se tornando um problema para os usuários da internet, pois o acúmulo de “lixo” nos computadores compromete o desempenho da rede.

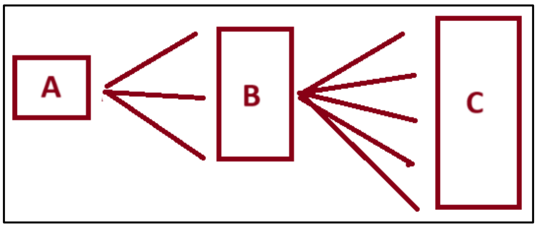
Pedro iniciou uma corrente enviando uma mensagem pela internet a dez pessoas, que por sua vez, enviaram, cada uma, a mesma mensagem a outras dez pessoas. E estas, finalizando a corrente, enviaram, cada uma, a mesma mensagem a outras dez pessoas.
O número máximo de pessoas que receberam a mensagem enviada por Pedro é igual a:

(A) 30 (B) 110 (C) 210 **(D)** 1110 (E) 11110

**Solução. No primeiro envio 10 pessoas receberam a mensagem. Como cada uma enviou 10, temos que 10 x 10 = 100 pessoas receberam o segundo envio e 10 x 100 = 1 000 pessoas receberam o terceiro envio. Assim, 1 000 + 100 + 10 = 1 110 pessoas receberam a mensagem no total.**

2) Três rodovias distintas ligam a cidade A e a cidade B. Cinco rodovias distintas ligam as cidades B e C. De quantas maneiras distintas podemos ir da cidade A para a cidade C, passando pela cidade B?

**Solução. Há um total de 3 x 5 = 15 maneiras distintas.**




3) Uma loja especializada em chocolates produz bombons recheados com uma camada de chocolate. Esse recheio pode ser de nozes, castanha de caju, pistache, brigadeiro, creme de avelã ou coco, já o chocolate pode ser branco, ao leite ou amargo. Quantos bombons distintos podem ser preparados?

**Solução. Há 6 x 3 = 18 bombons distintos.**

4) O Etios Cross Modelo 2017 pode ser comprado com câmbio manual ou automático. A cor

deve ser escolhida entre Branco Bossa Nova, Prata Lua Nova, Prata Premium, Azul Journey, Vermelho Fúria, Cinza Cosmopolitan, Preto Infinito ou Branco Perolizado. De quantas maneiras distintas esse carro pode ser montado?

**Solução. Há $2 \times 8 = 16$ formas distintas de montar o carro.**

5) Uma sala tem 6 lâmpadas que podem ser acesas de forma independente. De quantas maneiras distintas essa sala pode ser iluminada?

**Solução. Cada lâmpada pode estar de 2 formas diferentes: acesa ou apagada. A única forma que não pode ocorrer é tods apagadas. Então o total é $(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) - 1 = 64 - 1 = 63$.**

6) Na cidade A os telefones móveis são compostos por 9 dígitos. Dalva comprou um celular em determinada operadora dessa cidade que usa para o primeiro dígito o número 9 e para o segundo dígito o número 9, e para o terceiro dígito 7, 8 ou 9. Mais tarde, ao chegar em casa, esqueceu o número do seu celular novo, mas lembrava que os quatro últimos dígitos dele formavam o ano de nascimento dela. Com essa configuração, quantas opções de números de telefone são possíveis para Dalva?

**Solução. Há 3 possibilidades para o terceiro dígito, 10 possibilidades para cada um dos dígitos que ocupam a quarta e quinta posição. As quatro últimas posições, Dalva sabe pois representam o ano de seu nascimento. Logo, há $3 \times 10 \times 10 = 300$ opções de números.**

| 1º dígito | 2º dígito | 3º dígito | 4º dígito | 5º dígito | 6º dígito | 7º dígito | 8º dígito | 9º dígito |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9 | 9 | 3 possib. | 10 possib. | 10 possib. | ano do nascimento de Dalva. | | | |

7) Uma prova tem 10 sentenças que devem ser classificadas em verdadeiras ou falsas. De quantas maneiras distintas podemos responder a prova?

**Solução. Cada uma das 10 setenças possui duas possibilidades. O total será $2 \times 2 \times 2 \ldots \times 2 = 2^{10} = 1\,024$.**

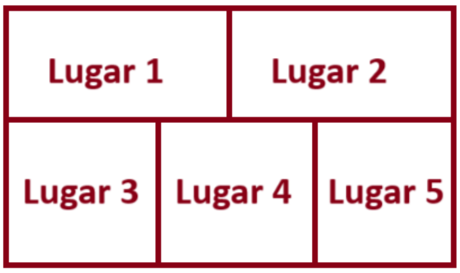
8) (Fundamentos de Matemática Elementar) Duas pessoas, Antônio e Benedito, praticam um jogo no qual em cada partida há um único vencedor. O jogo é praticado até que um deles ganhe duas partidas consecutivas ou quatro partidas tenham sido jogadas, o que ocorrer primeiro. Quais as sequências possíveis de ganhadores?

**Solução. As possibilidades são, consideranro (A = Antônio vence e B = Benedito vence):**

**AA, BB, ABB, BAA, ABAA, BABB, ABAB, BABA.**

9) Um carro possui 5 lugares, um para o motorista, um ao lado do motorista e três no banco traseiro. Uma família é composta por um casal, dois filhos adolescentes e filho de 5 anos. De quantas maneiras distintas eles podem se distribuir no carro sabendo que nenhum dos filhos pode dirigir e que a criança de 5 anos não pode sentar no banco da frente?

**Solução. Identificando os adultos como P (pai), M (máe), A1, A2, A3 os filhos adolescentes e F, o filho de 5 anos, temos:**




**O filho F tem 3 possibilidades de escolha (Lugar 3, 4 ou 5). Há duas possibilidades para ocupar o Lugar 1 (motorista). Uma vez essas restrições satisfeitas, sobram $3 \times 2 \times 1$ possibilidades para ocupar os lugares restantes. Dessa forma temos: $3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 1 = 36$ maneiras distintas.**

10) Determine o valor de x sabendo que o número $N = 18.10^x$ possui 36 divisores positivos.

**Solução. Representando N somente com fatores primos, temos:**

**i) $N = 2 \times 3^2 \times (2 \times 5)^x = 2 \times 3^2 \times 2^x \times 5^x = 2^{x+1} \times 3^2 \times 5^x$;**

**ii) Utilizando a infomação do número de divisores, temos:**

**$[(x + 1) + 1].(2 + 1).(x + 1) = 36 \Rightarrow (x + 2).(x + 1).(3) = 36 \Rightarrow (x + 2).(x + 1) = 12 \Rightarrow x^2 + 2x + 2 - 12 = 0 \Rightarrow$**

**$\Rightarrow x^2 + 2x - 10 = 0 \Rightarrow (x + 5).(x - 2) = 0 \Rightarrow x = -5$ (não satisfaz) e $x = 2$.**

11) (ENEM 2004) No Nordeste brasileiro, é comum encontrarmos peças de artesanato constituídas por garrafas preenchidas com areia de diferentes cores, formando desenhos. Um artesão deseja fazer peças com areia de cores cinza, azul, verde e amarela, mantendo o mesmo desenho, mas variando as cores da paisagem (casa, palmeira e fundo), conforme a figura.


O fundo pode ser representado nas cores azul ou cinza; a casa, nas cores azul, verde ou amarela; e a palmeira, nas cores cinza ou verde. Se o fundo não pode ter a mesma cor nem da casa nem da palmeira, por uma questão de contraste, então o número de variações que podem ser obtidas para a paisagem é:

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

**Solução. Para o fundo cinza, a casa pode ser pintada de 3 cores diferentes e a palmeira, uma cor (cinza não pode). Logo, 1 x 3 = 3 possibilidades.**

**Para o fundo azul, a casa pode sr pintada de 2 cores diferentes (azul não pode) e a palmeira, 2 cores.**

**Logo, há 2 x 2 = 4 possibilidades. Dessa forma há, no total, 3 + 4 = 7 variações.**

12) (ENEM 2011) O setor de recursos humanos de uma empresa vai realizar uma entrevista com 120 candidatos a uma vaga de contador. Por sorteio, eles pretendem atribuir a cada candidato um número, colocar a lista de números em ordem numérica crescente e usá-la para convocar os interessados. Acontece que, por um defeito do computador, foram gerados números com 5 algarismos distintos e em nenhum deles apareceram dígitos pares. Em razão disso, a ordem de chamada do candidato que tiver recebido o número 75.913 é:

(A) 24. (B) 31. (C) 32. (D) 88. (E) 89.

**Solução. Ordenando os números, temos:**

**i) Com 1, 3 ou 5 na dezena de milhar, permutamos os quatro algarismos restantes.**

**(3 possib) _ _ _ _ = 3 x 4! = 3 x 24 = 72.**

**ii) Com 7 na dezena de milhar, e com 1 ou 3 na unidade de milhar, podemos permutar os três restantes:**

**(1 possib).(2 possib) _ _ _ = 1 x 2 x 3! = 1 x 2 x 6 = 12.**

**iii) Com 7 na dezena de milhar e 5 na unidade de milhar temos: 75 139, 75 193, 75 319, 75 391 e 75 913.**

**Como 72 + 12 + 5 = 89 essa é a posição do número 75 913.**

13) (ENEM 2012) O diretor de uma escola convidou os 280 alunos de terceiro ano a participarem de uma brincadeira. Suponha que existem 5 objetos e 6 personagens em uma casa de 9 cômodos; um dos personagens esconde um dos objetos em um dos cômodos da casa. O objetivo da brincadeira é adivinhar qual objeto foi escondido por qual personagem e em qual cômodo da casa o objeto foi escondido.
Todos os alunos decidiram participar. A cada vez um aluno é sorteado e dá sua resposta. As respostas devem ser sempre distintas das anteriores, e um mesmo aluno não deve ser sorteado mais de uma vez. Se a resposta do aluno estiver correta, ele é declarado vencedor e a brincadeira é encerrada.

O diretor sabe que algum aluno acertará a resposta porque há:

a) 10 alunos a mais do que as possíveis respostas distintas.

b) 20 alunos a mais do que as possíveis respostas distintas.

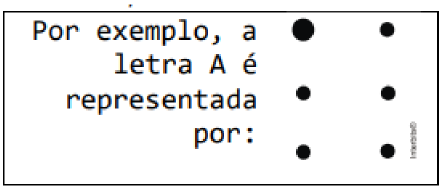
c) 119 alunos a mais do que as possíveis respostas distintas.

d) 260 alunos a mais do que as possíveis respostas distintas.

e) 270 alunos a mais do que as possíveis respostas distintas.

**Solução. Há 5 x 6 x 9 = 270 possibilidades de respostas. Esse valor é 10 a menos que o número de alunos.**

14) (ENEM) A escrita Braile para cegos é um sistema de símbolos no qual cada caractere é um conjunto de 6 pontos dispostos em forma retangular, dos quais pelo menos um se destaca em relação aos demais.



O número total de caracteres que podem ser representados no sistema Braile é

(A) 12 (B) 31 (C) 36 **(D)** 63 (E) 720

**Solução. Cada uma das seis posições de cada caracter tem duas representações possíveis: um ponto grande ou um ponto pequeno. A única possibilidade que não pode ocorrer é quando não há um ponto em destaque (todos os pontos pequenos). Logo há $2^6 - 1 = 64 - 1 = 63$ caracteres.**

**OBS: Outra solução seria a soma de cada possibilidade de destaques (pontos maiores):**

**i) 1 ponto se destaca: C(6,1) = 6;** **ii) 2 pontos se destacam: C(6,2) = $\frac{6!}{2!.4!} = \frac{6.5.4!}{2.4!} = 15$;**

**iii) 3 pontos se destacam: C(6,3) = $\frac{6!}{3!.3!} = \frac{6.5.4.3!}{6.3!} = 20$;**

**iv) 4 pontos se destacam: C(6,4) = $\frac{6!}{2!.4!} = 15$;** **v) 5 pontos se destacam: C(6,5) = $\frac{6.5!}{1!.5!} = 6$;**

**vi) 6 pontos se destacam: C(6,6) = 1. Total: 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1 = 63.**

15) (UFES) Em um grupo de 60 mulheres e 40 homens existem exatamente 25 mulheres e 12 homens que tocam algum instrumento musical. De quantas maneiras podemos formar uma dupla de um homem e uma mulher de modo que pelo menos uma das pessoas da dupla toque algum instrumento?

(A) 300 (B) 720 (C) 1000 **(D)** 1420 (E) 1720

**Solução. Utilizando o complementar, temos:**

**i) Total de duplas possíveis: 60 x 40 = 2 400.**

**ii) Duplas onde nenhuma pessoa toca algum instrumento: (60 – 25 ) x (40 – 12 ) = 35 x 28 = 980.**

**Total de duplas que pelo menos uma pessoa toca algum instrumento: 2 400 – 980 = 1 420.**

16) (UERJ 2008) Uma bicicleta de marchas tem três engrenagens na coroa, que giram com o pedal, e seis engrenagens no pinhão, que giram com a roda traseira. Observe a bicicleta abaixo e as tabelas que apresentam os números de dentes de cada engrenagem, todos de igual tamanho.


| Engrenagens da coroa | no de dentes |
|---|---|
| 1a | 49 |
| 2a | 39 |
| 3a | 27 |

| Engrenagens do pinhão | no de dentes |
|---|---|
| 1a | 14 |
| 2a | 16 |
| 3a | 18 |
| 4a | 20 |
| 5a | 22 |
| 6a | 24 |

Cada marcha é uma ligação, feita pela corrente, entre uma engrenagem da coroa e uma do pinhão.
Um dente da 1ª engrenagem da coroa quebrou. Para que a corrente não se desprenda com a bicicleta em movimento, admita que a engrenagem danificada só deva ser ligada à 1ª ou à 2ª engrenagem do pinhão.
Nesse caso, o número máximo de marchas distintas que podem ser utilizadas para movimentar a bicicleta é de:

(A) 10 (B) 12 **(C)** 14 (D) 16

**Solução. De acordo com a orientação, acordo com a orientação a 1ª engrenagem da coroa só possui duas possibilidades para o pinhão (1ª e 2ª). A 2ª e a 3ª engrenagem podem ser ligadas às 6 do pinhão. Logo, 2 x 6 = 12 possibilidades. No total, portanto, temos 2 + 12 = 14 marchas possíveis.**

17) (ENEM) O código de barras, contido na maior parte dos produtos industrializados, consiste num conjunto de várias barras que podem estar preenchidas com cor escura ou não. Quando um leitor óptico passa sobre essas barras, a leitura de uma barra clara é convertida no número 0 e a de uma barra escura, no número 1. Observe a seguir um exemplo simplificado de um código em um sistema de código com 20 barras.

Se o leitor óptico for passado da esquerda para a direita irá ler: 01011010111010110001
Se o leitor óptico for passado da direita para a esquerda irá ler: 10001101011101011010
No sistema de código de barras, para se organizar o processo de leitura óptica de cada código, deve-se levar em consideração que alguns códigos podem ter leitura da esquerda para a direita igual à da direita para a esquerda, como o código 00000000111100000000, no sistema descrito acima.

Em um sistema de códigos que utilize apenas cinco barras, a quantidade de códigos com leitura da esquerda para a direita igual à da direita para a esquerda, desconsiderando-se todas as barras claras ou todas as escuras, é

(A) 14. (B) 12. (C) 8. **(D)** 6. (E) 4.

**Solução. Os casos possíveis são 6: (00100), (01110), (10101), (11011), (10001) e (01010).**

18) (UERJ) Ana dispunha de papéis com cores diferentes. Para enfeitar sua loja, cortou fitas desses papéis e embalou 30 caixinhas de modo a não usar a mesma cor no papel e na fita, em nenhuma das 30 embalagens.
A menor quantidade de cores diferentes que ela necessitou utilizar para a confecção de todas as embalagens foi igual a:

(A) 30 (B) 18 **(C)** 6 (D) 3

**Solução. Considerando as cores como c1, c2, c3, c4, c5 e c6, basta que Ana use o procedimento:**
**i) Para uma caixa escolha uma das 6 cores para o papel e para as fitas cada uma das 5 cores restantes.**
**Nesse caso temos 1 x 5 = 5 possibilidades para cada cor. Veja os casos abaixo, totalizando 30.**

| Cor no papel | cor da fita |
|---|---|
| | c2 |
| | c3 |
| c1 | c4 |
| | c5 |
| | c6 |

| Cor no papel | cor da fita |
|---|---|
| | c1 |
| | c3 |
| c2 | c4 |
| | c5 |
| | c6 |

| Cor no papel | cor da fita |
|---|---|
| | c1 |
| | c2 |
| c3 | c4 |
| | c5 |
| | c6 |

| Cor no papel | cor da fita |
|---|---|
| | c1 |
| | c2 |
| c4 | c3 |
| | c5 |
| | c6 |

| Cor no papel | cor da fita |
|---|---|
| | c1 |
| | c2 |
| c5 | c3 |
| | c4 |
| | c6 |

| Cor no papel | cor da fita |
|---|---|
| | c1 |
| | c2 |
| c6 | c3 |
| | c4 |
| | c5 |

**Dessa forma, no mínimo, são necessárias 6 cores diferentes.**