ENEM 2021 – PROVA AMARELA

GABARITO COMENTADO

PROFESSOR MARCOS JOSÉ

QUESTÃO 136

O sistema de numeração romano ainda é utilizado na indicação de capítulos e volumes de livros, na designação de séculos e, em ordem cronológica, de papas e reis de mesmo nome. São utilizadas sete letras do alfabeto:
Quatro fundamentais: I (vale 1); X (vale 10); C (vale 100) e M (vale 1 000).
Três secundárias: V (vale 5); L (vale 50) e D (vale 500).
As regras para escrever números romanos são:
1. Não existe símbolo correspondente ao zero;
2. Os símbolos fundamentais podem ser repetidos até três vezes e seus valores são adicionados. Exemplo: XXX = 30;
3. Uma letra posta à esquerda de outra de maior valor indica subtração dos respectivos valores. Exemplo: IX = 10 – 1 = 9;
4. Uma letra posta à direita de outra de maior valor indica adição dos respectivos valores.
Exemplo: XI = 10 + 1 = 11.
Em uma cidade europeia há uma placa indicando o ano de sua fundação: MCDLXIX.
Quantos anos de fundação essa cidade comemorará em 2050?
(A)379
(B) 381
(C) 579
(D) 581
(E) 601

MCDLXIX

$$\begin{cases} M = 1000 \\ CD = 500 - 100 = 400 \\ LX = 50 + 10 = 60 \\ IX = 10 - 1 = 9 \end{cases}$$

$$Ano: 1469$$

$$2050 - 1469 = 581\ anos$$

$$GABARITO: D$$

QUESTÃO 137

Uma das bases mais utilizadas para representar um número é a base decimal. Entretanto, os computadores trabalham com números na base binária. Nessa base, qualquer número natural é representado usando apenas os algarismo 0 e 1. Por exemplo, as representações dos números 9 e 12, na base binária, são 1001 e 1100, respectivamente. A operação de adição, na base binaria, segue um algoritmo similar ao utilizado na base decimal, como detalhado no quadro:

a	**b**	**a + b**
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	10

Por exemplo, na base binária, a soma dos números 10 e 10 é 100, como apresentado:

$$\begin{array}{r} 10 \\ +\ 10 \\ \hline 100 \end{array}$$

Considerando as informações do texto, o resultado da adição 9 + 12 será representado, na base binária, por

(A) 101.
(B) 1101.
(C) 1111.
(D) 10101.
(E) 11001.

$$\begin{array}{r} 1001 \\ + \\ 1100 \\ \hline 1\ 0101 \end{array}$$

GABARITO: D

QUESTÃO 138

Uma unidade de medida comum usada para expressar áreas de terrenos de grandes dimensões é o hectare, que equivale a 10 000 m² . Um fazendeiro decide fazer um loteamento utilizando 3 hectares de sua fazenda, dos quais 0,9 hectare será usado para a construção de ruas e calçadas e o restante será dividido em terrenos com área de 300 m² cada um. Os 20 primeiros terrenos vendidos terão preços promocionais de R$ 20 000,00 cada, e os demais, R$ 30 000,00 cada.

Nas condições estabelecidas, o valor total, em real, obtido pelo fazendeiro com a venda de todos os terrenos será igual a

(A) 700 000.
(B) 1 600 000.
(C) 1 900 000.
(D) 2 200 000.
(E) 2 800 000.

$$3ha - 0,9ha(estradas) = 2,1\ ha$$

$$2,1ha = 2,1.10000m^2 = 21000m^2$$

$$21000 \div 300 = 70\ terrenos$$

$$20\ terrenos\ x\ R\$\ 20000,00 = R\$\ 400000,00$$

$$50\ terrenos\ x\ R\$\ 30000,00 = R\$\ 1500000,00$$

$$Total = R\$\ 1900000,00$$

$$GABARITO: C$$

QUESTÃO 139

Uma pessoa produzirá uma fantasia utilizando como materiais: 2 tipos de tecidos diferentes e 5 tipos distintos de pedras ornamentais. Essa pessoa tem à sua disposição 6 tecidos diferentes e 15 pedras ornamentais distintas.
A quantidade de fantasias com materiais diferentes que podem ser produzidas é representada pela expressão

$(A)\ \frac{6!}{4!\,2!}.\frac{15!}{10!\,5!}$ $(B)\ \frac{6!}{4!\,2!}+\frac{15!}{10!\,5!}$ $(C)\ \frac{6!}{2!}+\frac{15!}{5!}$ $(D)\ \frac{6!}{2!}.\frac{15!}{5!}$ $(E)\ \frac{21!}{7!\,14!}$

$$\begin{cases} \boldsymbol{6\ tecidos\ e\ escolhe\ 2} \rightarrow \boldsymbol{C_{6,2}} \\ \boldsymbol{15\ pedras\ e\ escolhe\ 5} \rightarrow \boldsymbol{C_{15,5}} \end{cases}$$

$$\boldsymbol{\frac{6!}{4!..\,2!}.\frac{15!}{10!\,5!}}$$

$$\boldsymbol{GABARITO: A}$$

QUESTÃO 140

Os diretores de uma escola precisam construir um laboratório para uso dos alunos.
Há duas possibilidades:
(i) um laboratório do tipo A, com capacidade para 100 usuários, a um custo de180 mil reais e gastos de 60 mil reais por ano para manutenção;
(ii) um laboratório do tipo B, com capacidade para 80 usuários, a um custo de 120 mil reais e gastos com manutenção de 16 mil reais por ano.
Considera-se que, em qualquer caso, o laboratório implantado será utilizado na totalidade de sua capacidade.
A economia da escola, na utilização de um laboratório tipo B, em vez de um laboratório tipo A, num período de 4 anos, por usuário, será de
(A) 1,31 mil reais.
(B) 1,90 mil reais.
(C) 2,30 mil reais.
(D) 2,36 mil reais.
(E) 2,95 mil reais.

$$\textbf{Tipo A} \rightarrow \begin{cases} 180000 \\ 60000 \ x \ 4 \ anos = 240000 \end{cases} \rightarrow \textbf{Tipo A} = 420000$$

$$\textbf{Como são 100 usuários} \rightarrow \frac{420000}{100} = R\$ \ 4200,00 \ \textbf{por usuário}$$

$$\textbf{Tipo B} \rightarrow \begin{cases} 120000 \\ 16000 \ x \ 4 \ anos = 64000 \end{cases} \rightarrow \textbf{Tipo B} = 184000$$

$$\textbf{Como são 80 usuários} \rightarrow \frac{184000}{80} = R\$ \ 2300,00 \ \textbf{por usuário}$$

$$\textbf{Economia por usuário} = 4200 - 2300 = 1900 \rightarrow R\$ \ 1900,00 = 1,9 \ \textbf{mil reais}.$$

$$\textbf{GABARITO: B}$$

QUESTÃO 141

Um ciclista amador de 61 anos de idade utilizou um monitor cardíaco para medir suas frequências cardíacas em quatro diferentes tipos de trechos do percurso. Os resultados das frequências cardíacas máximas alcançadas nesses trechos foram:

Trechos do percurso	Frequências cardíacas máximas (bpm)
Leve no plano	90
Forte no plano	120
Subida moderada	130
Subida forte	140

Sabe-se que a faixa aeróbica ideal para o ganho de condicionamento físico é entre 65% e 85% da frequência cardíaca máxima (Fc máx.), que, por sua vez, é determinada pela fórmula:

$$Fc\ máx. = 220 - idade,$$

em que a idade é dada em ano e Fc máx. é dada em bpm (batimento por minuto).
Os trechos do percurso nos quais esse ciclista se mantém dentro de sua faixa aeróbica ideal, para o ganho de condicionamento físico, são

(A) leve no plano, forte no plano, subida moderada e subida forte.
(B) leve no plano, forte no plano e subida moderada.
(C) forte no plano, subida moderada e subida forte.
(D) forte no plano e subida moderada.
(E) leve no plano e subida forte.

Trechos do percurso	Frequências cardíacas máximas (bpm)
Leve no plano	90
Forte no plano	120
Subida moderada	130
Subida forte	140

Fc máx. = 220 – idade,

$$Fc\ máx = 220 - 61 \rightarrow Fc\ máx = 159\ bpm$$

$$\frac{65}{100}.159 \cong 103\ bpm \qquad \frac{85}{100}.159 \cong 135\ bpm$$

$$Pela\ tabela: Forte\ no\ plano\ e\ Subida\ moderada.$$

$$GABARITO: D$$

QUESTÃO 142

Um lava-rápido oferece dois tipos de lavagem de veículos: lavagem simples, ao preço de R$ 20,00, e lavagem completa, ao preço de R$ 35,00. Para cobrir as despesas com produtos e funcionários, e não ter prejuízos, o lava-rápido deve ter uma receita diária de, pelo menos, R$ 300,00.

Para não ter prejuízo, o menor número de lavagens diárias que o lava-rápido deve efetuar é

(A) 6.
(B) 8.
(C) 9.
(D) 15.
(E) 20.

$$\begin{cases} Simples = R\$\ 20,00 \\ Completa = R\$\ 35,00 \end{cases} \qquad 20.S + 35.C \geq 300$$

Como o enunciado pede o menor número de lavagens, deve − se pensar na mais cara.

$35\ x\ 8 = R\$\ 280,00 \rightarrow$ **prejuízo**

$35\ x\ 9 = R\$\ 315,00 \rightarrow$ **não tem prejuízo**

Logo, o número mínimo de lavagens é **9**.

GABARITO: C

QUESTÃO 143

Após consulta médica, um paciente deve seguir um tratamento composto por três medicamentos: X, Y e Z. O paciente, para adquirir os três medicamentos, faz um orçamento em três farmácias diferentes, conforme o quadro.

	X	Y	Z
Farmácia 1	R$ 45,00	R$ 40,00	R$ 50,00
Farmácia 2	R$ 50,00	R$ 50,00	R$ 40,00
Farmácia 3	R$ 65,00	R$ 45,00	R$ 35,00

Dessas farmácias algumas oferecem descontos:

- na compra dos medicamentos X e Y na Farmácia 2, recebe-se um desconto de 20% em ambos os produtos, independentemente da compra do medicamento Z, e não há desconto para o medicamento Z;
- na compra dos 3 medicamentos na Farmácia 3, recebe-se 20% de desconto no valor total da compra.

O paciente deseja efetuar a compra de modo a minimizar sua despesa com os medicamentos.

De acordo com as informações fornecidas, o paciente deve comprar os medicamentos da seguinte forma:

(A) X, Y e Z na Farmácia 1.
(B) X e Y na Farmácia 1, e Z na Farmácia 3.
(C) X e Y na Farmácia 2, e Z na Farmácia 3.
(D) X na Farmácia 2, e Y e Z na Farmácia 3.
(E) X, Y e Z na Farmácia 3.

	X	Y	Z
Farmácia 1	R$ 45,00	R$ 40,00	R$ 50,00
Farmácia 2	R$ 50,00	R$ 50,00	R$ 40,00
Farmácia 3	R$ 65,00	R$ 45,00	R$ 35,00

$$(A)\textbf{Farmácia 1: não tem desconto. Custo} = 45 + 40 + 50 \rightarrow \textbf{Custo} = R\$135,00$$

$$(B)45 + 40 + 35 \rightarrow \textbf{Custo} = R\$120,00$$

$$(C)\begin{cases} \textbf{Comprar X e Y na Farmácia 2} \rightarrow (50 + 50)x0,80 = R\$80,00 \\ \textbf{Comprar o Z na Farmácia 3} \rightarrow 80 + 35 \rightarrow \textbf{Custo} = R\$\,115,00 \end{cases}$$

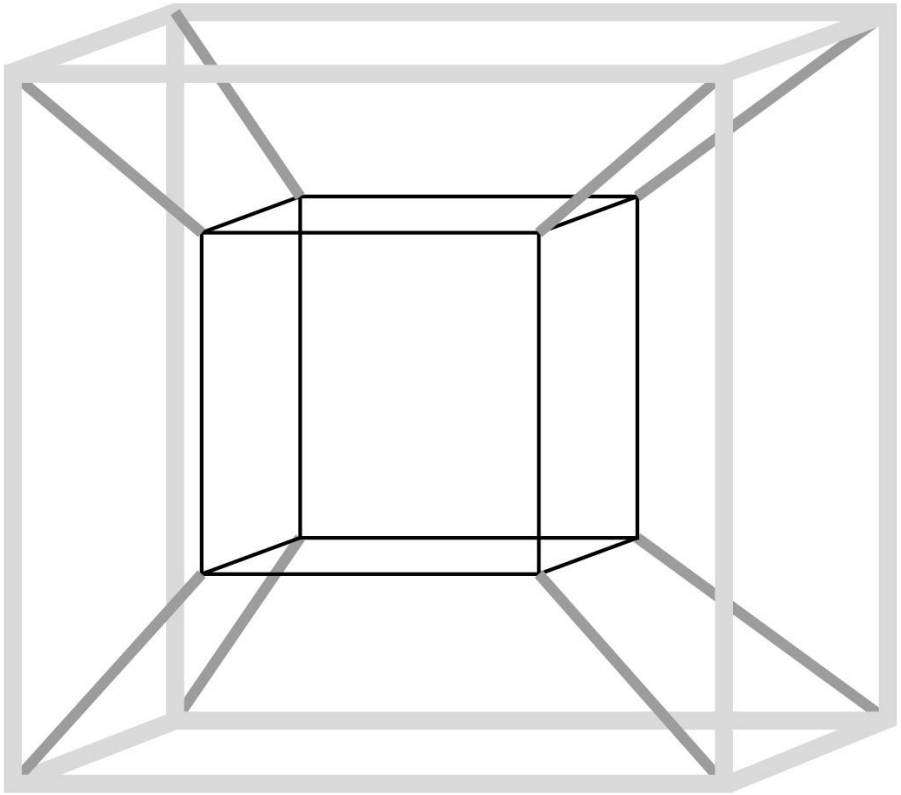
$$(D)50 + 45 + 35 \rightarrow \textbf{Custo} = R\$\,130,00$$

$$(E)\textbf{Farmácia 3}: (65 + 45 + 35)x\,0,80 = R\$\,116,00$$

$$\textbf{GABARITO}: C$$

QUESTÃO 144

Muitos brinquedos que frequentemente são encontrados em praças e parques públicos apresentam formatos de figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais. Uma empresa foi contratada para desenvolver uma nova forma de brinquedo. A proposta apresentada pela empresa foi de uma estrutura formada apenas por hastes metálicas, conectadas umas às outras, como apresentado na figura. As hastes de mesma tonalidade e espessura são congruentes.



Com base na proposta apresentada, quantas figuras geométricas planas de cada tipo são formadas pela união das hastes?

(A) 12 trapézios isósceles e 12 quadrados.
(B) 24 trapézios isósceles e 12 quadrados.
(C) 12 paralelogramos e 12 quadrados.
(D) 8 trapézios isósceles e 12 quadrados.
(E) 12 trapézios escalenos e 12 retângulos.

1°) *Temos dois cubos. Um preto (menor) e um cinza (maior).*

Sendo assim, temos 12 quadrados, que são as faces dos cubos.

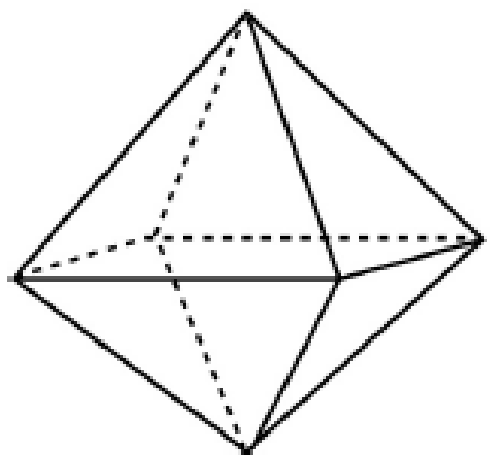
2°) *Cada aresta do cubo menor forma um trapézio com a aresta do cubo maior.*

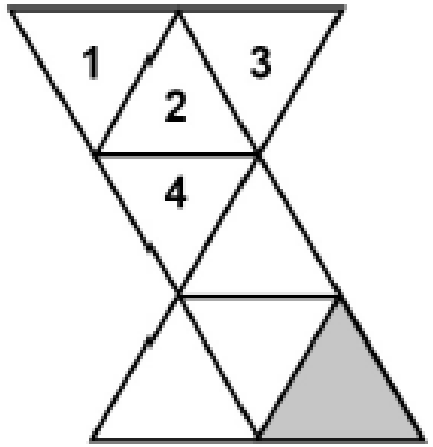
Como o cubo tem 12 arestas, então teremos 12 trapézios. Todos isósceles.

GABARITO: A

QUESTÃO 145

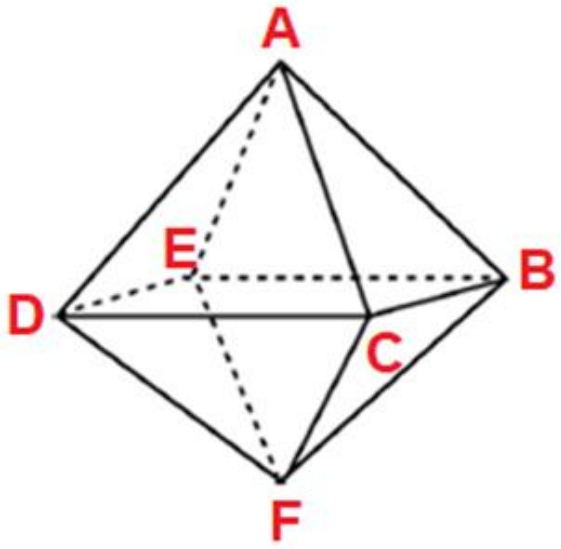
Num octaedro regular, duas faces são consideradas opostas quando não têm nem arestas, nem vértices em comum. Na figura, observa-se um octaedro regular e uma de suas planificações, na qual há uma face colorida na cor cinza escuro e outras quatro faces numeradas.





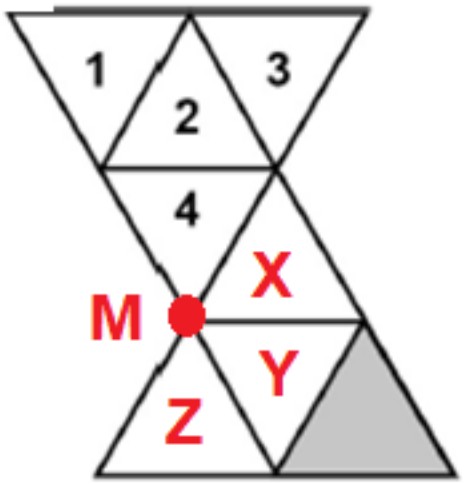
Qual(is) face(s) ficará(ão) oposta(s) à face de cor cinza escuro, quando o octaedro for reconstruído a partir da planificação dada?

(A) 1, 2, 3 e 4
(B) 1 e 3
(C) 1
(D) 2
(E) 4



O octaedro possui 4 pares de faces opostas.

$$\begin{cases} ABE \text{ oposta a } CDF \\ AED \text{ oposta a } BCF \\ ABC \text{ oposta a } DEF \\ ACD \text{ oposta a } BEF \end{cases}$$



A face 4 não pode ser oposta a Face 1, pois tem um vértice comum.

A face 4 não pode ser oposta a Face 2, pois tem uma aresta comum.

A face 4 não pode ser oposta a Face 3, pois tem um vértice comum.

A face 4 não pode ser oposta a Face X, pois tem uma aresta comum.

A face 4 não pode ser oposta a Face Y, pois tem um vértice comum.

A face 4 não pode ser oposta a Face Z, pois tem um vértice comum.

Logo, a face 4 está oposta a face cinza.

GABARITO: E

QUESTÃO 146

O instrumento de percussão conhecido como triângulo é composto por uma barra fina de aço, dobrada em um formato que se assemelha a um triângulo, com uma abertura e uma haste, conforme ilustra a Figura 1.

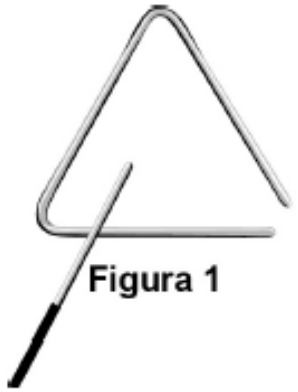


Figura 1

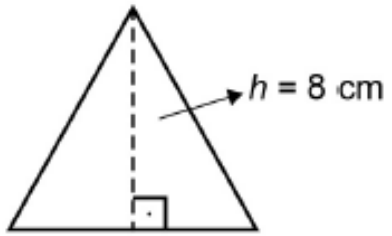


Figura 2

Uma empresa de brindes promocionais contrata uma fundição para a produção de miniaturas de instrumentos desse tipo. A fundição produz, inicialmente, peças com o formato de um triângulo equilátero de altura *h,* conforme ilustra a Figura 2. Após esse processo, cada peça é aquecida, deformando os cantos, e cortada em um dos vértices, dando origem à miniatura. Assuma que não ocorram perdas de material no processo de produção, de forma que o comprimento da barra utilizada seja igual ao perímetro do triângulo equilátero representado na Figura 2.

Considere 1,7 como valor aproximado para $\sqrt{3}$.

Nessas condições, o valor que mais se aproxima da medida do comprimento da barra, em centímetro, é

(A) 9,07 (B) 13,60 (C) 20,40 (D) 27,18 (E) 36,24

$$h_{triângulo\ equilátero} = \frac{L.\sqrt{3}}{2} \rightarrow 8 = \frac{L.\sqrt{3}}{2} \rightarrow L.\sqrt{3} = 16 \rightarrow L = \frac{16}{\sqrt{3}}$$

$$L = \frac{16}{\sqrt{3}}.\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \rightarrow L = \frac{16\sqrt{3}}{3} \rightarrow L = \frac{16.1,7}{3} \rightarrow L \cong 9,06\ cm$$

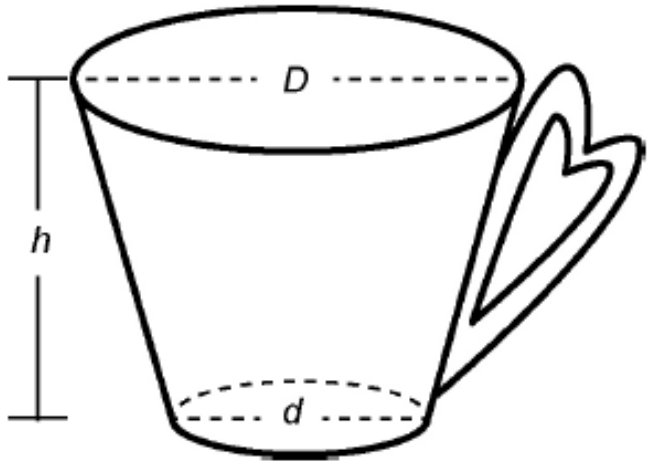
$$Comprimento\ da\ barra = perímetro\ do\ triângulo$$

$$Comprimento\ da\ barra = 3\ x\ 9,06\ \cong 27,18\ cm$$

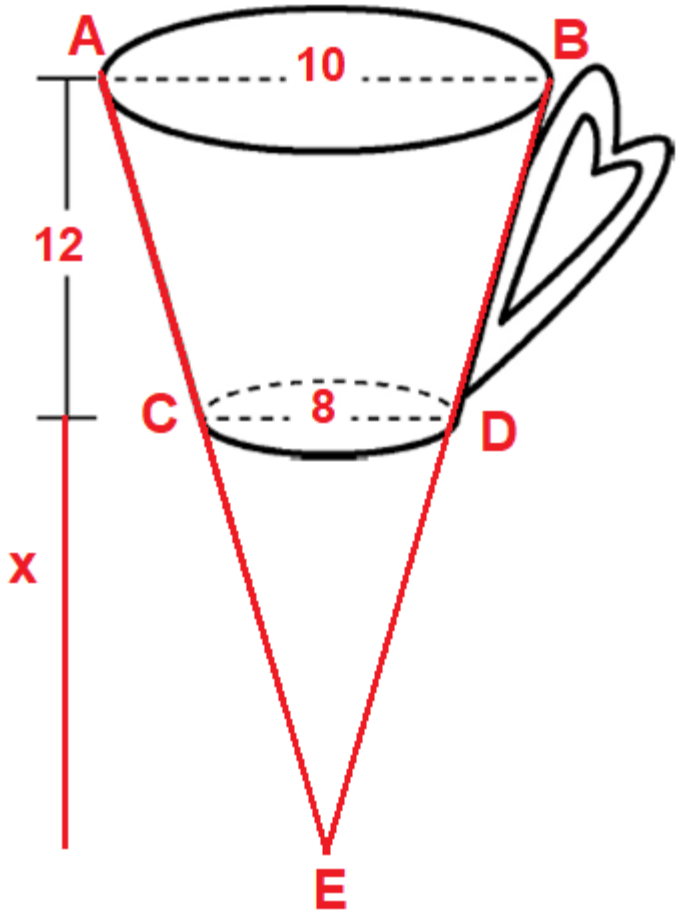
$$GABARITO: D$$

QUESTÃO 147

Uma pessoa comprou uma caneca para tomar sopa, conforme ilustração.



Sabe-se que 1 cm^3 = 1 mL e que o topo da caneca é uma circunferência de diâmetro (*D*) medindo 10 cm, e a base é um círculo de diâmetro (*d*) medindo 8 cm. Além disso, sabe-se que a altura (*h*) dessa caneca mede 12 cm (distância entre o centro das circunferências do topo e da base).
Utilize 3 como aproximação para π.
Qual é a capacidade volumétrica, em mililitro, dessa caneca?
(A) 216.
(B) 408.
(C) 732.
(D) 2 196.
(E) 2 928.



$$V_{caneca} = V_{tronco\ de\ cone}$$

$$\Delta ABE \approx \Delta CDE \rightarrow \frac{10}{8} = \frac{12 + x}{x} \rightarrow 10x = 96 + 8x$$

$$2x = 96 \rightarrow x = 48\ cm$$

$$V_{caneca} = V_{cone\ maior} - V_{cone\ menor}$$

$$V_{caneca} = \frac{1}{3}\pi R^2 . H - \frac{1}{3}\pi r^2 h \rightarrow V_{caneca} = \frac{1}{3} . 3 . 5^2 . 60 - \frac{1}{3} . \pi . 4^2 . 48$$

$$V_{caneca} = 25 . 60 - 16 . 48 = 1500 - 768 = 732\ mL$$

GABARITO: C

QUESTÃO 148

O dono de uma loja pretende usar cartões imantados para a divulgação de sua loja. A empresa que fornecerá o serviço lhe informa que o custo de fabricação do cartão é de R$ 0,01 por centímetro quadrado e que disponibiliza modelos tendo como faces úteis para impressão:

- um triângulo equilátero de lado 12 cm;
- um quadrado de lado 8 cm;
- um retângulo de lados 11 cm e 8 cm;
- um hexágono regular de lado 6 cm;
- um círculo de diâmetro 10 cm.

O dono da loja está disposto a pagar, no máximo, R$ 0,80 por cartão. Ele escolherá, dentro desse limite de preço, o modelo que tiver maior área de impressão.

Use 3 como aproximação para π e use 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.

Nessas condições, o modelo que deverá ser escolhido tem como face útil para impressão um

(A) triângulo.
(B) quadrado.
(C) retângulo.
(D) hexágono.
(E) círculo.

$$\mathbf{1)\ Triângulo\ equilátero} \rightarrow A = \frac{L^2.\sqrt{3}}{4} \rightarrow A = \frac{12^2.1,7}{4} \rightarrow A = 36.1,7 = 61,2\ cm^2$$

$$Custo = 61,2\ x\ 0,01 = R\$\ 0,61$$

$$\mathbf{2)\ Quadrado} \rightarrow A = L^2 \rightarrow A = 8^2 = 64\ cm^2$$

$$Custo = 64\ x\ 0,01 = R\$0,64$$

$$\mathbf{3)\ Retângulo} \rightarrow A = b\ x\ h \rightarrow A = 11\ x\ 8 = 88\ cm^2$$

$$Custo = 88\ x\ 0,01 = R\$\ 0,88$$

$$\mathbf{4)\ Hexágono\ regular} \rightarrow A = \frac{3.L^2\sqrt{3}}{2} \rightarrow A = \frac{3.6^2.1,7}{2} = 91,8\ cm^2$$

$$Custo = 91,8\ x\ 0,01 = R\$\ 0,91$$

$$\mathbf{5)\ Círculo} \rightarrow A = \pi.r^2 \rightarrow A = 3.5^2 = 75\ cm^2$$

$$Custo = 75\ x\ 0,01 = R\$0,75$$

GABARITO: E

QUESTÃO 149

A relação de Newton-Laplace estabelece que o módulo volumétrico de um fluido é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade do som (em metro por segundo) no fluido e à sua densidade (em quilograma por metro cúbico), com uma constante de proporcionalidade adimensional.
Nessa relação, a unidade de medida adequada para o módulo volumétrico é

$(A)\ kg.m^{-2}.s^{-1}$
$(B)\ kg.m^{-1}.s^{-2}$
$(C)\ kg.m^{-5}.s^{2}$
$(D)\ kg^{-1}.m^{1}.s^{2}$
$(E)\ kg^{-1}.m^{5}.s^{-2}$

$$|\boldsymbol{V}| = \boldsymbol{k}.\left(\frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{s}}\right)^{\boldsymbol{2}}.\frac{\boldsymbol{kg}}{\boldsymbol{m^3}}$$

$$|\boldsymbol{V}| = \boldsymbol{k}.\frac{\boldsymbol{m^2}}{\boldsymbol{s^2}}.\boldsymbol{kg}.\boldsymbol{m^{-3}}$$

$$|\boldsymbol{V}| = \boldsymbol{k}.\boldsymbol{m^2}.\boldsymbol{s^{-2}}.\boldsymbol{kg}.\boldsymbol{m^{-3}}$$

$$|\boldsymbol{V}| = \boldsymbol{k}.\boldsymbol{kg}.\boldsymbol{m^{-1}}.\boldsymbol{s^{-2}}$$

$$\boldsymbol{GABARITO: B}$$

QUESTÃO 150

Uma pessoa pretende viajar por uma companhia aérea que despacha gratuitamente uma mala com até 10 kg.

Em duas viagens que realizou, essa pessoa utilizou a mesma mala e conseguiu 10 kg com as seguintes combinações de itens:

Viagem	Camisetas	Calças	Sapatos
I	12	4	3
II	18	3	2

Para ter certeza de que sua bagagem terá massa de 10 kg, ela decide levar essa mala com duas calças, um sapato e o máximo de camisetas, admitindo que itens do mesmo tipo têm a mesma massa.

Qual a quantidade máxima de camisetas que essa pessoa poderá levar?

(A) 22.
(B) 24.
(C) 26.
(D) 33.
(E) 39.

$\boldsymbol{Considere\ que\ as\ massas\ sejam: camisas = x; calças = y; sapatos = z.}$

$$\begin{cases} 12x + 4y + 3z = 10\ (1) \\ 18x + 3y + 2z = 10\ (2) \end{cases}$$

$$2.(2) - (1) \rightarrow 24x + 2y + 1z = 10$$

$\boldsymbol{Como\ ele\ irá\ levar\ 2\ calças\ e\ 1\ sapato, então\ poderá\ levar\ 24\ camisetas.}$

$\boldsymbol{GABARITO: B}$

QUESTÃO 151

Um automóvel apresenta um desempenho médio de 16 km/L. Um engenheiro desenvolveu um novo motor a combustão que economiza, em relação ao consumo do motor anterior, 0,1 L de combustível a cada 20 km percorridos.

O valor do desempenho médio do automóvel com o novo motor, em quilômetro por litro, expresso com uma casa decimal, é

(A) 15,9.
(B) 16,1.
(C) 16,4.
(D) 17,4.
(E) 18,0.

ANTES

16 km _____ 1 L
20 km _____ x L

$$\frac{16}{20} = \frac{1}{x} \rightarrow \frac{4}{5} = \frac{1}{x} \rightarrow x = \frac{5}{4} \rightarrow x = 1,25\ km/L$$

DEPOIS

Como terá uma redução de $0,1\ L \rightarrow 1,15 km/L$ ***em*** $20\ km$

20 km _____ 1,15 L
y km _____ 1 L

$$\frac{20}{y} = \frac{1,15}{1} \rightarrow 1,15y = 20 \rightarrow y = \frac{20}{1,15} \rightarrow y = 17,39 \rightarrow y \cong 17,40\ km/L$$

GABARITO: D

QUESTÃO 152

O projeto de um contêiner, em forma de paralelepípedo reto retangular, previa a pintura dos dois lados (interno e externo) de cada uma das quatro paredes com tinta acrílica e a pintura do piso interno com tinta epóxi. O construtor havia pedido, a cinco fornecedores diferentes, orçamentos das tintas necessárias, mas, antes de iniciar a obra, resolveu mudar o projeto original, alterando o comprimento e a largura para o dobro do originalmente previsto, mantendo inalterada a altura. Ao pedir novos orçamentos aos fornecedores, para as novas dimensões, cada um deu uma resposta diferente sobre as novas quantidades de tinta necessárias.

Em relação ao previsto para o projeto original, as novas quantidades de tinta necessárias informadas pelos fornecedores foram as seguintes:

Fornecedor I: “O dobro, tanto para as paredes quanto para o piso.”

Fornecedor II: “O dobro para as paredes e quatro vezes para o piso.”

Fornecedor III: “Quatro vezes, tanto para as paredes quanto para o piso.”

Fornecedor IV: “Quatro vezes para as paredes e o dobro para o piso.”

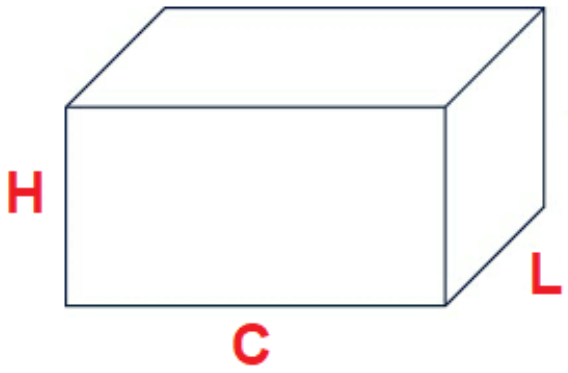
Fornecedor V: “Oito vezes para as paredes e quatro vezes para o piso.”

Analisando as informações dos fornecedores, o construtor providenciará a quantidade adequada de material. Considere a porta de acesso do contêiner como parte de uma das paredes.

Qual dos fornecedores prestou as informações adequadas, devendo ser o escolhido pelo construtor para a aquisição do material?

(A) I (B) II (C) III (D) IV (E) V

ANTES

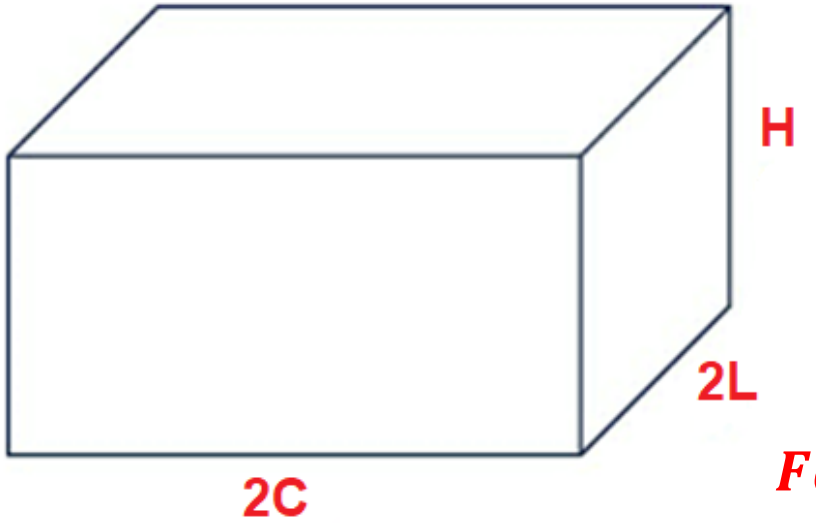


$$Faces\ laterais(paredes) = 2.C.H + 2.L.H$$

$$Como\ vai\ pintar\ o\ interior\ também \rightarrow C = 4.C.H + 4.L.H$$

$$Piso \rightarrow Custo = C.L$$

DEPOIS



$$Faces\ laterais(paredes) = 2.2.C.H + 2.2.L.H$$

$$Como\ vai\ pintar\ o\ interior\ também \rightarrow C = 8.C.H + 8.L.H$$

$$Piso \rightarrow Custo = 2C.2L \rightarrow Custo = 4.C.L$$

Faces laterais (paredes) dobra e o piso quadruplica.

GABARITO: B

QUESTÃO 153

Um povoado com 100 habitantes está passando por uma situação de seca prolongada e os responsáveis pela administração pública local decidem contratar a construção de um reservatório. Ele deverá ter a forma de um cilindro circular reto, cuja base tenha 5 metros de diâmetro interno, e atender à demanda de água da população por um período de exatamente sete dias consecutivos. No oitavo dia, o reservatório vazio é completamente reabastecido por carros-pipa.

Considere que o consumo médio diário por habitante é de 120 litros de água. Use 3 como aproximação para π .

Nas condições apresentadas, o reservatório deverá ser construído com uma altura interna mínima, em metro, igual a

(A) 1,12.
(B) 3,10.
(C) 4,35.
(D) 4,48.
(E) 5,60.

$$1\ habitante \rightarrow 120\ litros\ por\ dia$$

$$100\ habitantes \rightarrow 12000\ litros\ por\ dia$$

$$7\ dias \rightarrow 84000\ litros$$

$$1000\ litros = 1\ m^3$$

$$V = 84\ m^3 \rightarrow \pi . r^2 . h = 84 \rightarrow 3 . \left(\frac{5}{2}\right)^2 . h = 84 \rightarrow 3 . \frac{25}{4} . h = 84 \rightarrow 75h = 336 \rightarrow h = 4,48\ m$$

$$GABARITO: D$$

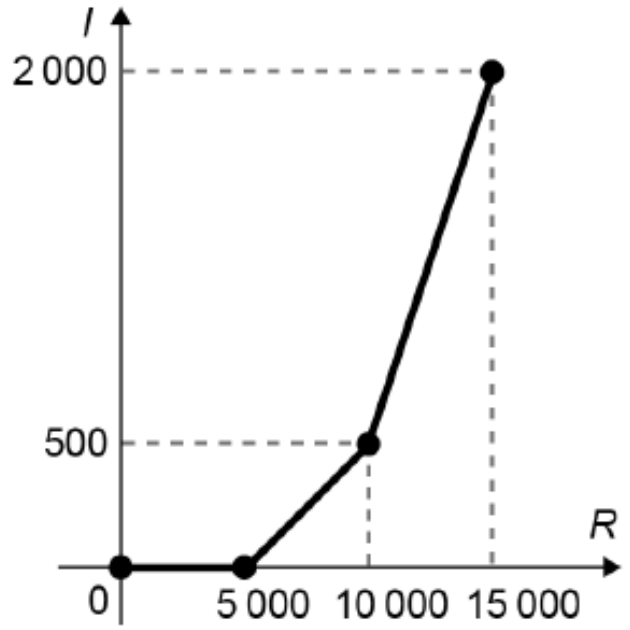
QUESTÃO 154

O quadro representa a relação entre o preço de um produto (*R*) e seu respectivo imposto devido (*I*).

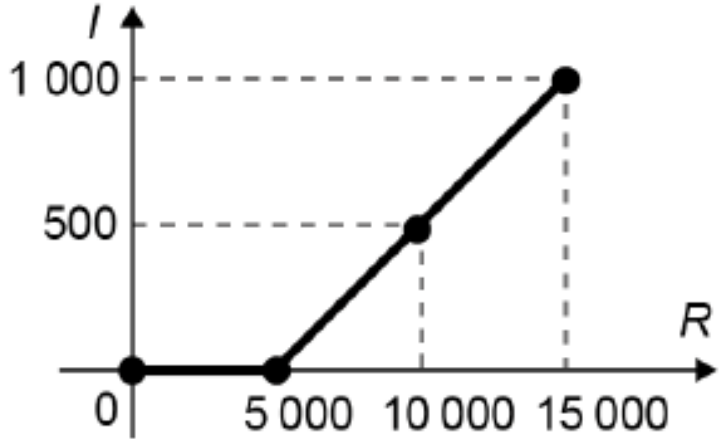
Preço do produto (*R*)	Imposto devido (*I*)
$R \leq 5\,000$	isento
$5\,000 < R \leq 10\,000$	10% de $(R - 5\,000)$
$10\,000 < R \leq 15\,000$	$500 + 30\%$ de $(R - 10\,000)$

O gráfico que melhor representa essa relação é

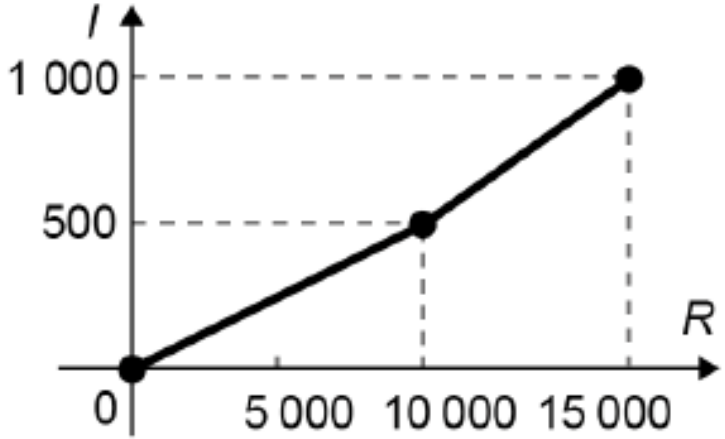
A



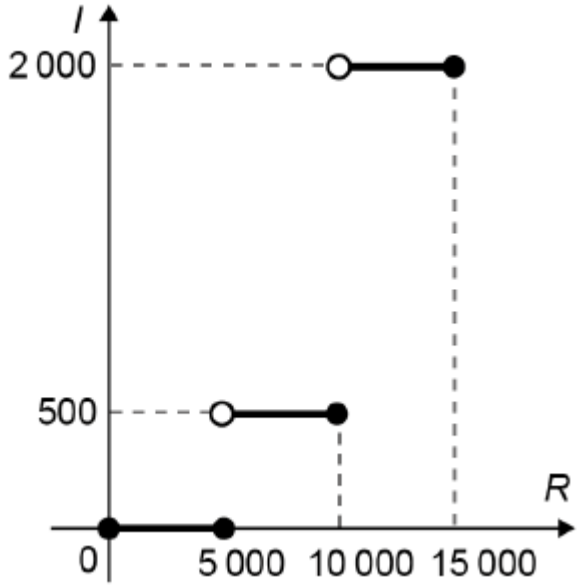
B



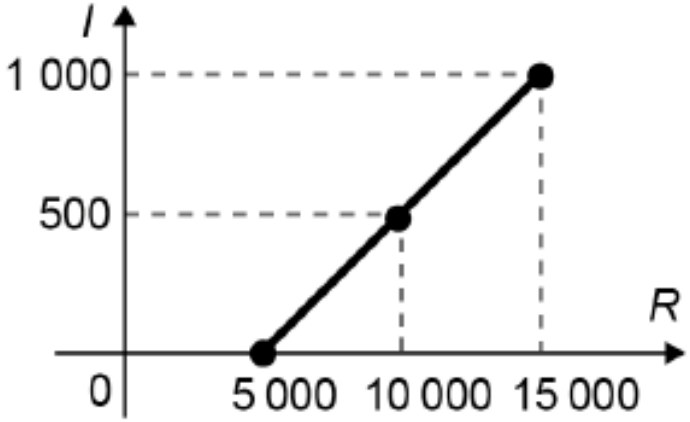
C


I
1 000
500
0
5 000
10 000
15 000
R

D


I
2 000
500
0
5 000
10 000
15 000
R

E


I
1 000
500
0
5 000
10 000
15 000
R

Preço do produto (R)	Imposto devido (I)
$R \leq 5\,000$	isento
$5\,000 < R \leq 10\,000$	10% de $(R - 5\,000)$
$10\,000 < R \leq 15\,000$	$500 + 30\%$ de $(R - 10\,000)$

$\boldsymbol{Até\ 5000 \rightarrow I = 0}$

$$\boldsymbol{10000 \rightarrow \frac{10}{100}.(10000 - 5000) = \frac{10}{100}.5000 = 500}$$

$$\boldsymbol{15000 \rightarrow 500 + \frac{30}{100}.(15000 - 10000) = 500 + \frac{30}{100}.5000 = 500 + 1500 = 2000}$$

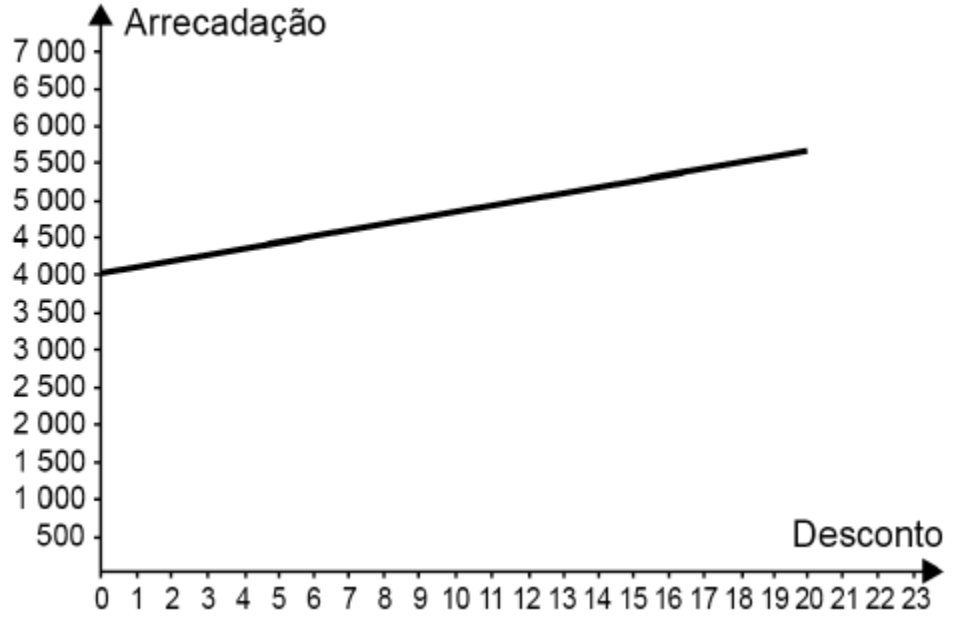
$\boldsymbol{GABARITO: A}$

QUESTÃO 155

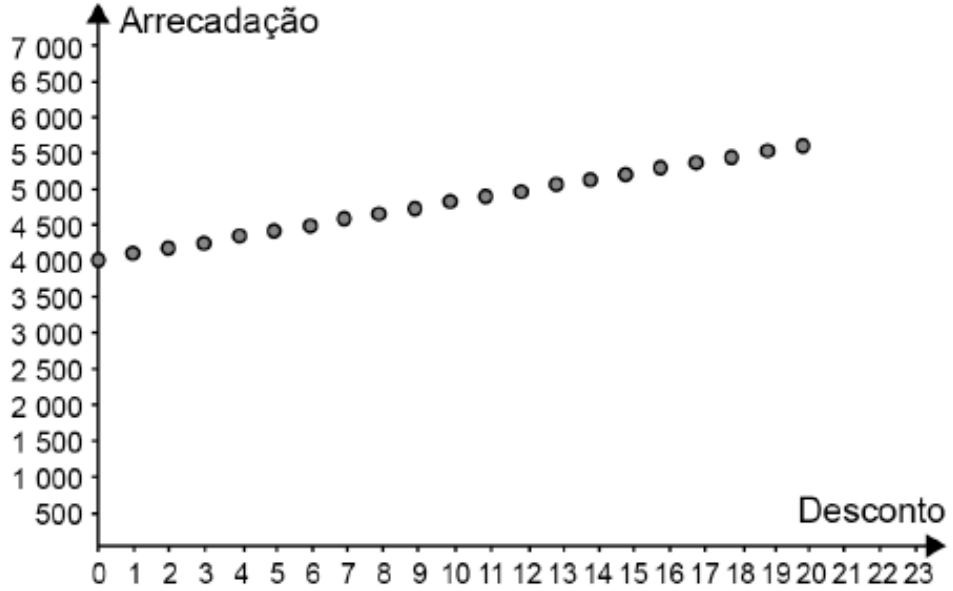
O administrador de um teatro percebeu que, com o ingresso do evento a R$ 20,00, um show conseguia atrair 200 pessoas e que, a cada R$ 1,00 de redução no preço do ingresso, o número de pessoas aumentava em 40. Ele sabe que os donos do teatro só admitem trabalhar com valores inteiros para os ingressos, pela dificuldade de disponibilizar troco, e pretende convencê-los a diminuir o preço do ingresso. Assim, apresentará um gráfico da arrecadação em função do valor do desconto no preço atual do ingresso.

O gráfico que mais se assemelha ao que deve ser elaborado pelo administrador é

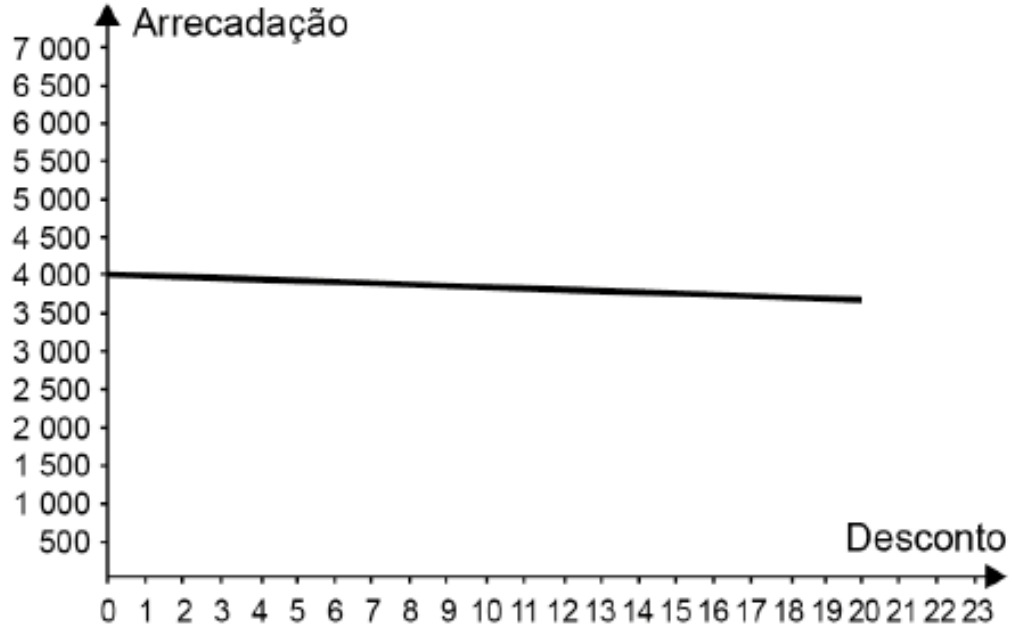
A



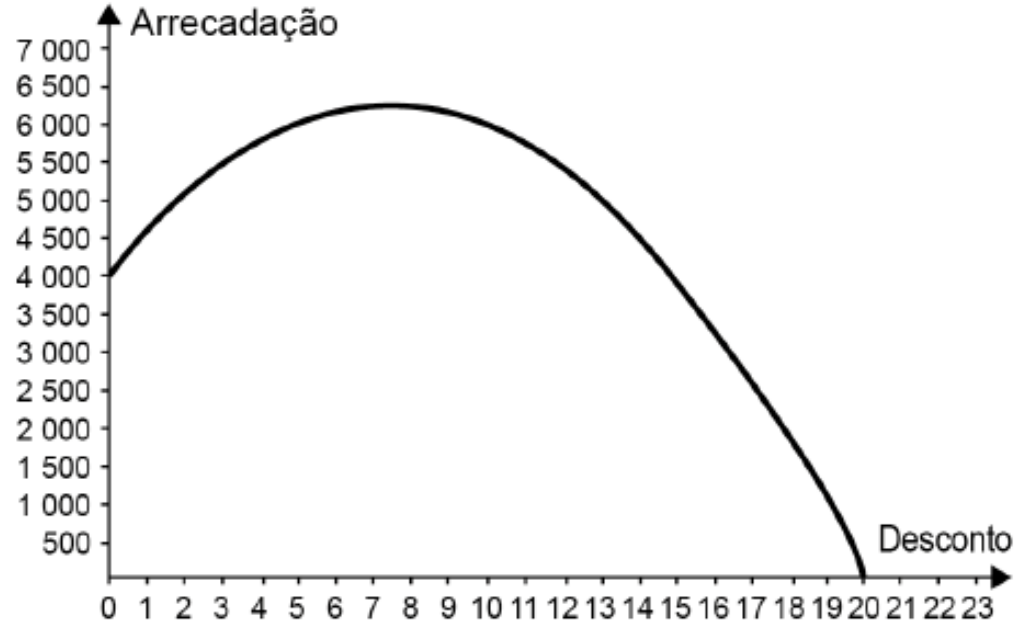
B



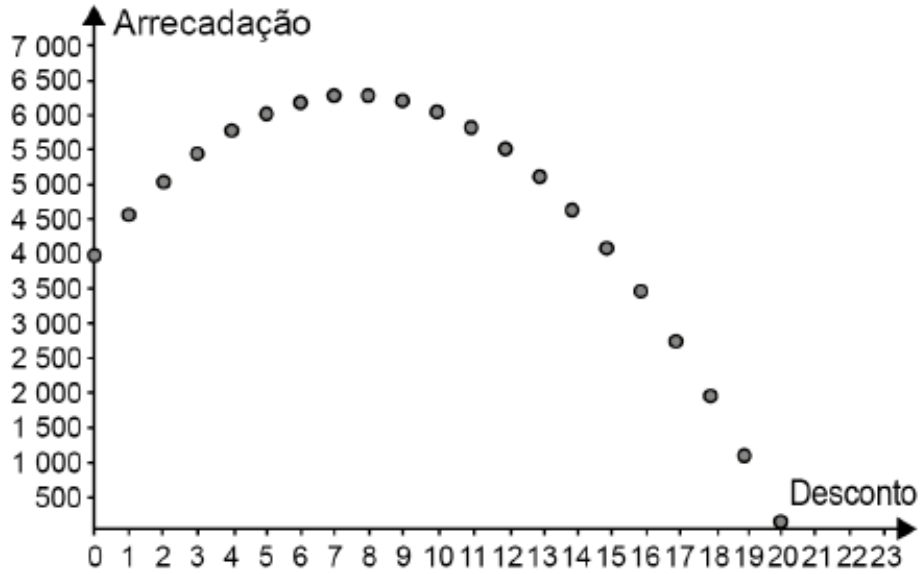
C


Arrecadação
7 000
6 500
6 000
5 500
5 000
4 500
4 000
3 500
3 000
2 500
2 000
1 500
1 000
500
Desconto
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23

D


Arrecadação
7 000
6 500
6 000
5 500
5 000
4 500
4 000
3 500
3 000
2 500
2 000
1 500
1 000
500
Desconto
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23

E


Arrecadação
7 000
6 500
6 000
5 500
5 000
4 500
4 000
3 500
3 000
2 500
2 000
1 500
1 000
500
Desconto
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23

$$ANTES \rightarrow \begin{cases} preço = R\$\ 20 \\ público = 200 \end{cases}$$

a cada R$ 1,00 de redução no preço do ingresso, o número de pessoas aumentava em 40.

$$vamos\ supor\ x\ descontos\ de\ R\$\ 1,00$$

$$DEPOIS \rightarrow \begin{cases} preço = (20 - x.1,00) \\ público = (200 + 40.x) \end{cases}$$

$$arrecadação = preço\ x\ público$$

$$A = (20 - x).(200 + 40x) \rightarrow A = 4000 + 800x - 200x - 40x^2 \rightarrow A = -40x^2 + 600x + 4000$$

$$Gráfico\ é\ uma\ parábola, com\ x\ sendo\ um\ número\ natural. x \in N.$$

$$GABARITO: E$$

QUESTÃO 156

Uma construtora, pretendendo investir na construção de imóveis em uma metrópole com cinco grandes regiões, fez uma pesquisa sobre a quantidade de famílias que mudaram de uma região para outra, de modo a determinar qual região foi o destino do maior fluxo de famílias, sem levar em consideração o número de famílias que deixaram a região. Os valores da pesquisa estão dispostos em uma matriz $A = [a_{ij}]$, $i, j \in \{1,2,3,4,5\}$, em que o elemento a_{ij} corresponde ao total de famílias (em dezena) que se mudaram da região i para a região j durante um certo período, e o elemento a_{ii} é considerado nulo, uma vez que somente são consideradas mudanças entre regiões distintas. A seguir, está apresentada a matriz com os dados da pesquisa.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 6 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Qual região foi selecionada para o investimento da construtora?

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4. (E) 5.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 6 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

o elemento a_{ij} corresponde ao total de famílias (em dezena) que se mudaram da região i para a região j

$$\boldsymbol{mudaram\ para\ a\ região\ 1 \rightarrow a_{21} + a_{31} + a_{41} + a_{51} = 0 + 2 + 1 + 1 = 4 \rightarrow 40}$$

$$\boldsymbol{mudaram\ para\ a\ região\ 2 \rightarrow a_{12} + a_{32} + a_{42} + a_{52} = 4 + 2 + 0 + 2 = 8 \rightarrow 80}$$

$$\boldsymbol{mudaram\ para\ a\ região\ 3 \rightarrow a_{13} + a_{23} + a_{43} + a_{53} = 2 + 6 + 2 + 0 = 10 \rightarrow 100}$$

$$\boldsymbol{mudaram\ para\ a\ região\ 4 \rightarrow a_{14} + a_{24} + a_{34} + a_{54} = 2 + 2 + 3 + 4 = 11 \rightarrow 110}$$

$$\boldsymbol{mudaram\ para\ a\ região\ 5 \rightarrow a_{15} + a_{25} + a_{35} + a_{45} = 5 + 3 + 0 + 4 = 12 \rightarrow 120}$$

$$\boldsymbol{GABARITO: E}$$

QUESTÃO 157

Para realizar um voo entre duas cidades que distam 2 000 km uma da outra, uma companhia aérea utilizava um modelo de aeronave A, capaz de transportar até 200 passageiros. Quando uma dessas aeronaves está lotada de passageiros, o consumo de combustível é de 0,02 litro por quilômetro e por passageiro. Essa companhia resolveu trocar o modelo de aeronave A pelo modelo de aeronave B, que é capaz de transportar 10% de passageiros a mais do que o modelo A, mas consumindo 10% menos combustível por quilômetro e por passageiro.

A quantidade de combustível consumida pelo modelo de aeronave B, em relação à do modelo de aeronave A, em um voo lotado entre as duas cidades, é

(A) 10% menor.
(B) 1% menor.
(C) igual.
(D) 1% maior.
(E) 11% maior.

Aeronave A

2000 *km e* 200 *passageiros*

$$consumo = 0,02\ x\ 200\ x\ 2000 = \frac{2}{100}\ x\ 200\ x\ 2000 = 8000\ L$$

Aeronave B

2000 *km e* 1,10.200 = 220 *passageiros*

$$consumo = \frac{90}{100}.0,02\ x\ 220\ x\ 2000 = \frac{90}{100}\ x\frac{2}{100}\ x\ 220\ x\ 2000 = 9\ x\ 2\ x\ 22\ x\ 20 = 7920\ L$$

$$B\ em\ rela\text{ção}\ a\ A \rightarrow \frac{8000 - 7920}{8000} = \frac{80}{8000} = \frac{1}{100} = 1\%\ menor$$

GABARITO: B

QUESTÃO 158

Em uma corrida automobilística, os carros podem fazer paradas nos boxes para efetuar trocas de pneus. Nessas trocas, o trabalho é feito por um grupo de três pessoas em cada pneu. Considere que os grupos iniciam o trabalho no mesmo instante, trabalham à mesma velocidade e cada grupo trabalha em um único pneu. Com os quatro grupos completos, são necessários 4 segundos para que a troca seja efetuada. O tempo gasto por um grupo para trocar um pneu é inversamente proporcional ao número de pessoas trabalhando nele. Em uma dessas paradas, um dos trabalhadores passou mal, não pôde participar da troca e nem foi substituído, de forma que um dos quatro grupos de troca ficou reduzido.

Nessa parada específica, com um dos grupos reduzido, qual foi o tempo gasto, em segundo, para trocar os quatro pneus?

(A) 6,0. (B) 5,7. (C) 5,0. (D) 4,5. (E) 4,4.

3 pessoas _____ 4 segundos
2 pessoas _____ t segundos

$Inversamente\ proporcionais$ $\frac{3}{2} = \frac{t}{4}$

$2t = 12 \rightarrow t = 6\ segundos$

$GABARITO: A$

QUESTÃO 159

Um nutricionista verificou, na dieta diária do seu cliente, a falta de 800 mg do mineral A, de 1 000 mg do mineral B e de 1 200 mg do mineral C. Por isso, recomendou a compra de suplementos alimentares que forneçam os minerais faltantes e informou que não haveria problema se consumisse mais desses minerais do que o recomendado. O cliente encontrou cinco suplementos, vendidos em sachês unitários, cujos preços e as quantidades dos minerais estão apresentados a seguir:

Suplemento I: contém 50 mg do mineral A, 100 mg do mineral B e 200 mg do mineral C e custa R$ 2,00;

Suplemento II: contém 800 mg do mineral A, 250 mg do mineral B e 200 mg do mineral C e custa R$ 3,00;

Suplemento III: contém 250 mg do mineral A, 1 000 mg do mineral B e 300 mg do mineral C e custa R$ 5,00;

Suplemento IV: contém 600 mg do mineral A, 500 mg do mineral B e 1 000 mg do mineral C e custa R$ 6,00;

Suplemento V: contém 400 mg do mineral A, 800 mg do mineral B e 1 200 mg do mineral C e custa R$ 8,00.

O cliente decidiu comprar sachês de um único suplemento no qual gastasse menos dinheiro e ainda suprisse a falta de minerais indicada pelo nutricionista, mesmo que consumisse alguns deles além de sua necessidade.

Nessas condições, o cliente deverá comprar sachês do suplemento

(A) I. (B) II. (C) III. (D) IV. (E) V.

Falta de 800 mg do mineral A, de 1 000 mg do mineral B e de 1 200 mg do mineral C

Suplemento I: contém 50 mg do mineral A, 100 mg do mineral B e 200 mg do mineral C e custa R$ 2,00;

$$800 \div 50 = 16; 1000 \div 100 = 10; 1200 \div 200 = 6 \rightarrow Precisa\ de\ 16\ sachês.$$

$$Custo = 16\ x\ R\$\ 2,00 = R\$\ 32,00$$

Suplemento II: contém 800 mg do mineral A, 250 mg do mineral B e 200 mg do mineral C e custa R$ 3,00;

$$800 \div 800 = 1; 1000 \div 250 = 4; 1200 \div 200 = 6 \rightarrow Precisa\ de\ 6\ sachês.$$

$$Custo = 6\ x\ R\$\ 3,00 = R\$\ 18,00$$

Suplemento III: contém 250 mg do mineral A, 1 000 mg do mineral B e 300 mg do mineral C e custa R$ 5,00;

$$800 \div 250 = 3,2; 1000 \div 1000 = 1; 1200 \div 300 = 4 \rightarrow Precisa\ de\ 4\ sachês.$$

$$Custo = 4\ x\ R\$\ 5,00 = R\$\ 20,00$$

Suplemento IV: contém 600 mg do mineral A, 500 mg do mineral B e 1 000 mg do mineral C e custa R$ 6,00;

$$800 \div 600 = 1,3; 1000 \div 500 = 2; 1200 \div 1000 = 1,2 \rightarrow Precisa\ de\ 2\ sachês.$$

$$Custo = 2\ x\ R\$\ 6,00 = R\$\ 12,00$$

Suplemento V: contém 400 mg do mineral A, 800 mg do mineral B e 1 200 mg do mineral C e custa R$ 8,00.

$$800 \div 400 = 2; 1000 \div 800 = 1,25; 1200 \div 1200 = 1 \rightarrow Precisa\ de\ 2\ sachês.$$

$$Custo = 2\ x\ R\$\ 8,00 = R\$\ 16,00$$

$$GABARITO: D$$

QUESTÃO 160

Um atleta produz sua própria refeição com custo fixo de R$ 10,00. Ela é composta por 400 g de frango, 600 g de batata-doce e uma hortaliça. Atualmente, os preços dos produtos para essa refeição são:

Refeição	Frango (kg)	Batata-doce (kg)	Hortaliças (unidade)
	R$ 12,50	R$ 5,00	R$ 2,00

Em relação a esses preços, haverá um aumento de 50% no preço do quilograma de batata-doce, e os outros preços não serão alterados. O atleta deseja manter o custo da refeição, a quantidade de batata-doce e a hortaliça. Portanto, terá que reduzir a quantidade de frango.

Qual deve ser a redução percentual da quantidade de frango para que o atleta alcance seu objetivo?

(A) 12,5.
(B) 28,0.
(C) 30,0.
(D) 50,0.
(E) 70,0.

$$Custo = 10 + \frac{400}{1000}.12,50 + \frac{600}{1000}.5 + 2 \rightarrow Custo = 10 + 5 + 3 + 2 \rightarrow Custo = R\$\ 20,00$$

$$batata\ doce \rightarrow 5\ x\ 1,50 = R\$\ 7,50$$

$$20 = 10 + p.5 + \frac{600}{1000}.7,50 + 2 \rightarrow 20 - 10 = 5p + 4,50 + 2 \rightarrow 5p = 3,50$$

$$p = \frac{3,5}{5} \rightarrow p = 0,7$$

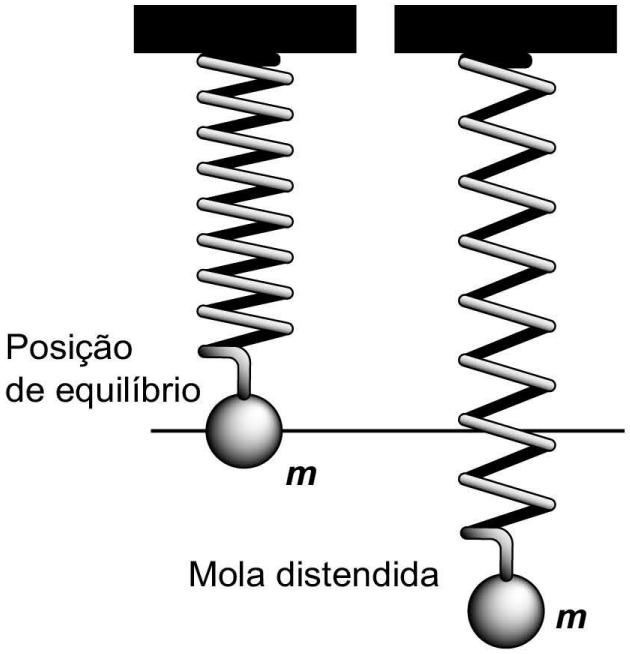
Redução de 30%.

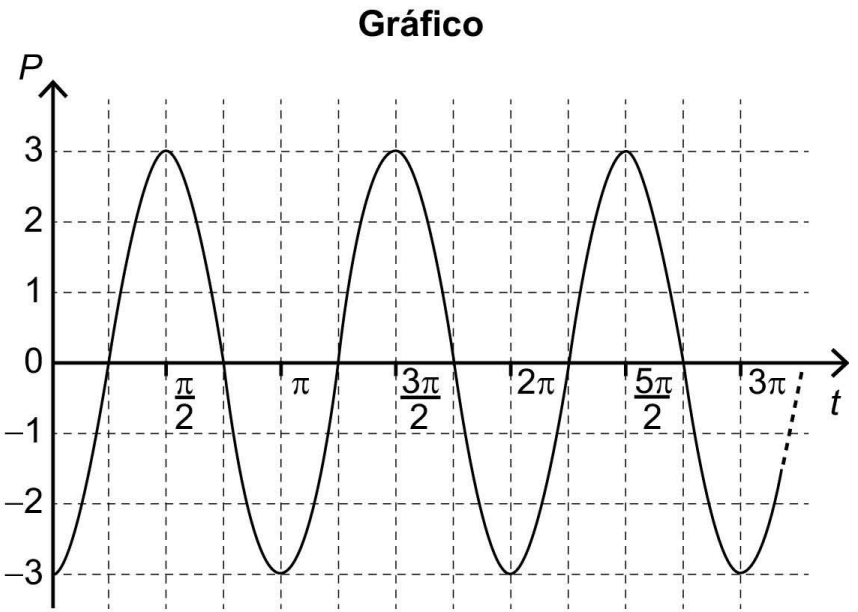
GABARITO: C

QUESTÃO 161

Uma mola é solta da posição distendida conforme a figura. A figura à direita representa o gráfico da posição *P* (em cm) da massa *m* em função do tempo *t* (em segundo) em um sistema de coordenadas cartesianas. Esse movimento periódico é descrito por uma expressão do tipo $P(t) = \pm A.\cos(wt)\ ou\ P(t) = \pm A.sen(wt)$, em que *A* > 0 é a amplitude de deslocamento máximo e ω é a frequência, que se relaciona com o período *T* pela fórmula $w = \frac{2\pi}{T}$.

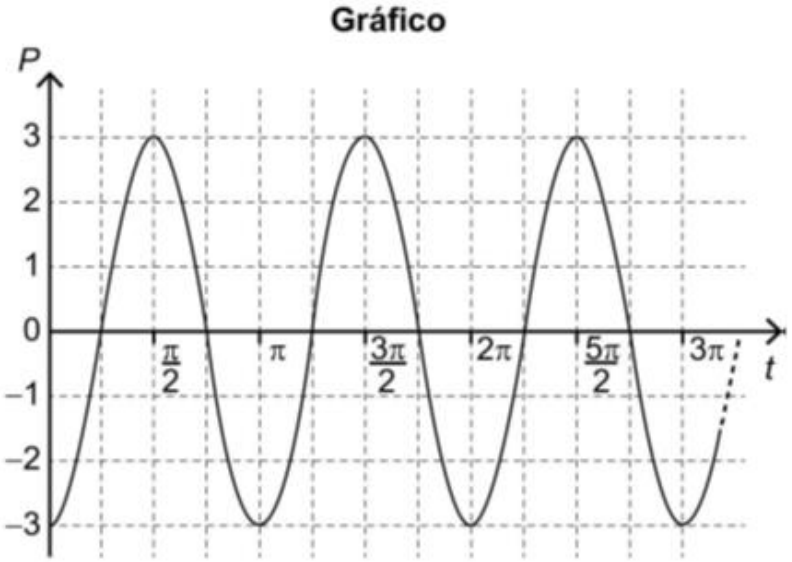
Considere a ausência de quaisquer forças dissipativas.





A expressão algébrica que representa as posições $P(t)$ da massa m, ao longo do tempo, no gráfico, é

$(A)\ -3.\cos(2t)\quad (B)\ -3.sen(2t)\quad (C)\ 3.\cos(2t)\quad (D)\ -6.\cos(2t)\quad (E)\ 6.sen(2t)$



$\boldsymbol{Quando\ x = 0 \rightarrow P(0) = -3}$

$\boldsymbol{Dentre\ as\ alternativas, a}$ única $\boldsymbol{em\ que\ P(0) = -3}$ é $\boldsymbol{a\ letra\ A.}$

$\boldsymbol{GABARITO: A}$

QUESTÃO 162

Para a comunicação entre dois navios é utilizado um sistema de codificação com base em valores numéricos. Para isso, são consideradas as operações triângulo Δ e estrela $*$, definidas sobre o conjunto dos números reais por $x\Delta y = x^2 + xy - y^2$ e $x * y = xy + x$.

O navio que deseja enviar uma mensagem deve fornecer um valor de entrada *b*, que irá gerar um valor de saída, a ser enviado ao navio receptor, dado pela soma das duas maiores soluções da equação $(a\Delta b) * (b\Delta a) = 0$. Cada valor possível de entrada e saída representa uma mensagem diferente já conhecida pelos dois navios.

Um navio deseja enviar ao outro a mensagem "ATENÇÃO!". Para isso, deve utilizar o valor de entrada ***b*** = 1.

Dessa forma, o valor recebido pelo navio receptor será

$(A)\ \sqrt{5}$

$(B)\ \sqrt{3}$

$(C)\ \sqrt{1}$

$(D)\ \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$

$(E)\ \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$

$$(a\Delta 1) = a^2 + a.1 - 1^2 = a^2 + a - 1 \qquad (1\Delta a) = 1^2 + 1.a - a^2 = 1 + a - a^2$$

$$(a\Delta 1) * (1\Delta a) = (a^2 + a - 1).(1 + a - a^2) + (a^2 + a - 1) = 0$$

$$(a^2 + a - 1).(1 + a - a^2 + 1) = 0 \rightarrow (a^2 + a - 1).(-a^2 + a + 2) = 0$$

***Equação* 1:**

$$a^2 + a - 1 = 0 \rightarrow a = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4.1.(-1)}}{2.1} \rightarrow a = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\begin{cases} a_1 = \dfrac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ a_2 = \dfrac{-1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Equação 2:

$$-a^2 + a + 2 = 0 \rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \rightarrow a = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4.1.(-2)}}{2.1} \rightarrow a = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2}$$

$$a = \frac{1 \pm 3}{2} \rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{1+3}{2} = 2 \\ a_2 = \frac{1-3}{2} = -1 \end{cases}$$

$$\text{as duas maiores raízes} \rightarrow 2 \text{ e } \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{soma} = 2 + \frac{-1+\sqrt{5}}{2} = \frac{4-1+\sqrt{5}}{2} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

GABARITO: E

QUESTÃO 163

Um parque temático brasileiro construiu uma réplica em miniatura do castelo de Liechtenstein. O castelo original, representado na imagem, está situado na Alemanha e foi reconstruído entre os anos de 1840 e 1842, após duas destruições causadas por Guerras.

O castelo possui uma ponte de 38,4 m de comprimento e 1,68 m de largura. O artesão que trabalhou para o parque produziu a réplica do castelo, em escala. Nessa obra, as medidas do comprimento e da largura da ponte eram, respectivamente, 160 cm e 7 cm.

A escala utilizada para fazer a réplica é

(A) 1 : 576. (B) 1 : 240. (C) 1 : 24. (D) 1 : 4,2. (E) 1 : 2,4.

$$Escala = \frac{papel}{real} = \frac{160\ cm}{38,4\ m} = \frac{160\ cm}{3840\ cm} = \frac{1}{24}$$

$$Escala = 1:24$$

$$GABARITO: C$$

QUESTÃO 164

A demografia médica é o estudo da população de médicos no Brasil nos aspectos quantitativo e qualitativo, sendo um dos seus objetivos fazer projeções sobre a necessidade da formação de novos médicos. Um desses estudos gerou um conjunto de dados que aborda a evolução do número de médicos e da população brasileira por várias décadas. O quadro apresenta parte desses dados.

Ano	Médicos	População brasileira (em milhar)
1990	219 000	147 000
2000	292 000	170 000
2010	365 000	191 000

Segundo uma projeção estatística, a variação do número de médicos e o da população brasileira de 2010 para 2020 será a média entre a variação de 1990 para 2000 e a de 2000 para 2010. Com o resultado dessa projeção, determina-se o número de médicos por mil habitantes no ano de 2020.

Disponível em: www.cremesp.org.br. Acesso em: 24 jun. 2015 (adaptado).

O número, com duas casas na parte decimal, mais próximo do número de médicos por mil habitantes no ano de 2020 seria de

(A) 0,17. (B) 0,49. (C) 1,71. (D) 2,06. (E) 3,32.

$$\textbf{Média médicos} \rightarrow \begin{cases} 1990 - 2000 \rightarrow 292000 - 219000 = 73000 \\ 2000 - 2010 \rightarrow 365000 - 292000 = 73000 \end{cases}$$

$$\textbf{Média} = \frac{73000 + 73000}{2} = 73000$$

$$\textbf{Média população} \rightarrow \begin{cases} 1990 - 2000 \rightarrow 170000 - 147000 = 23000 \\ 2000 - 2010 \rightarrow 191000 - 170000 = 21000 \end{cases}$$

$$\textbf{Média} = \frac{23000 + 21000}{2} = 22000$$

$$\textbf{Médicos em } 2020 = 365000 + 73000 = 438000$$

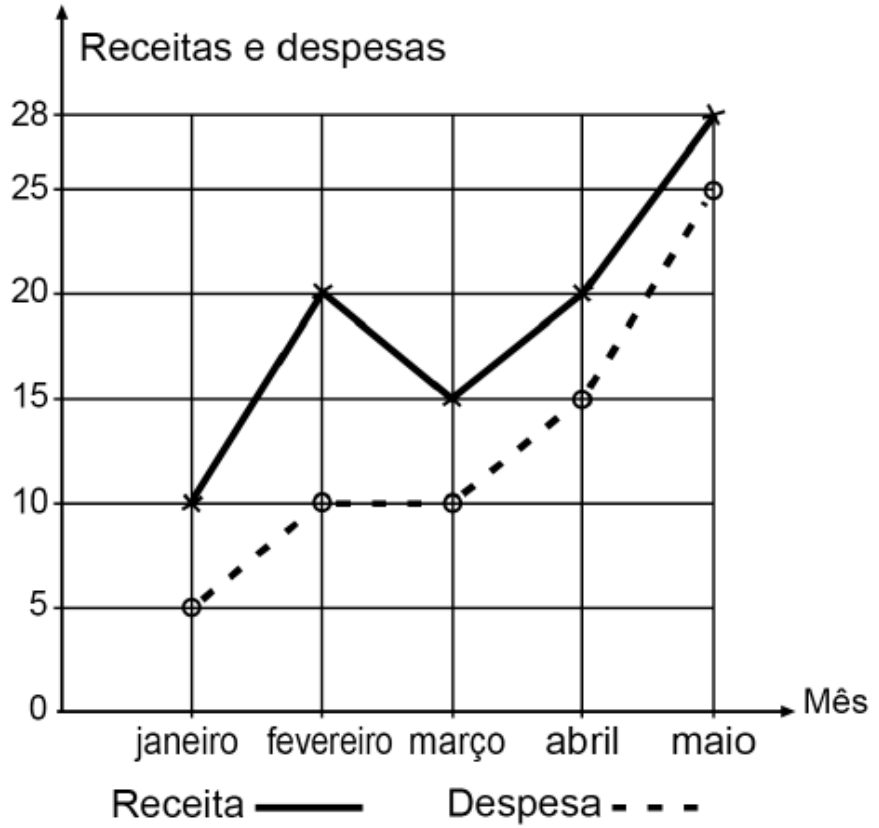
$$\textbf{População em } 2020 = 191000 + 22000 = 213000$$

$$\textbf{Média} = \frac{438000}{213000} = \frac{438}{213} = 2,05$$

GABARITO: D

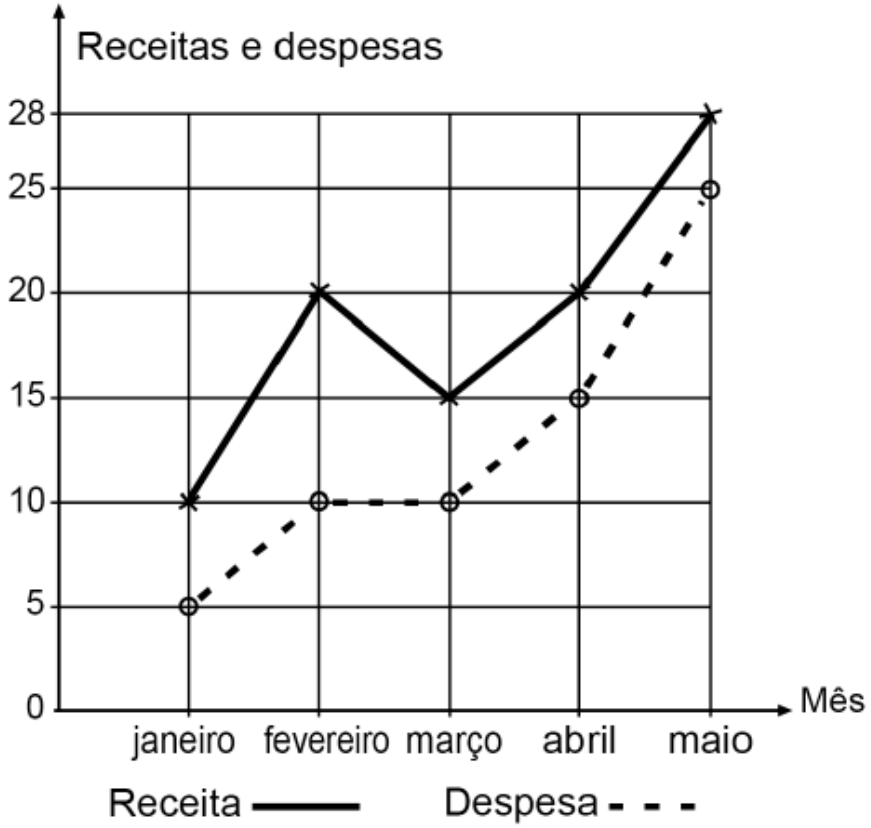
QUESTÃO 165

A receita *R* de uma empresa ao final de um mês é o dinheiro captado com a venda de mercadorias ou com a prestação de serviços nesse mês, e a despesa *D* é todo o dinheiro utilizado para pagamento de salários, contas de água e luz, impostos, entre outros. O lucro mensal obtido ao final do mês é a diferença entre a receita e a despesa registradas no mês. O gráfico apresenta as receitas e despesas, em milhão de real, de uma empresa ao final dos cinco primeiros meses de um dado ano.



A previsão para os próximos meses é que o lucro mensal não seja inferior ao maior lucro obtido até o mês de maio.
Nessas condições, o lucro mensal para os próximos meses deve ser maior ou igual ao do mês de

(A) janeiro. (B) fevereiro. (C) março. (D) abril. (E) maio.



$$\boldsymbol{Lucros}:$$

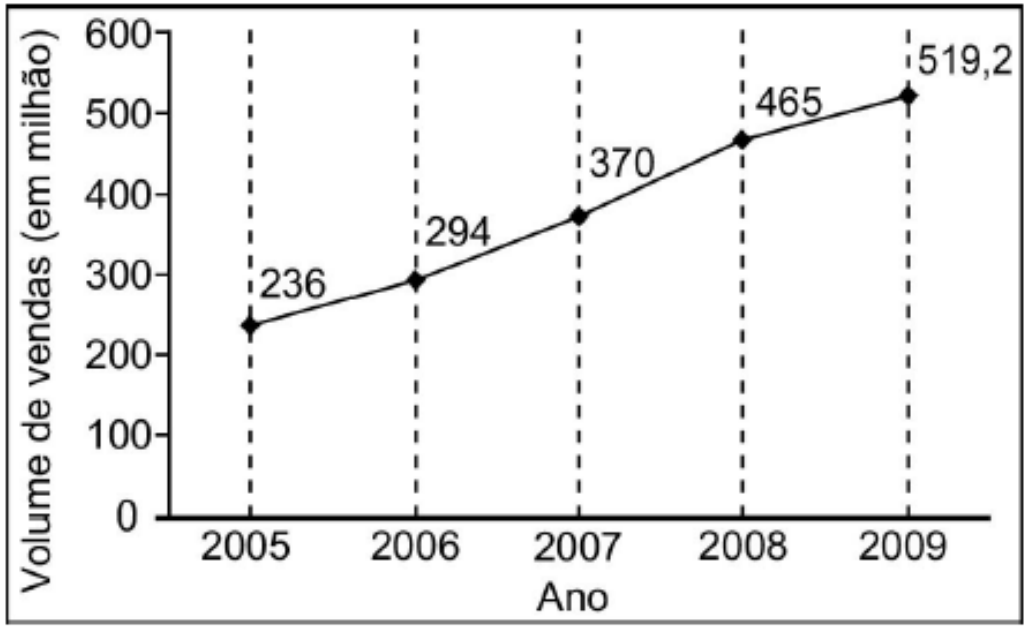
$$\begin{cases} janeiro = 10 - 5 = 5 \\ fevereiro = 20 - 10 = 10 \\ março = 15 - 10 = 5 \\ abril = 20 - 15 = 5 \\ maio = 28 - 25 = 3 \end{cases}$$

$$\boldsymbol{Maior\ lucro}: fevereiro$$

$$\boldsymbol{GABARITO}: B$$

QUESTÃO 166

A depressão caracteriza-se por um desequilíbrio na química cerebral. Os neurônios de um deprimido não respondem bem aos estímulos dos neurotransmissores. Os remédios que combatem a depressão têm o objetivo de restabelecer a química cerebral.
Com o aumento gradativo de casos de depressão, a venda desses medicamentos está em crescente evolução, conforme ilustra o gráfico.



Veja, 10 fev. 2010 (adaptado).

No período de 2005 a 2009, o aumento percentual no volume de vendas foi de
(A) 45,4.
(B) 54,5.
(C) 120.
(D) 220.
(E) 283,2.

$$\frac{519,2-236}{236}=\frac{283,2}{236}=1,2\ x\ 100\%=120\%$$

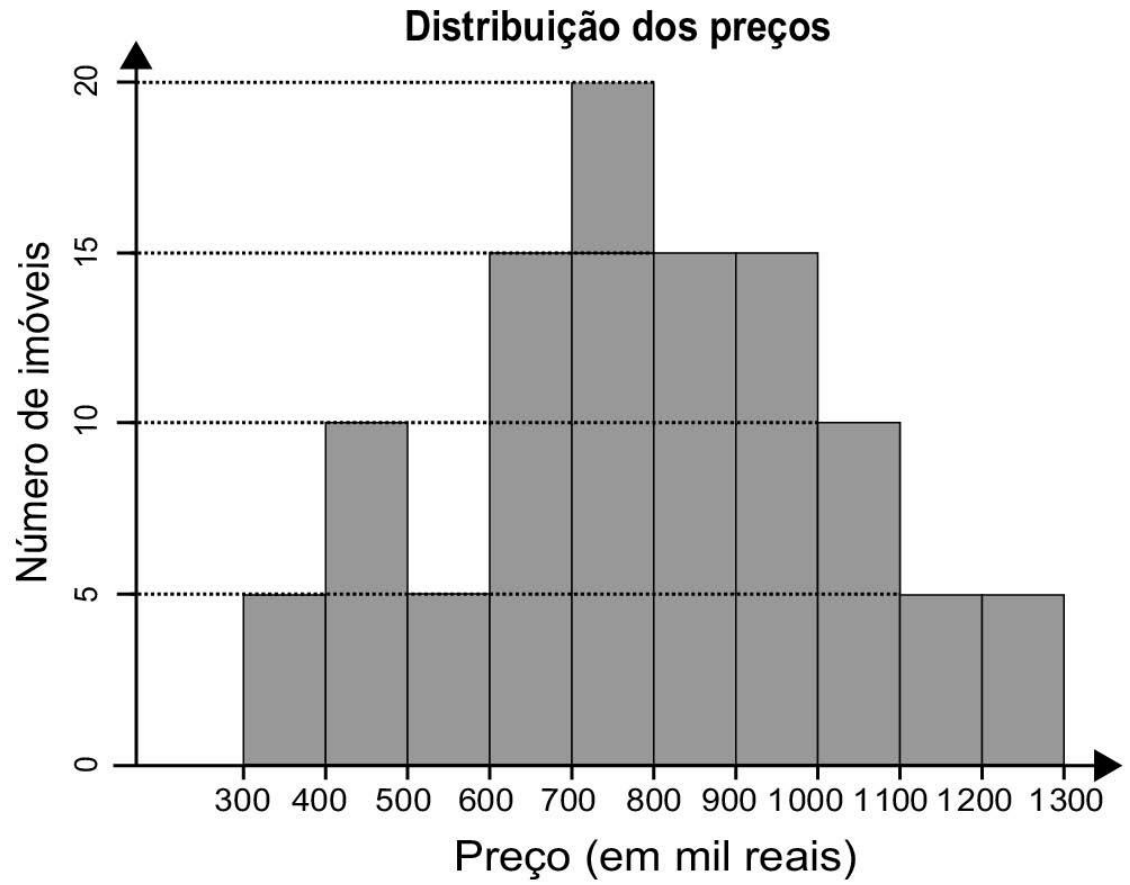
$$GABARITO: C$$

QUESTÃO 167

Um casal está planejando comprar um apartamento de dois quartos num bairro de uma cidade e consultou a página de uma corretora de imóveis, encontrando 105 apartamentos de dois quartos à venda no bairro desejado. Eles usaram um aplicativo da corretora para gerar a distribuição dos preços do conjunto de imóveis selecionados.

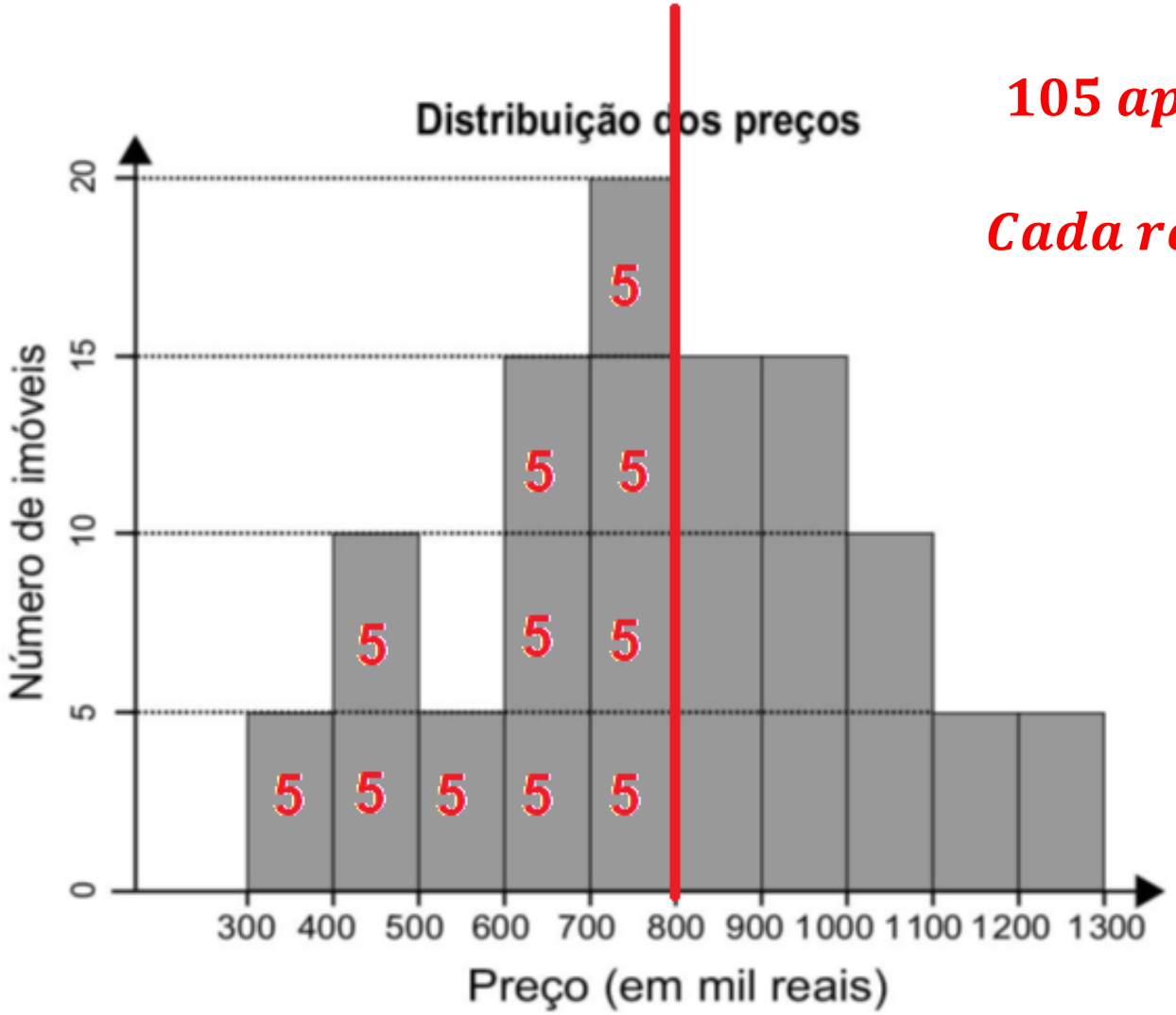
O gráfico ilustra a distribuição de frequências dos preços de venda dos apartamentos dessa lista (em mil reais), no qual as faixas de preço são dadas por]300, 400],]400, 500],]500, 600],]600, 700],]700, 800],]800, 900],]900, 1 000],]1 000, 1 100],]1 100, 1 200] e]1 200, 1 300].

A mesma corretora anuncia que cerca de 50% dos apartamentos de dois quartos nesse bairro, publicados em sua página, têm preço de venda inferior a 550 mil reais. No entanto, o casal achou que essa última informação não era compatível com o gráfico obtido.



Com base no gráfico obtido, o menor preço, *p* (em mil reais), para o qual pelo menos 50% dos apartamentos apresenta preço inferior a *p* é

(A) 600. (B) 700. (C) 800. (D) 900. (E) 1 000.



$105\ apartamentos \rightarrow metade = 52,5 \rightarrow 53$

$Cada\ retângulo\ corresponde\ a\ 5\ apartamentos.$

Pelo menos 50% dos apartamentos apresenta preço inferior a R$ 800000.

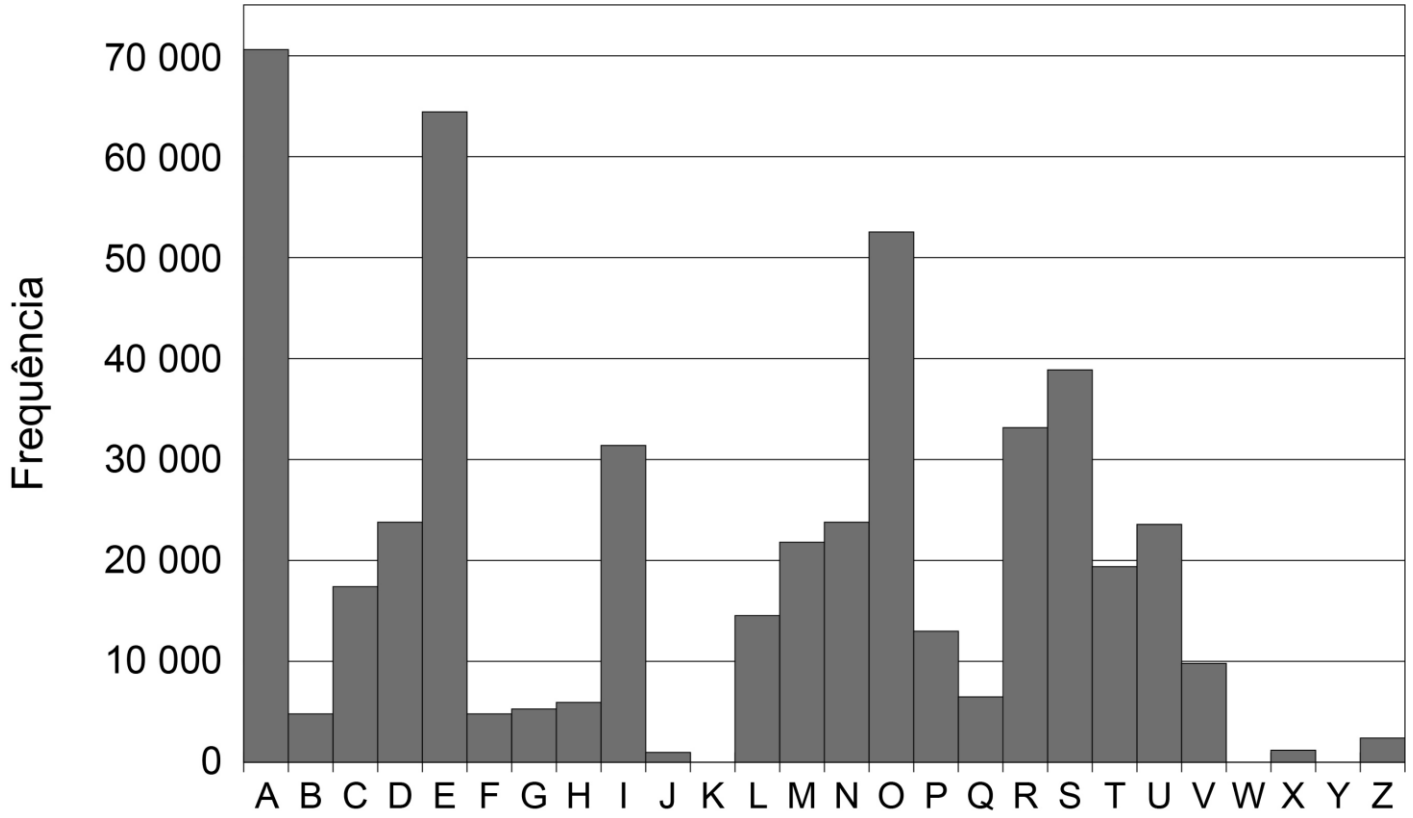
$GABARITO: C$

QUESTÃO 168

Cifra de César é um exemplo de um método de codificação de mensagens usado por Júlio César para se comunicar com seus generais.
No método, cada letra era trocada por uma letra que aparecia no alfabeto um número fixo de casas adiante (ou atrás) de forma cíclica. A seguir temos um exemplo em que cada letra é substituída pela que vem três posições à frente.

Original	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Codificado	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

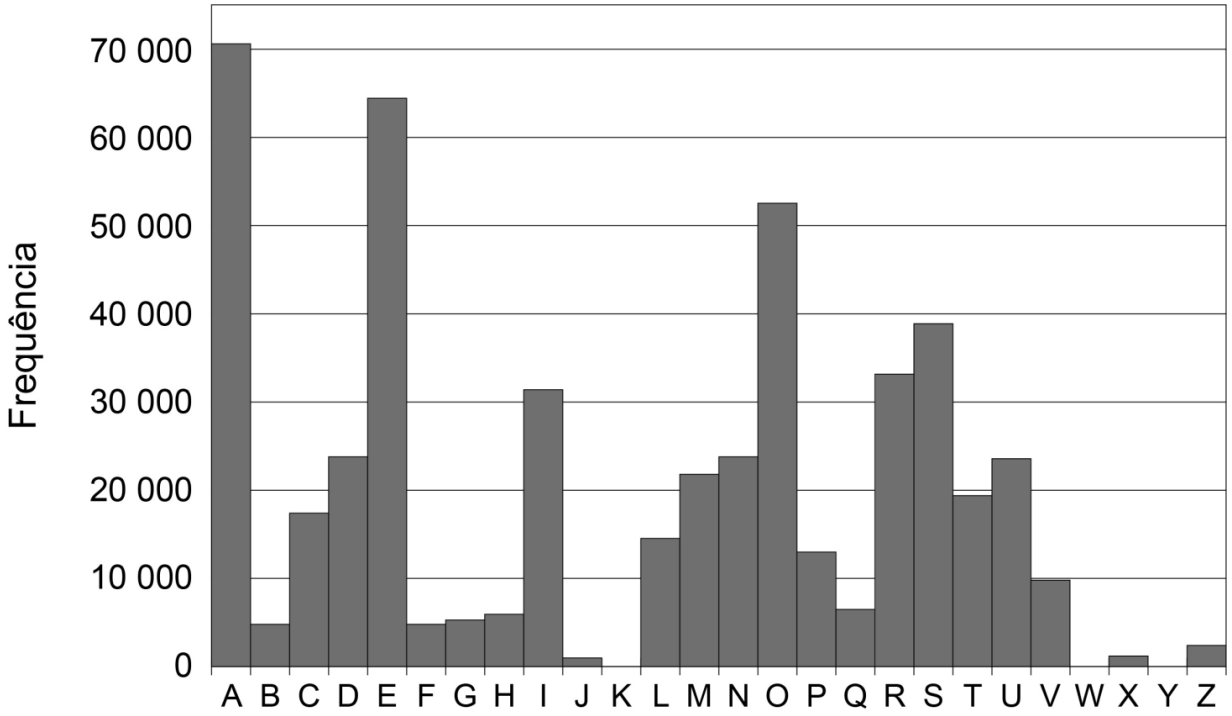
Para quebrar um código como esse, a análise de frequências das letras de um texto é uma ferramenta importante.
Uma análise do texto do romance *O guarani*, de José de Alencar, que é composto por 491 631 letras, gerou o seguinte gráfico de frequências:



Disponível em: www.dominiopublico.gov.br. Acesso em: 7 fev. 2015.

Após codificar esse texto com a regra do exemplo fornecido, faz-se nova análise de frequência no texto codificado.
As quatro letras mais frequentes, em ordem decrescente de frequência, do texto codificado são

(A) A, E, O e S. (B) D, E, F e G. (C) D, H, R e V. (D) R, L, B e X. (E) X, B, L e P.



Original	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Codificado	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

Pelo gráfico, as maiores frequências no texto são: A, E, O, S.

Suas letras codificadas serão: $\begin{cases} A \rightarrow D \\ E \rightarrow H \\ O \rightarrow R \\ S \rightarrow V \end{cases}$

GABARITO: C

QUESTÃO 169

O quadro apresenta o número de terremotos de magnitude maior ou igual a 7, na escala Richter, ocorridos em nosso planeta nos anos de 2000 a 2011.

Ano	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Terremotos	15	16	13	15	16	11	11	18	12	17	24	20

Disponível em: https://earthquake.usgs.gov/earthquakes/browse/m7-world.php.

Acesso em: 13 ago. 2012 (adaptado)

Um pesquisador acredita que a mediana representa bem o número anual típico de terremotos em um período.

Segundo esse pesquisador, o número anual típico de terremotos de magnitude maior ou igual a 7 é

(A) 11.
(B) 15.
(C) 15,5.
(D) 15,7.
(E) 17,5.

Ano	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Terremotos	15	16	13	15	16	11	11	18	12	17	24	20

$\boldsymbol{Mediana \rightarrow colocar\ em\ ordem\ crescente\ (ou\ decrescente)}$

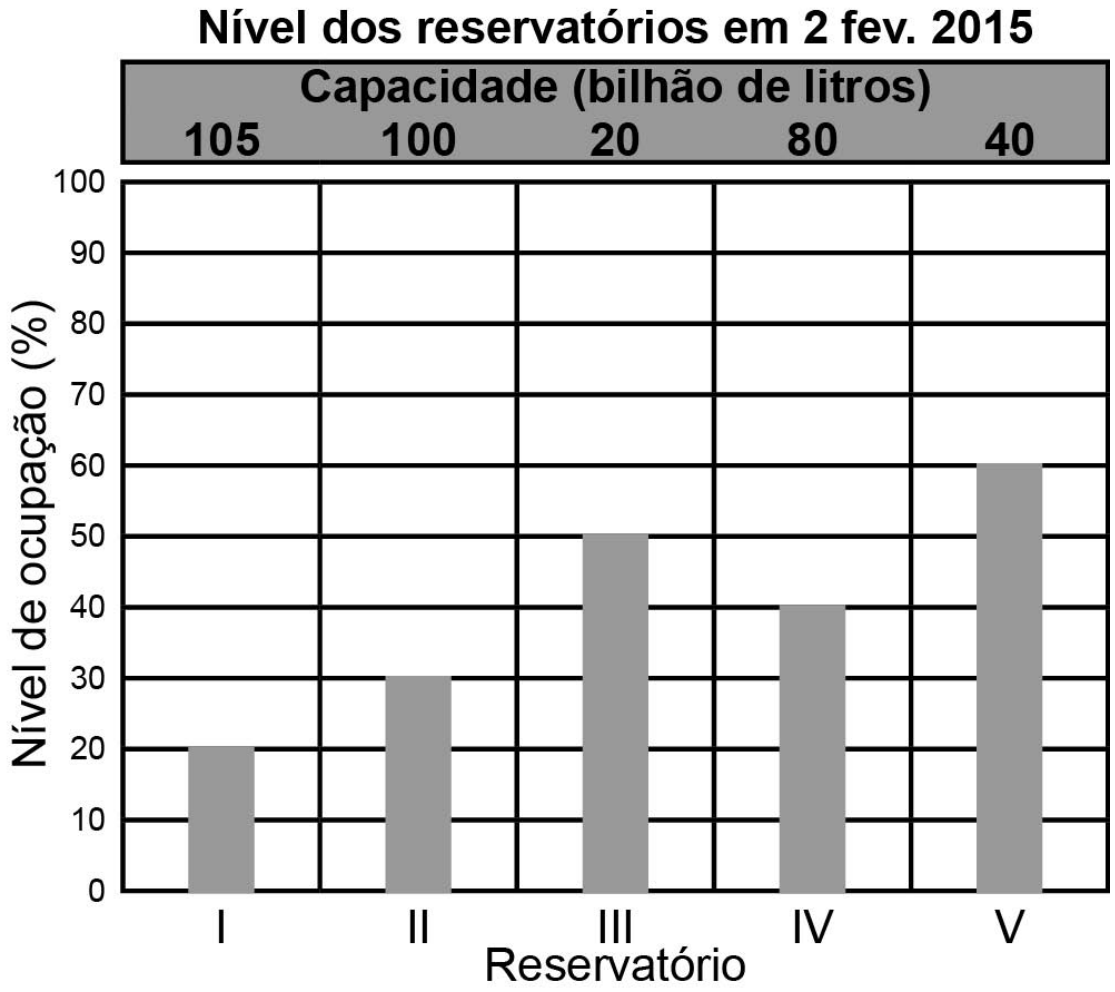
$\boldsymbol{(11, 11, 12, 13, 15, 15, 16, 16, 17, 18, 20, 24)}$

$\boldsymbol{12\ termos \rightarrow M_d = \frac{a_6 + a_7}{2} = \frac{15 + 16}{2} = 15,5}$

$\boldsymbol{GABARITO: C}$

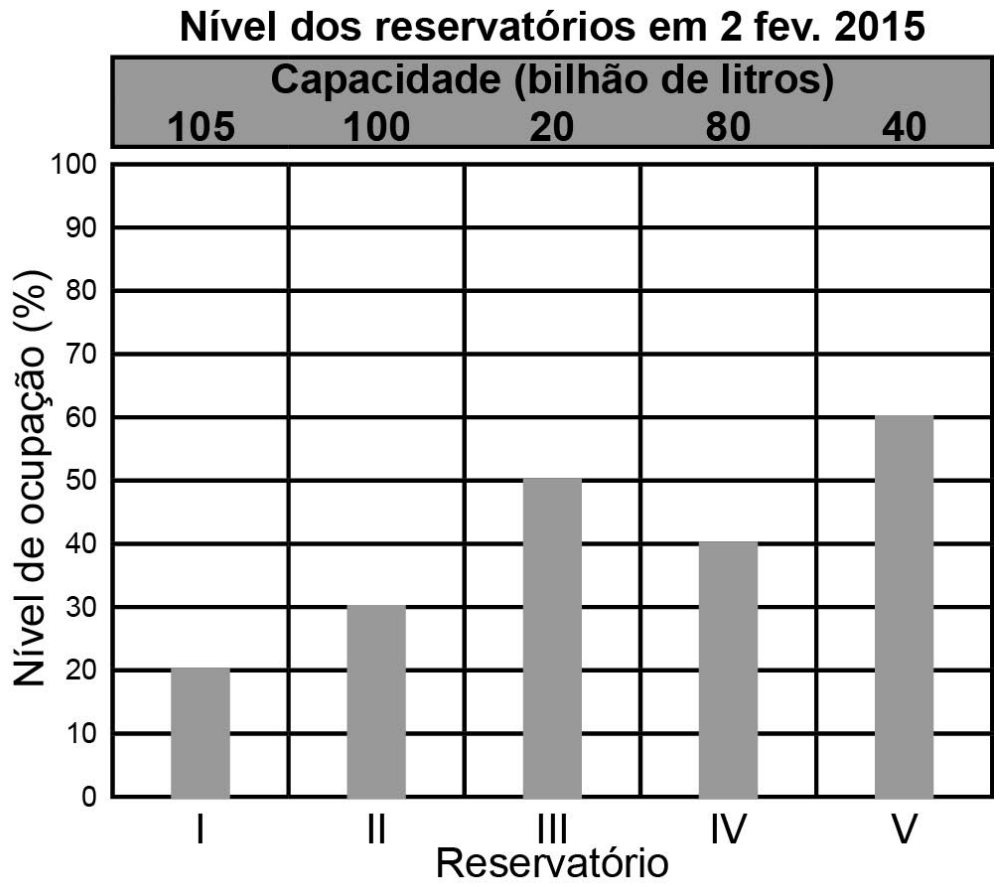
QUESTÃO 170

O gráfico apresenta o nível de ocupação dos cinco reservatórios de água que abasteciam uma cidade em 2 de fevereiro de 2015.



Nessa data, o reservatório com o maior volume de água era o

(A) I.
(B) II.
(C) III.
(D) IV.
(E) V.



$$I = \frac{20}{100}.105 = 21$$

$$II = \frac{30}{100}.100 = 30$$

$$III = \frac{50}{100}.20 = 10$$

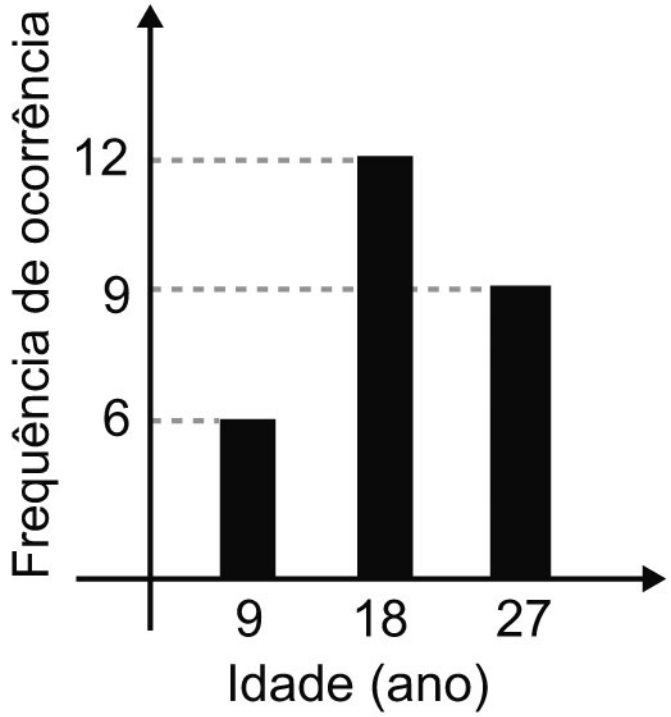
$$IV = \frac{40}{100}.80 = 32$$

$$V = \frac{60}{100}.40 = 24$$

$$GABARITO: D$$

QUESTÃO 171

Uma pessoa realizou uma pesquisa com alguns alunos de uma escola, coletando suas idades, e organizou esses dados no gráfico.



Qual é a média das idades, em ano, desses alunos?

(A) 9
(B) 12
(C) 18
(D) 19
(E) 27

$$\boldsymbol{Média = \frac{6\ x\ 9 + 12\ x\ 18 + 9\ x\ 27}{6 + 9 + 12} = \frac{54 + 216 + 243}{27} = \frac{513}{27} = 19}$$

$$\boldsymbol{GABARITO: D}$$

QUESTÃO 172

Em um estudo realizado pelo IBGE em quatro estados e no Distrito Federal, com mais de 5 mil pessoas com 10 anos ou mais, observou-se que a leitura ocupa, em média, apenas seis minutos do dia de cada pessoa. Na faixa de idade de 10 a 24 anos, a média diária é de três minutos. No entanto, no grupo de idades entre 24 e 60 anos, o tempo médio diário dedicado à leitura é de 5 minutos. Entre os mais velhos, com 60 anos ou mais, a média é de 12 minutos.

A quantidade de pessoas entrevistadas de cada faixa de idade seguiu a distribuição percentual descrita no quadro.

Faixa etária	Percentual de entrevistados
De 10 a 24 anos	*x*
Entre 24 e 60 anos	*y*
A partir de 60 anos	*x*

Disponível em: www.oglobo.globo.com. Acesso em: 16 ago. 2013 (adaptado).

Os valores de *x* e *y* do quadro são, respectivamente, iguais a

(A) 10 e 80.
(B) 10 e 90.
(C) 20 e 60.
(D) 20 e 80.
(E) 25 e 50.

$$\textbf{Média} = 6\ \textbf{minutos}$$

Faixa etária	Percentual de entrevistados
De 10 a 24 anos	x
Entre 24 e 60 anos	y
A partir de 60 anos	x

$$M = \frac{\frac{x}{100}.5000.3 + \frac{y}{100}.5000.5 + \frac{x}{100}.5000.12}{5000}$$

$$\textit{Simplificando por } 5000 \rightarrow M = \frac{3x}{100} + \frac{5y}{100} + \frac{12x}{100} \rightarrow 6 = 0,03x + 0,05y + 0,12x$$

$$0,15x + 0,05y = 6 \rightarrow 15x + 5y = 600 \rightarrow 3x + y = 120$$

$$\begin{cases} 3x + y = 120 \\ 2x + y = 100 \end{cases} \quad \textit{subtraindo as equações} \rightarrow x = 20$$

$$3.20 + y = 120 \rightarrow 60 + y = 120 \rightarrow y = 60$$

$$\textit{GABARITO: C}$$

QUESTÃO 173

Um zootecnista pretende testar se uma nova ração para coelhos é mais eficiente do que a que ele vem utilizando atualmente. A ração atual proporciona uma massa média de 10 kg por coelho, com um desvio padrão de 1 kg, alimentado com essa ração durante um período de três meses.

O zootecnista selecionou uma amostra de coelhos e os alimentou com a nova ração pelo mesmo período de tempo. Ao final, anotou a massa de cada coelho, obtendo um desvio padrão de 1,5 kg para a distribuição das massas dos coelhos dessa amostra.

Para avaliar a eficiência dessa ração, ele utilizará o coeficiente de variação (*CV*) que é uma medida de dispersão definida por $(CV) = \frac{s}{\overline{x}}$, em que *s* representa o desvio padrão e $\overline{x}$, a média das massas dos coelhos que foram alimentados com uma determinada ração.

O zootecnista substituirá a ração que vinha utilizando pela nova, caso o coeficiente de variação da distribuição das massas dos coelhos que foram alimentados com a nova ração for menor do que o coeficiente de variação da distribuição das massas dos coelhos que foram alimentados com a ração atual.

A substituição da ração ocorrerá se a média da distribuição das massas dos coelhos da amostra, em quilograma, for superior a

(A) 5,0.
(B) 0,5.
(C) 10,0.
(D) 10,5.
(E) 15,0.

$$(CV) = \frac{s}{\overline{x}}$$

$$(CV)_{atual} = \frac{1}{10}$$

$$(CV)_{depois} = \frac{1,5}{\overline{x}}$$

$$(CV)_{depois} < (CV)_{antes} \rightarrow \frac{1,5}{\overline{x}} < \frac{1}{10} \rightarrow 15 < \overline{x} \rightarrow \overline{x} > 15$$

GABARITO: E

QUESTÃO 174

Uma rede de hamburgueria tem três franquias em cidades distintas. Visando incluir um novo tipo de lanche no cardápio, o gerente de marketing da rede sugeriu que fossem colocados à venda cinco novos tipos de lanche, em edições especiais. Os lanches foram oferecidos pelo mesmo período de tempo em todos os franqueados. O tipo que apresentasse a maior média por franquia seria incluído definitivamente no cardápio.

Terminado o período de experiência, a gerência recebeu um relatório descrevendo as quantidades vendidas, em unidade, de cada um dos cinco tipos de lanche nas três franquias.

	Lanche I	Lanche II	Lanche III	Lanche IV	Lanche V
Franquia I	415	395	425	430	435
Franquia II	415	445	370	370	425
Franquia III	415	390	425	433	420

Com base nessas informações, a gerência decidiu incluir no cardápio o lanche de tipo

(A) I. (B) II. (C) III. (D) IV. (E) V.

	Lanche I	Lanche II	Lanche III	Lanche IV	Lanche V
Franquia I	415	395	425	430	435
Franquia II	415	445	370	370	425
Franquia III	415	390	425	433	420

$$Lanche\ I = \frac{415 + 415 + 415}{3} = 415$$

$$Lanche\ II = \frac{395 + 445 + 390}{3} = 410$$

$$Lanche\ III = \frac{425 + 370 + 425}{3} = 406,6$$

$$Lanche\ IV = \frac{430 + 370 + 433}{3} = 411$$

$$Lanche\ V = \frac{435 + 425 + 420}{3} = 426,6$$

$$GABARITO: E$$

QUESTÃO 175

Uma grande rede de supermercados adota um sistema de avaliação dos faturamentos de suas filiais, considerando a média de faturamento mensal em milhão. A matriz da rede paga uma comissão para os representantes dos supermercados que atingirem uma média de faturamento mensal (M), conforme apresentado no quadro.

Comissão	Média de faturamento mensal (M)
I	$1 \leq M < 2$
II	$2 \leq M < 4$
III	$4 \leq M < 5$
IV	$5 \leq M < 6$
V	$M \geq 6$

Um supermercado da rede obteve os faturamentos num dado ano, conforme apresentado no quadro.

Faturamento mensal (em milhão de real)	Quantidade de meses
3,5	3
2,5	2
5	2
3	4
7,5	1

Nas condições apresentadas, os representantes desse supermercado avaliam que receberão, no ano seguinte, a comissão de tipo

(A) I.
(B) II.
(C) III.
(D) IV.
(E) V.

Comissão	Média de faturamento mensal (M)
I	$1 \leq M < 2$
II	$2 \leq M < 4$
III	$4 \leq M < 5$
IV	$5 \leq M < 6$
V	$M \geq 6$

Faturamento mensal (em milhão de real)	Quantidade de meses
3,5	3
2,5	2
5	2
3	4
7,5	1

$$\boldsymbol{Média_{faturamento} = \frac{3,5.3 + 2,5.2 + 5.2 + 3.4 + 7,5.1}{12} = \frac{10,5 + 5 + 10 + 12 + 7,5}{12}}$$

$$\boldsymbol{Média_{faturamento} = \frac{45}{12} = 3,75}$$

Tipo II.

GABARITO: B

QUESTÃO 176

Aplicativos que gerenciam serviços de hospedagem têm ganhado espaço no Brasil e no mundo por oferecer opções diferenciadas em termos de localização e valores de hospedagem. Em um desses aplicativos, o preço *P* a ser pago pela hospedagem é calculado considerando um preço por diária *d*, acrescido de uma taxa fixa de limpeza *L* e de uma taxa de serviço. Essa taxa de serviço é um valor percentual *s* calculado sobre o valor pago pelo total das diárias.

Nessa situação, o preço a ser pago ao aplicativo para uma hospedagem de *n* diárias pode ser obtido pela expressão

(A) P = dn + L + d . n . s
(B) P = d . n + L + d . s
(C) P = d + L + s
(D) P = d . n . s + L
(E) P = d . n + L + s

$\boldsymbol{n\ di\acute{a}rias \rightarrow P = n.d + L + n.d.s}$

$\boldsymbol{GABARITO: A}$

QUESTÃO 177

O organizador de uma competição de lançamento de dardos pretende tornar o campeonato mais competitivo. Pelas regras atuais da competição, numa rodada, o jogador lança 3 dardos e pontua caso acerte pelo menos um deles no alvo. O organizador considera que, em média, os jogadores têm, em cada lançamento, $\frac{1}{2}$ de probabilidade de acertar um dardo no alvo.

A fim de tornar o jogo mais atrativo, planeja modificar as regras de modo que a probabilidade de um jogador pontuar em uma rodada seja igual ou superior a $\frac{9}{10}$. Para isso, decide aumentar a quantidade de dardos a serem lançados em cada rodada.

Com base nos valores considerados pelo organizador da competição, a quantidade mínima de dardos que devem ser disponibilizados em uma rodada para tornar o jogo mais atrativo é

(A) 2.
(B) 4.
(C) 6.
(D) 9.
(E) 10.

$$p_{acertar\ o\ alvo} = \frac{1}{2} \rightarrow p_{errar\ o\ alvo} = \frac{1}{2}$$

$$n\ lançamentos \rightarrow p_{errar\ todos} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$n\ lançamentos \rightarrow p_{acertar\ pelo\ menos\ um} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \geq \frac{9}{10} \rightarrow 1 - \frac{9}{10} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^n \rightarrow \frac{1}{10} \geq \frac{1}{2^n} \rightarrow 2^n \geq 10$$

$$n \geq 4$$

$$quantidade\ mínima = 4$$

$$GABARITO: B$$

QUESTÃO 178 (adaptada)

A Copa do Brasil teve, até a edição de 2018, 15 times diferentes como campeões da competição, conforme apresentado na imagem. Suponha que, como homenagem aos times campeões, a Confederação Brasileira de Futebol (CBF) pretenda colocar um painel na sua sede. Esse painel teria 6 linhas e, em cada uma delas, 5 placas, referentes a cada edição da competição, com o nome do time vencedor, o brasão e o ano do título. O painel deve ser fabricado de modo que a primeira linha só tenha clubes gaúchos (Internacional, Grêmio e Juventude); a segunda, apenas times cariocas (Flamengo, Vasco e Fluminense); a terceira, somente times mineiros (Cruzeiro e Atlético Mineiro); a quarta, exclusivamente clubes paulistas (Corinthians, Palmeiras, Santos, Paulista FC, Santo André), e as duas últimas sem nenhuma restrição.

Cruzeiro
(Minas Gerais)
06 Títulos

Grêmio
(Rio Grande do Sul)
05 Títulos

Corinthians
(São Paulo)
03 Títulos

Flamengo
(Rio de Janeiro)
03 Títulos

Palmeiras
(São Paulo)
03 Títulos

Internacional
(Rio Grande do Sul)
01 Título

Criciúma
(Santa Catarina)
01 Título

Vasco da Gama
(Rio de Janeiro)
01 Título

Atlético
(Minas Gerais)
01 Título

Santos
(São Paulo)
01 Título

Fluminense
(Rio de Janeiro)
01 Título

Sport
(Pernambuco)
01 Título

Paulista FC
(São Paulo)
01 Título

Santo André
(São Paulo)
01 Título

Juventude
(Rio Grande do Sul)
01 Título

Disponível em: http://campeoesdofutebol.com.br. Acesso em: 1 nov. 2018 (adaptado).

Qual expressão determina a quantidade de painéis diferentes que a CBF poderá montar?

$(A)\ \frac{7!}{5!}.\frac{5!}{3!}.\frac{7!}{6!}.\frac{9!}{3!.3!}.10!$

$(\mathrm{B})\ 7!.5!.7!.9!.10!$

$(C)\ 30!$

$(D)\ \frac{7!}{5!.5!}.\frac{7!}{5!.2!}.\frac{9!}{5!.4!}$

$(E)\ \frac{7!}{2!}.5!.\frac{7!}{2!}.\frac{9!}{4!}.10!$

1^{a} *linha* → *times gaúchos* → 7 *títulos* → *Coloca* − *se* 5 *na primeira linha e sobram* 2.

como a ordem importa → $A_{7,5} = \frac{7!}{2!}$

2^{a} *linha* → *times cariocas* → 5 *títulos* → *não há sobra*.

como a ordem importa → $P_5 = 5!$

3^{a} *linha* → *times mineiros* → 7 *títulos* → *coloca* − *se* 5 *na terceira linha e sobram* 2.

como a ordem importa → $A_{7,5} = \frac{7!}{2!}$

4^{a} *linha* → *times paulistas* → 9 *títulos* → *coloca* − *se* 5 *na quarta linha e sobram* 4.

como a ordem importa → $A_{9,5} = \frac{9!}{4!}$

sobraram 10 times para as duas últimas linhas.

como a ordem importa $\rightarrow P_{10} = 10!$

Multiplicando todas as etapas, temos:

$$\frac{7!}{2!}.5!.\frac{7!}{2!}.\frac{9!}{4!}.10!$$

GABARITO: E

QUESTÃO 179

Um segmento de reta está dividido em duas partes na proporção áurea quando o todo está para uma das partes na mesma razão em que essa parte está para a outra.
Essa constante de proporcionalidade é comumente representada pela letra grega φ, e seu valor é dado pela solução positiva da equação $\varphi^2 = \varphi + 1$.
Assim como a potência φ^2 , as potências superiores de φ podem ser expressas da forma aφ + b, em que a e b são inteiros positivos, como apresentado no quadro.

φ^2	φ^3	φ^4	φ^5	φ^6	φ^7
$\varphi + 1$	$2\varphi + 1$	$3\varphi + 2$	$5\varphi + 3$	$8\varphi + 5$	…

A potência φ^7 , escrita na forma aφ + b (a e b são inteiros positivos), é
(A) 5 φ + 3.
(B) 7 φ + 2.
(C) 9 φ + 6.
(D) 11 φ + 7.
(E) 13 φ + 8.

φ^2	φ^3	φ^4	φ^5	φ^6	φ^7
$\varphi + 1$	$2\varphi + 1$	$3\varphi + 2$	$5\varphi + 3$	$8\varphi + 5$	…

$$\boldsymbol{\varphi^7 = \varphi^2 . \varphi^5 \rightarrow \varphi^7 = (\varphi + 1).(5\varphi + 3) \rightarrow \varphi^7 = 5.\varphi^2 + 3\varphi + 5\varphi + 3}$$

$$\boldsymbol{\varphi^7 = 5.\varphi^2 + 8\varphi + 3 \rightarrow \varphi^7 = 5.(\varphi + 1) + 8\varphi + 3 \rightarrow \varphi^7 = 5\varphi + 5 + 8\varphi + 3}$$

$$\boldsymbol{\varphi^7 = 13\varphi + 8}$$

GABARITO: E

QUESTÃO 180

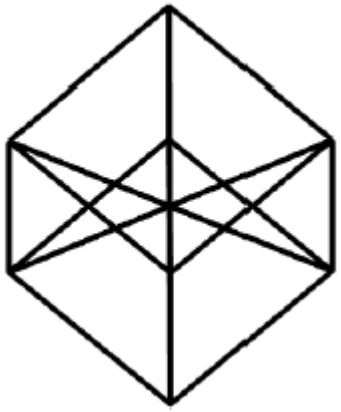
O Atomium, representado na imagem, é um dos principais pontos turísticos de Bruxelas. Ele foi construído em 1958 para a primeira grande exposição mundial depois da Segunda Guerra Mundial, a Feira Mundial de Bruxelas.

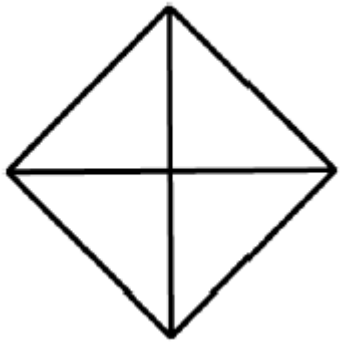
Trata-se de uma estrutura metálica construída no formato de um cubo. Essa estrutura está apoiada por um dos vértices sobre uma base paralela ao plano do solo, e a diagonal do cubo, contendo esse vértice, é ortogonal ao plano da base. Centradas nos vértices desse cubo, foram construídas oito esferas metálicas, e uma outra esfera foi construída centrada no ponto de interseção das diagonais do cubo. As oito esferas sobre os vértices são interligadas segundo suas arestas, e a esfera central se conecta a elas pelas diagonais do cubo.

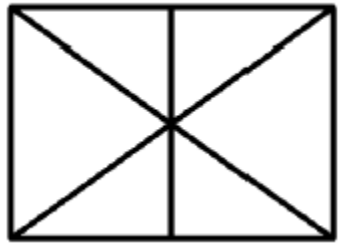
Todas essas interligações são feitas por tubos cilíndricos que possuem escadas em seu interior, permitindo o deslocamento de pessoas pela parte interna da estrutura. Na diagonal ortogonal à base, o deslocamento é feito por um elevador, que permite o deslocamento entre as esferas da base e a esfera do ponto mais alto, passando pela esfera central.

Considere um visitante que se deslocou pelo interior do Atomium sempre em linha reta e seguindo o menor trajeto entre dois vértices, passando por todas as arestas e todas as diagonais do cubo.

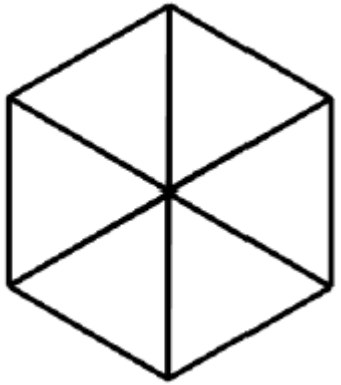
A projeção ortogonal sobre o plano do solo do trajeto percorrido por esse visitante é representada por

(A) 

(B) 

(C) 

(D)

(E) 

Ao projetarmos o cubo sobre o solo, temos que dois vértices caem no centro da figura.

Os outros seis vértices do cubo, quando projetados no solo, formam um hexágono.

GABARITO: E