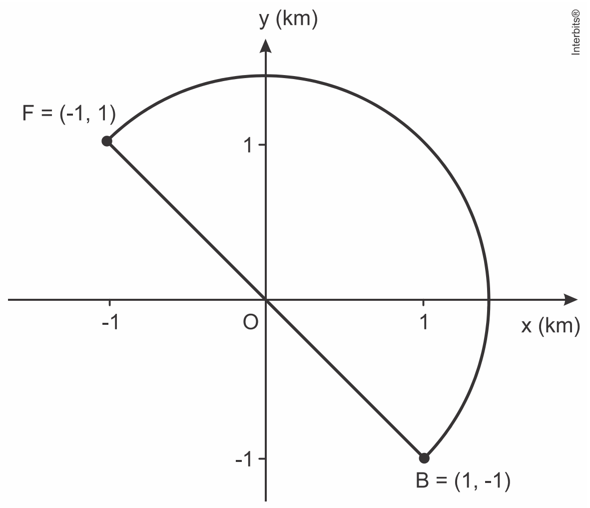
1. (Enem 2016) Em uma cidade será construída uma galeria subterrânea que receberá uma rede de canos para o transporte de água de uma fonte (F) até o reservatório de um novo bairro (B).

Após avaliações, foram apresentados dois projetos para o trajeto de construção da galeria: um segmento de reta que atravessaria outros bairros ou uma semicircunferência que contornaria esses bairros, conforme ilustrado no sistema de coordenadas xOy da figura, em que a unidade de medida nos eixos é o quilômetro.



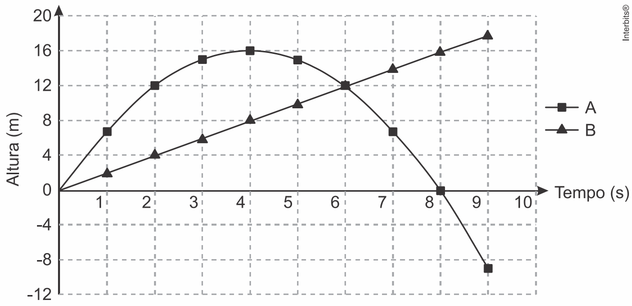
Estudos de viabilidade técnica mostraram que, pelas características do solo, a construção de $1\,m$ de galeria via segmento de reta demora $1,0\,h$, enquanto que $1\,m$ de construção de galeria via semicircunferência demora $0,6\,h$. Há urgência em disponibilizar água para esse bairro.

Use 3 como aproximação para π e $1,4$ como aproximação para $\sqrt{2}$.

O menor tempo possível, em hora, para conclusão da construção da galeria, para atender às necessidades de água do bairro, é de

a) 1.260.
b) 2.520.
c) 2.800.
d) 3.600.
e) 4.000.

2. (Enem 2016) Para uma feira de ciências, dois projéteis de foguetes, A e B, estão sendo construídos para serem lançados. O planejamento é que eles sejam lançados juntos, com o objetivo de o projétil B interceptar o A quando esse alcançar sua altura máxima. Para que isso aconteça, um dos projéteis descreverá uma trajetória parabólica, enquanto o outro irá descrever uma trajetória supostamente retilínea. O gráfico mostra as alturas alcançadas por esses projéteis em função do tempo, nas simulações realizadas.

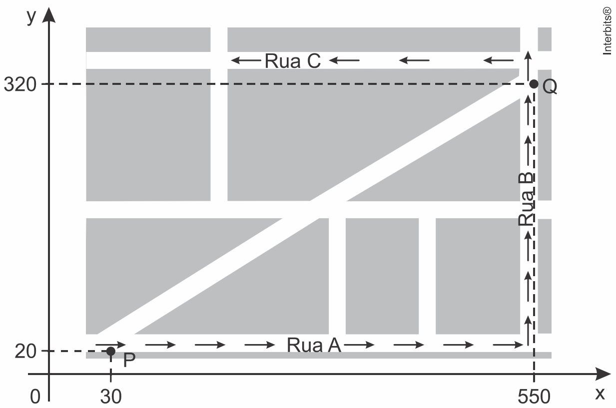


Com base nessas simulações, observou-se que a trajetória do projétil B deveria ser alterada para que o objetivo fosse alcançado.

Para alcançar o objetivo, o coeficiente angular da reta que representa a trajetória de B deverá

a) diminuir em 2 unidades.
b) diminuir em 4 unidades.
c) aumentar em 2 unidades.
d) aumentar em 4 unidades.
e) aumentar em 8 unidades.

3. (Enem 2015) Devido ao aumento do fluxo de passageiros, uma empresa de transporte coletivo urbano está fazendo estudos para a implantação de um novo ponto de parada em uma determinada rota. A figura mostra o percurso, indicado pelas setas, realizado por um ônibus nessa rota e a localização de dois de seus atuais pontos de parada, representados por P e Q.

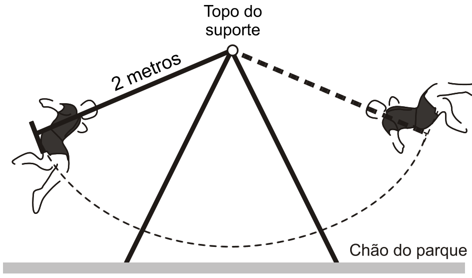


Os estudos indicam que o novo ponto T deverá ser instalado, nesse percurso, entre as paradas já existentes P e Q, de modo que as distâncias percorridas pelo ônibus entre os pontos P e T e entre os pontos T e Q sejam iguais.

De acordo com os dados, as coordenadas do novo ponto de parada são

a) $(290; 20)$.
b) $(410; 0)$.
c) $(410; 20)$.
d) $(440; 0)$.
e) $(440; 20)$.

4. (Enem 2014) A figura mostra uma criança brincando em um balanço no parque. A corda que prende o assento do balanço ao topo do suporte mede 2 metros. A criança toma cuidado para não sofrer um acidente, então se balança de modo que a corda não chegue a alcançar a posição horizontal.



Na figura, considere o plano cartesiano que contém a trajetória do assento do balanço, no qual a origem está localizada no topo do suporte do balanço, o eixo x é paralelo ao chão do parque, e o eixo y tem orientação positiva para cima.
A curva determinada pela trajetória do assento do balanço é parte do gráfico da função

a) $f(x) = -\sqrt{2 - x^2}$

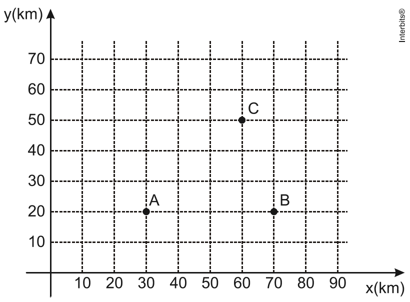
b) $f(x) = \sqrt{2 - x^2}$

c) $f(x) = x^2 - 2$

d) $f(x) = -\sqrt{4 - x^2}$

e) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

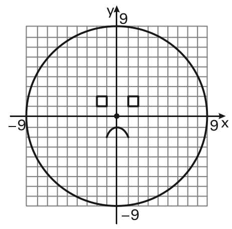
5. (Enem 2013) Nos últimos anos, a televisão tem passado por uma verdadeira revolução, em termos de qualidade de imagem, som e interatividade com o telespectador. Essa transformação se deve à conversão do sinal analógico para o sinal digital. Entretanto, muitas cidades ainda não contam com essa nova tecnologia. Buscando levar esses benefícios a três cidades, uma emissora de televisão pretende construir uma nova torre de transmissão, que envie sinal às antenas A, B e C, já existentes nessas cidades. As localizações das antenas estão representadas no plano cartesiano:



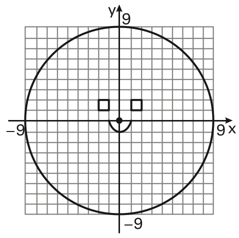
A torre deve estar situada em um local equidistante das três antenas.
O local adequado para a construção dessa torre corresponde ao ponto de coordenadas
a) (65 ; 35). b) (53 ; 30). c) (45 ; 35).
d) (50 ; 20). e) (50 ; 30).

6. (Enem 2013) Durante uma aula de Matemática, o professor sugere aos alunos que seja fixado um sistema de coordenadas cartesianas (x, y) e representa na lousa a descrição de cinco conjuntos algébricos, I, II, III, IV e V, como se segue:
I. é a circunferência de equação $x^2 + y^2 = 9$;
II. é a parábola de equação $y = -x^2 - 1$, com x variando de -1 a 1;
III. é o quadrado formado pelos vértices (–2, 1), (–1, 1), (–1, 2) e (–2, 2);
IV. é o quadrado formado pelos vértices (1, 1), (2, 1), (2, 2) e (1, 2);
V. é o ponto (0, 0).

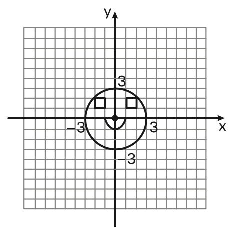
A seguir, o professor representa corretamente os cinco conjuntos sobre uma mesma malha quadriculada, composta de quadrados com lados medindo uma unidade de comprimento, cada, obtendo uma figura.
Qual destas figuras foi desenhada pelo professor?
a)



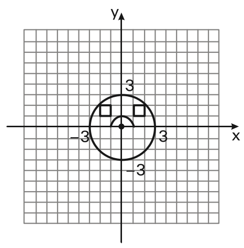
b)



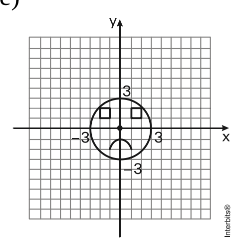
c)



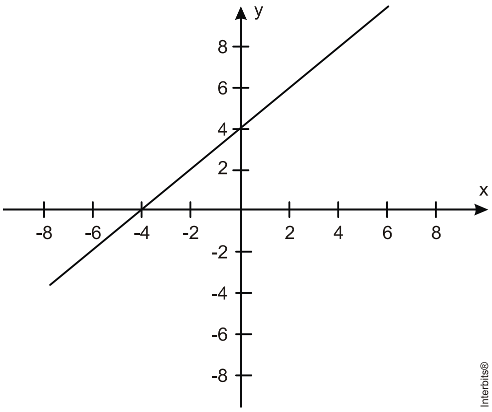
d)



e)

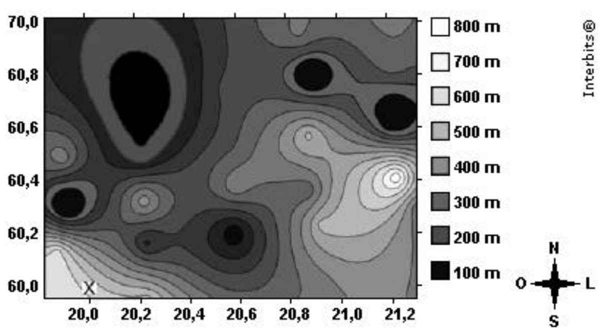


7. (Enem 2011) Um bairro de uma cidade foi planejado em uma região plana, com ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho. No plano de coordenadas cartesianas seguinte, esse bairro localiza-se no segundo quadrante, e as distâncias nos eixos são dadas em quilômetros.



A reta de equação $y = x + 4$ representa o planejamento do percurso da linha do metrô subterrâneo que atravessará o bairro e outras regiões da cidade. No ponto $P = (-5, 5)$, localiza-se um hospital público. A comunidade solicitou ao comitê de planejamento que fosse prevista uma estação do metrô de modo que sua distância ao hospital, medida em linha reta, não fosse maior que 5 km.
Atendendo ao pedido da comunidade, o comitê argumentou corretamente que isso seja automaticamente satisfeito, pois já estava prevista a construção de uma estação no ponto
a) $(-5, 0)$.
b) $(-3, 1)$.
c) $(-2, 1)$.
d) $(0, 4)$.
e) $(2, 6)$.

8. (Enem 2010) A figura a seguir é a representação de uma região por meio de curvas de nível, que são curvas fechadas representando a altitude da região, com relação ao nível do mar. As coordenadas estão expressas em graus de acordo com a longitude, no eixo horizontal, e a latitude, no eixo vertical. A escala em tons de cinza desenhada à direita está associada à altitude da região.

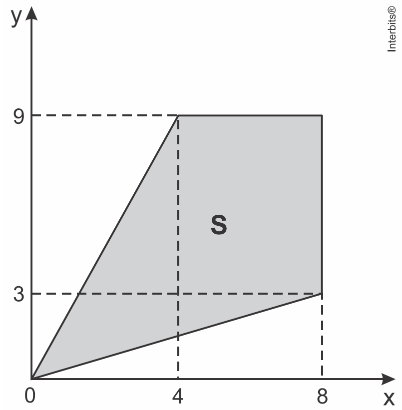


Um pequeno helicóptero usado para reconhecimento sobrevoa a região a partir do ponto X = (20; 60). O helicóptero segue o percurso:

0,8°L → 0,5°N → 0,2° O → 0,1° S → 0,4° N → 0,3 °L

De acordo com as orientações, o helicóptero pousou em um local cuja altitude é
a) menor ou igual a 200 m.
b) maior que 200 m e menor ou igual a 400 m.
c) maior que 400 m e menor ou igual a 600 m.
d) maior que 600 m e menor ou igual a 800 m.
e) maior que 800 m.

9. (Enem 2ª aplicação 2016) Uma região de uma fábrica deve ser isolada, pois nela os empregados ficam expostos a riscos de acidentes. Essa região está representada pela porção de cor cinza (quadrilátero de área S) na figura.



Para que os funcionários sejam orientados sobre a localização da área isolada, cartazes informativos serão afixados por toda a fábrica. Para confeccioná-los, programador utilizará um software que permite desenhar essa região a partir de um conjunto de desigualdades algébricas.

As desigualdades que devem ser utilizadas no referido software, para o desenho da região de isolamento, são
a) $3y - x \leq 0;\ 2y - x \geq 0;\ y \leq 8;\ x \leq 9$
b) $3y - x \leq 0;\ 2y - x \geq 0;\ y \leq 9;\ x \leq 8$
c) $3y - x \geq 0;\ 2y - x \leq 0;\ y \leq 9;\ x \leq 8$
d) $4y - 9x \leq 0;\ 8y - 3x \geq 0;\ y \leq 8;\ x \leq 9$
e) $4y - 9x \leq 0;\ 8y - 3x \geq 0;\ y \leq 9;\ x \leq 8$

Gabarito:
1.B 2.C 3.E 4.D 5.E 6.E 7.B 8.A 9.E

Gabarito comentado

Resposta da questão 1:
[B]

O raio da circunferência que passa pelos pontos B e F, com centro em O, é dado por

$$\sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}\ \text{km} \cong 1.400\ \text{m}.$$

Em consequência, o tempo via segmento de reta é igual a $2 \cdot 1.400 \cdot 1 = 2.800\ \text{h}$, e o tempo via semicircunferência é $\pi \cdot 1.400 \cdot 0{,}6 \cong 2.520\ \text{h}$.

A resposta é, portanto, 2.520 horas.

Resposta da questão 2:
[C]

O coeficiente angular da reta que passa pelos pontos $(0, 0)$ e $(6, 12)$ é $\frac{12}{6} = 2$. Portanto, sendo $\frac{16}{4} = 4$ o coeficiente angular da reta que passa pelos pontos $(0, 0)$ e $(4, 16)$, podemos concluir que o coeficiente angular deverá aumentar em $4 - 2 = 2$ unidades.

Resposta da questão 3:
[E]

A distância entre os pontos P e Q no percurso indicado é igual a

$$(550 - 30) + (320 - 20) = 820.$$

Logo, a distância entre T e os pontos P e Q deverá ser de $\frac{820}{2} = 410$. Portanto, como $30 + 410 = 440 < 550$, segue-se que $T = (440, 20)$.

Resposta da questão 4:
[D]

A trajetória descrita pelo assento do balanço é parte da circunferência $x^2 + y^2 = 4$. Logo, sabendo que $y < 0$, temos $f(x) = -\sqrt{4 - x^2}$, com $-2 < x < 2$.

Resposta da questão 5:
[E]
Seja $P = (50, y)$ o ponto equidistante de A, B e C $\Rightarrow d_{PA} = d_{PC} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sqrt{(50-30)^2 + (y-20)^2} = \sqrt{(50-60)^2 + (y-50)^2}$$

$$\sqrt{400 + y^2 - 40y + 400} = \sqrt{100 + y^2 - 100y + 2500}$$

$$400 + y^2 - 40y + 400 = 100 + y^2 - 100y + 2500$$

$$60y = 1800 \Rightarrow y = 30 \quad P = (50, 30). \quad \text{OPÇÃO E}$$

Resposta da questão 6:
[E]

A circunferência de equação $x^2 + y^2 = 9$ possui centro no ponto $(0, 0)$ e raio igual a 3.
A parábola de equação $y = -x^2 - 1$, com x variando de -1 a 1, possui concavidade voltada para baixo e vértice no ponto $(0, -1)$.

Portanto, a única alternativa possível é a alternativa [E].

Resposta da questão 7:
[B]

Os únicos pontos das opções das respostas que pertencem à reta são B (-3,1), D (0,4) e E (2,6);
Calculando agora a distância de P a cada um deles, temos:

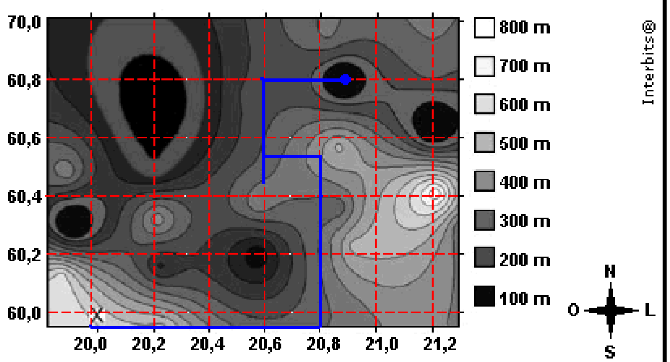
$$d_{P,B} = \sqrt{(-5-(-3))^2 + (5-1)^2} = \sqrt{20} < 5$$

$$d_{P,D} = \sqrt{(-5-0))^2 + (5-4)^2} = \sqrt{26} > 5$$

$$d_{P,E} = \sqrt{(-5-2))^2 + (5-6)^2} = \sqrt{50} > 5$$

Logo, o ponto (-3,1) atende às condições do problema.

Resposta da questão 8:
[A]
Esboço do trajeto descrito pelo avião



Resposta da questão 9:
[E]

A equação da reta que passa pelos pontos $(0, 0)$ e $(4, 9)$ é $y = \frac{9}{4}x$, isto é, $9x - 4y = 0$. Ademais, a equação da reta que passa pelos pontos $(0, 0)$ e $(8, 3)$ é $y = \frac{3}{8}x$, ou seja, $3x - 8y = 0$. Portanto, é fácil ver que a região S é limitada pelas desigualdades $9x - 4y \geq 0$, $3x - 8y \leq 0$, $x \leq 8$ e $y \leq 9$.