Exercícios sobre Matrizes

1. Sejam

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} \quad e \quad D = \begin{bmatrix} 2 & -1 \end{bmatrix}$$

Calcule:

a) $A + B$	d) $C\,D$	g) $3\,A$
b) $A\,C$	e) $D\,A$	h) $-D$
c) $B\,C$	f) $D\,B$	i) $D\,(2A + 3B)$

2. Seja $A = \begin{bmatrix} 2 & x^2 \\ 2x-1 & 0 \end{bmatrix}$. Se $A = A^t$, encontre o valor de x.

3. Verifique se as afirmativas abaixo são verdadeiras ou falsas. Quando uma afirmativa for falsa, tente consertá-la para que se torne verdadeira.

1. $(-A)^t = -(A^t)$
2. $(A + B)^t = B^t + A^t$
3. (-A)(-B)= -(AB)
4. Se A e B são matrizes simétricas, então $AB = BA$
5. Se podemos efetuar o produto AA, então A é uma matriz quadrada.

4. Dadas

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 4 & -3 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad e \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 & -1 \\ 2 & -5 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

mostre que $AB = AC$.

5. Explique por que, em geral, $(A + B)^2 \neq A^2 + 2AB + B^2$ e $(A + B)(A - B) \neq A^2 - B^2$.

6. Dadas

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 1 & -3 & -5 \\ -1 & 3 & 5 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix},$$

a) Mostre que $AB = BA = 0$, $AC = A$ e $CA = C$.
b) Use os resultados de (a) para mostrar que $ACB = CBA$, $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$ e $(A \pm B)^2 = A^2 + B^2$.

7. Se $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$, ache B tal que $B^2 = A$