

MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DECEEx – DEPA
COLÉGIO MILITAR DO RIO DE JANEIRO
(Casa de Thomaz Coelho/1989)
CONCURSO DE ADMISSÃO AO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO 2023/2024
EXAME INTELECTUAL 29 DE OUTUBRO DE 2023



MATEMÁTICA

(Prof. Walter Tadeu Nogueira da Silveira – www.professorwaltertadeu.mat.br)

Questão 1. Considerando que $a \neq 0$, $b \neq 0$ e que $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = 4$, assinale a alternativa abaixo que apresenta corretamente o valor do resto da divisão do número $(a^3 + b^3)$ pelo número $(a^2 - b^2)$.

- a) $2ab$ b) $6b^2$ c) b^2 d) 1 e) 0

Questão Relacionada. Sejam $a \neq 0$, $b \neq 0$. Se $x = \frac{4a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ e $y = \frac{4b}{\sqrt{a^2+b^2}}$, calcule o valor de $(x+y)^2 - 2xy$.

OBS: (a e b são números reais, não nulos simultaneamente)

- a) 14 b) 15 c) 16 d) 17 e) 18

Questão 2. Um aluno teimoso disse para um colega que tinha desenvolvido, depois de longo estudo, uma nova matemática na qual o valor do produto entre 5 (cinco) e 6 (seis) é igual a 33 (trinta e três). Dessa forma, assinale a opção abaixo que apresenta corretamente quanto será, na matemática desse aluno teimoso, o valor do número 100 (cem).

- a) 72 b) 81 c) 96 d) 97 e) 109

Questão 3. A engarrafadora Thomás Coelho envasa 230 litros de água mineral por hora, operando em 1 (um) turno de 8 (oito) horas por dia durante 5 (cinco) dias na semana. A empresa recebeu uma encomenda de 150.000 litros de água mineral envasada, comprometendo-se em concluir essa produção no prazo de 12 (doze) semanas. Nesse contexto, a empresa concluiu que precisaria incrementar a quantidade de horas trabalhadas por dia e resolveu fazê-lo de maneira uniforme ao longo de todo o período necessário, continuando, porém, a operar apenas 5 (cinco) dias na semana. Com base nessas informações, assinale a alternativa que apresenta a quantidade aproximada de horas adicionais de funcionamento da empresa por dia de trabalho, a fim de que ela conclua aquela encomenda no prazo combinado.

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

Questão 4. Certa cidade decidiu trocar a totalidade de sua frota de ônibus, de uma só vez, substituindo os 600 ônibus atuais por outros novos, a fim de atender, satisfatoriamente, a demanda. A atual quantidade de ônibus foi adquirida para a demanda de 3.300.000 passageiros por dia. Ao fazer uma pesquisa para saber a quantidade de passageiros que desejam usar os ônibus, verificou-se que existe uma demanda de 7.000.000 passageiros por dia e que os novos ônibus

a serem adquiridos têm uma capacidade de passageiros $\frac{1}{3}$ maior que a dos atuais. Com base nessas informações, assinale a opção abaixo que apresenta corretamente a quantidade de ônibus novos que devem ser adquiridos para atender os 7.000.000 de passageiros diariamente.

- a) 950 b) 954 c) 955 d) 960 e) 970

Questão 5. Um jovem iniciou sua carreira produtiva em uma quarta-feira, em março de 2022, e se aposentará exatamente em 45 anos. Desse modo, assinale a alternativa abaixo que apresenta corretamente o dia da semana em que esse jovem se aposentará.

- a) segunda-feira b) terça-feira c) quarta-feira d) quinta-feira e) sexta-feira

Questão 6. Seja $A = \left(0,9333 \dots + \frac{5^{-1} \cdot [3^3 + 3^2 \cdot (-2)^3]}{(0,333 \dots)^{-3} \cdot (-5)}\right)^{1/2}$, assinale a opção que apresenta corretamente o valor de $2A$.

- a) 0,333... b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

Questão 7. Considere os conjuntos numéricos triviais R (reais), Z (inteiros), N (naturais), Q (rationais) e os conjuntos $A = (R - Z) \cap (N \cup Q)$ e $B = \{3; 1; 4; 0,555 \dots; \sqrt{3}\}$. Diante disso, dentre as alternativas abaixo, assinale a única correta.

- a) $A \cap B$ é unitário. b) $B \cap Q$ é unitário. c) $B \cap Q = \emptyset$. d) $R \cap A = Q$. e) $A - B = A$.

Questão 8. Em uma rede de restaurantes, em que todos os restaurantes abrem diariamente, os garçons podem trabalhar em qualquer filial e têm direito a 2 (duas) folgas semanais. Sabe-se que, nos domingos, trabalham 432 garçons; nas segundas-feiras, 215; nas terças-feiras, 237; nas quartas-feiras, 251; nas quintas-feiras, 303; nas sextas-feiras, 387 e, nos sábados, 480. Dessa forma, assinale a alternativa abaixo que apresenta corretamente a soma dos algarismos da quantidade de garçons que trabalham nessa rede de restaurantes.

- a) 6 b) 7 c) 9 d) 10 e) 11

Questão 9. Um professor lançou o seguinte desafio aos seus alunos:

Determinar a soma dos algarismos do décimo terceiro número de uma lista de 100 (cem) números, todos maiores que 11 e que obedecem às seguintes regras:

- Deixam resto 11 (Onze) quando divididos por 26 (vinte e seis); e
- Deixam resto 11 (onze) quando são divididos por 30 (trinta).

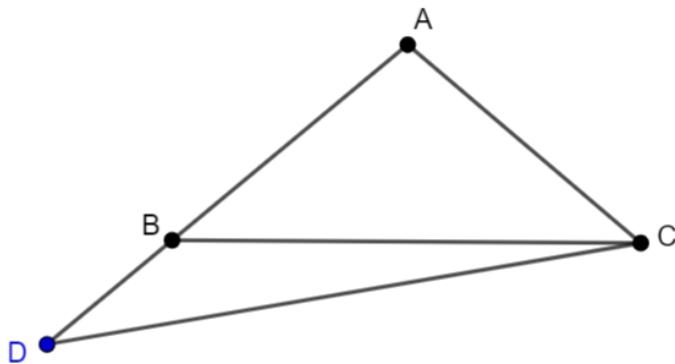
Considerando essas informações, assinale a alternativa que responde corretamente ao desafio proposto pelo professor.

- a) 6 b) 9 c) 11 d) 14 e) 15

Questão 10.. O dono de uma loja que vende artigos esportivos decidiu fazer uma promoção no mês de abril e aplicou um desconto de 23% no preço de todos os produtos. A promoção foi um sucesso e em pouco tempo foram vendidos mais da metade dos itens disponíveis. Por conta do ocorrido, o proprietário da loja resolveu encerrar a promoção e aumentar o preço dos produtos que ainda não haviam sido vendidos. O novo preço será 37% maior do que o preço antes do desconto concedido em abril. Se determinada camisa, com o desconto concedido em abril, custava R\$97,79, qual será o novo valor dessa mercadoria?

- a) R\$133,97. b) R\$164,59. c) R\$181,39. d) R\$178,17. e) R\$173,99.

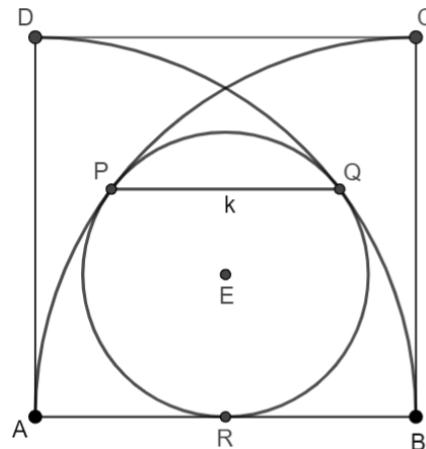
Questão 11. Na figura abaixo, está representado o triângulo isósceles ABC com $\overline{AB} = \overline{AC}$. Sabe-se que a medida do ângulo $\widehat{BAC} = 100^\circ$ e que o lado \overline{AB} foi prolongado até o ponto D, de modo que $\overline{AD} = \overline{BC}$.



Desse modo, assinale a alternativa que contém a medida correta do ângulo \widehat{BCD} .

- a) 8° b) 10° c) 12° d) 15° e) 20°

Questão 12. Na figura abaixo, ABCD é um quadrado cujo lado AB mede 40 cm. Os arcos AC e BD representam arcos de um quarto de circunferência de centros em B e A, respectivamente. O círculo de centro E tangencia os arcos AC, BD e também o lado AB do quadrado, nos pontos P, Q e R, respectivamente.



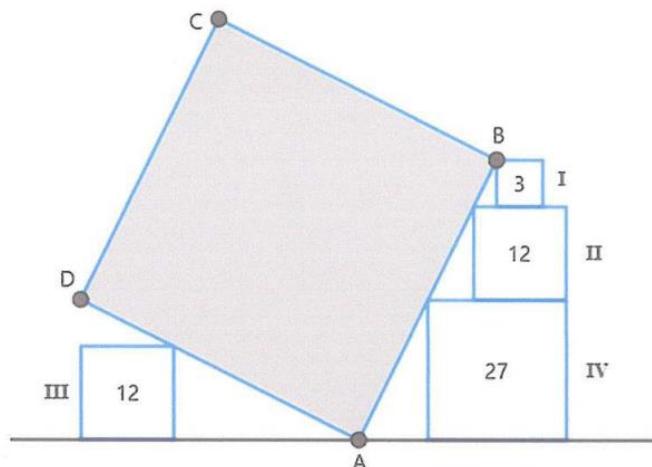
Com base nessas informações, assinale a alternativa que contém o comprimento do segmento PQ.

- a) 18 cm b) 20 cm c) 21 cm d) 22 cm e) 24 cm

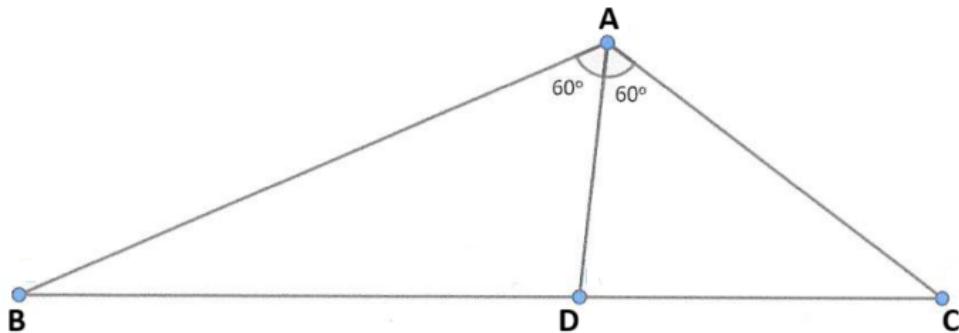
Questão 13. Os quatro quadrados menores identificados na figura abaixo têm áreas iguais a 3 cm^2 (I), 12 cm^2 (II), 12 cm^2 (III) e 27 cm^2 (IV). Sabe-se que o quadrado maior ABCD (hachurado) está apoiado em apenas um dos vértices de cada um dos outros quatro quadrados, conforme apresentado na figura abaixo:

Nesse caso, assinale, dentre as alternativas a seguir, aquela que expressa corretamente, em cm^2 , a área do quadrado maior ABCD.

- a) 120 cm^2 b) 125 cm^2 c) 135 cm^2
 d) 140 cm^2 e) 150 cm^2



Questão 14. No triângulo ABC abaixo, o ângulo \hat{A} é dividido pela bissetriz AD em dois ângulos de 60° . Sabe-se que $AD = 10$ cm e que o lado AB é o dobro do lado AC.



Dessa forma, assinale a alternativa que contém o comprimento correto, em cm, do lado BC.

- a) $12\sqrt{3}$ b) $12\sqrt{7}$ c) $15\sqrt{3}$ d) $15\sqrt{7}$ e) $20\sqrt{7}$

Questão 15. As bases de um trapézio isósceles ABCD, com diagonais AC e BD, medem $AB = a$ e $CD = b$. Seja c o comprimento do segmento FG interno ao trapézio e paralelo às suas bases, de modo a dividi-lo em duas áreas iguais. Desse modo, assinale a alternativa abaixo cuja expressão representa corretamente a medida do segmento de reta FG, de comprimento c , em função de a e b .

- a) $c = \frac{a+b}{2}$ b) $c = \frac{2ab}{7ab}$ c) $c = \frac{a(a+b)}{2b}$ d) $c = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ e) $c = \sqrt{\frac{2a^2+b^2}{3}}$

Questão 16. Considerando dois pontos A e B distintos no plano, o conjunto dos pontos C desse mesmo plano, tais que a área do triângulo ABC seja igual a 1, é representado por um (a):

- a) reta b) parábola c) par de retas
d) conjunto vazio e) conjunto impossível de se determinar sem se conhecer A e B.

Questão 17. Os pontos A, B e C são colineares, sendo $AB = 5$ cm, $BC = 2$ cm; sabe-se também que B está entre A e C. Considere, ainda, os pontos C e D, que pertencem a uma circunferência com centro em A. Traça-se uma reta \mathbf{r} perpendicular ao segmento BD passando pelo seu ponto médio. Chama-se P a interseção de \mathbf{r} com AD. Com base nesses dados, assinale a alternativa que representa corretamente a soma das medidas, em cm, dos segmentos AP e BP.

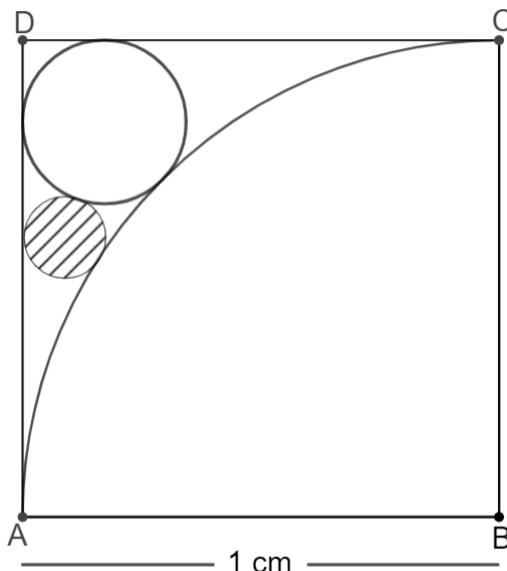
- a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

Questão 18. Considere $x = 2023$ e $y = 2022$. Nesse caso, assinale a alternativa abaixo que apresenta corretamente

o valor da expressão $E = \frac{x^3+y^3}{x^3+3x^2y+y^2 \cdot (3x+y)-3xy(x+y)}$.

- a) 1 b) $\frac{1}{2023}$ c) $\frac{1}{2}$ d) 4045 e) $\frac{1}{2024}$

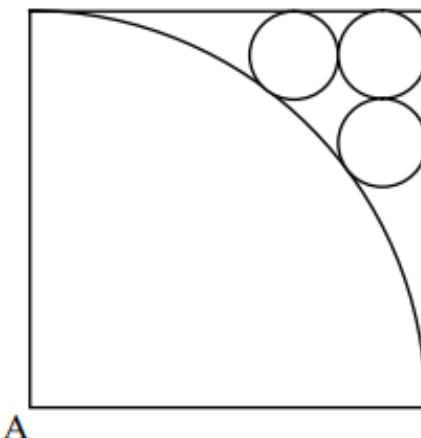
Questão 19. Na figura seguinte, o lado do quadrado ABCD é igual a 1 cm. Sabe-se que a circunferência menor (hachurada) é tangente simultaneamente ao lado AD do quadrado, ao círculo maior e ao arco AC de centro em B.



Nesse caso, assinale a alternativa abaixo que expressa corretamente, em cm, o raio da menor circunferência (hachurada).

- a) $\frac{3(\sqrt{2}-1)}{2}$ b) $\frac{3\sqrt{2}-2}{2}$ c) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$ d) $\frac{3-2\sqrt{2}}{2}$ e) $\frac{3-2\sqrt{2}}{3}$

Questão Relacionada. A figura a seguir mostra um quadrado, um arco de circunferência de centro no vértice A e raio de comprimento igual ao lado do quadrado, e três circunferências iguais com as visíveis relações de tangência. Se o raio de cada circunferência pequena mede 1, quanto mede o lado do quadrado?



- a) $6\sqrt{2}$ b) $6\sqrt{3}$ c) $4\sqrt{6}$ d) 9 e) 8

Questão 20. Em preparação para as provas de atletismo dos jogos da Amizade, as alunas do CMRJ Ana, Bruna, Carla, Débora e Eva, nessa ordem, resolveram fazer um treinamento. Cada aluna daria uma volta na pista de 400 m e, assim que cruzasse a linha de chegada, a aluna seguinte iniciaria sua volta, e assim sucessivamente, até que a primeira aluna (Ana) começasse novamente o ciclo. Sabe-se que Ana fez a primeira volta em 50 segundos; Bruna, em 51 segundos; Carla, em 52 segundos; Débora, em 53 segundos e Eva em 54 segundos. A partir da segunda volta, o tempo de cada uma aumentou em 5 segundos por volta.

Considerando-se que Ana iniciou o treinamento exatamente às 09:00:00 horas da manhã, assinale a alternativa que identifica corretamente a aluna que estava correndo quando o relógio marcava exatamente 09h 56 min 56 s.

- a) Ana b) Bruna c) Carla d) Débora e) Eva