COLÉGIO MILITAR DO RIO DE JANEIRO
(Casa de Thomaz Coelho / 1889)
CONCURSO DE ADMISSÃO AO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO 2010/2011

PROVA DE MATEMÁTICA

17 de outubro de 2010

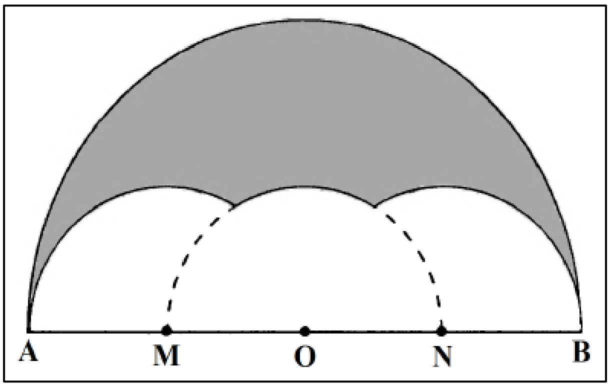
MATEMÁTICA

(Prof. Walter Tadeu Nogueira da Silveira – www.professorwaltertadeu.mat.br)

Questão 1. A soma de dez números naturais é igual a 143. Dentre esses números, existem exatamente quatro números primos distintos. Se retirarmos três números primos da soma, a média aritmética simples entre os números restantes será igual a 19. Dentre os números retirados, podemos afirmar que o menor vale:

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 7

Questão 2. Na figura abaixo, temos o semicírculo de diâmetro AB = 4cm e centro O. Sejam M o ponto médio de AO e N o ponto médio de OB. Com centros em M, O e N, traçam-se 3 semicírculos de raios iguais a 1cm e contidos no interior do semicírculo de diâmetro 4cm e centro O. A área da região sombreada, em cm^2, a qual está situada no interior do semicírculo maior e exterior aos três semicírculos menores, vale:



(A) $\pi - \sqrt{3}$ (B) $\pi - \sqrt{2}$ (C) $\frac{\pi + \sqrt{2}}{2}$ (D) $\frac{\pi + \sqrt{3}}{2}$ (E) $\frac{7\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

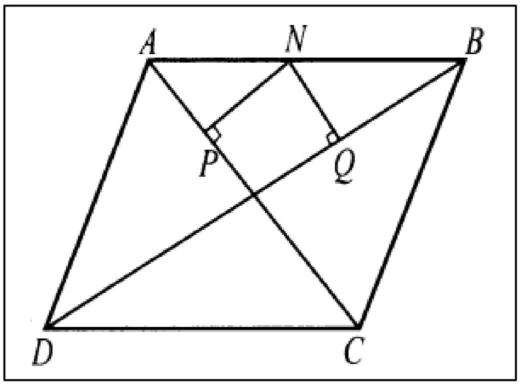
Questão 3. Em uma reunião com alunos da Cavalaria, realizada durante todos os dias de uma mesma semana no CMRJ, as frequências dos alunos participantes estão representadas na tabela abaixo.

	2ª feira	3ª feira	4ª feira	5ª feira	6ª feira
Quantidade de alunos presentes	76	70	72	64	63

Considerando que cada um dos participantes precisou faltar exatamente 2 dias, então, relativamente ao total de participantes, a porcentagem de alunos que faltaram na 6ª feira é mais próxima de:

(A) 45% (B) 40% (C) 38% (D) 35% (E) 32%

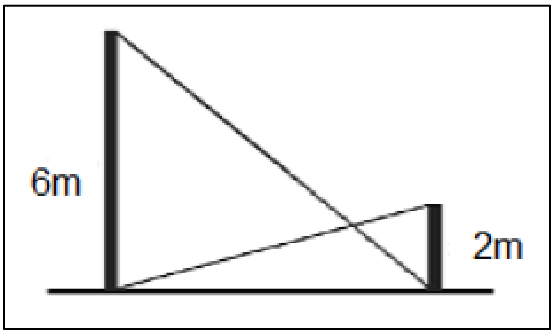
Questão 4. Na figura, ABCD é um losango onde a diagonal AC = 24 cm e a diagonal BD = 32 cm. Seja N um ponto qualquer sobre o lado $\overline{AB}$; sejam P e Q os pés das perpendiculares baixadas de N a, respectivamente, $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$. Nestas condições, qual dos valores abaixo representa o valor mínimo de $\overline{PQ}$?



(A) 6,5 cm (B) 7,5 cm (C) 9,6 cm (D) 9,8 cm (E) 10,5 cm

Questão 5. Em uma exposição artística um escultor apresentou sua obra prima, intitulada "as torres vizinhas". Repare que a mesma consta de duas hastes paralelas de ferro fundidas perpendicularmente em uma mesma base e escoradas por dois cabos de aço retilíneos, como mostra a figura abaixo. As alturas das hastes medem, respectivamente, 6 metros e 2 metros.

Desprezando-se a espessura dos cabos, determine a distância do ponto de interseção dos cabos à base da escultura.



(A) 2,25 m (B) 2,00 m (C) 1,75 m (D) 1,50 m (E) 1,25 m

Questão 6. Em uma reunião com os professores das cinco Seções de Ensino do CMRJ (A, B, C, D, E), verificou-se que 43% dos presentes eram da Seção A, 25% da B, 10% da C, 14% da D e 8% da E. Alguns professores da Seção A se ausentaram antes do final da reunião, alterando o percentual de professores dessa Seção para 40%. O percentual referente ao número de professores que se retirou em relação ao total inicialmente presente na reunião é de:

(A) 10% (B) 8% (C) 6% (D) 5% (E) 3%

Questão 7. Uma pesquisa realizada com 300 alunos do Prevest do CMRJ revelou que 135, 153 e 61 desses alunos pretendem fazer concurso para o IME, o ITA e a Escola Naval, respectivamente. Ela mostrou, também, que nenhum dos entrevistados pretende prestar vestibular para as três instituições; que vários deles farão dois desses concursos e que todos farão pelo menos um deles.

Sabendo que a quantidade de estudantes que farão as provas para o IME e o ITA é igual ao dobro da quantidade dos que realizarão as provas para o IME e a Escola Naval que, por sua vez, é igual ao dobro dos que prestarão concurso para o ITA e a Escola Naval, a quantidade de entrevistados que farão apenas as provas para a Escola Naval é igual a:

(A) 48 (B) 45 (C) 40 (D) 36 (E) 30

Questão 8. Dados os números reais a, b, c diferentes de zero e a + b + c ≠ 0, para que a igualdade

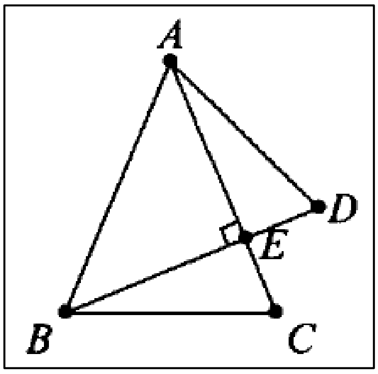
$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{a+b+c}$$

sempre se verifique, devemor ter, necessariamente:

(A) a = b = 2c (B) a = b = – 2c (C) a = b ou b = c ou a = c

(D) $\frac{a+c}{2}=b$ (E) a = – b ou b = – c ou a = – c

Questão 9. Os triângulos ABC e ABD da figura são isósceles com AB = AC = BD. Seja E o ponto de interseção de BD com AC. Se BD é perpendicular a AC, então a soma dos ângulos $\hat{C}$ e $\widehat{D}$ vale:



(A) 115° (B) 120° (C) 130° (D) 135° (E) 140°

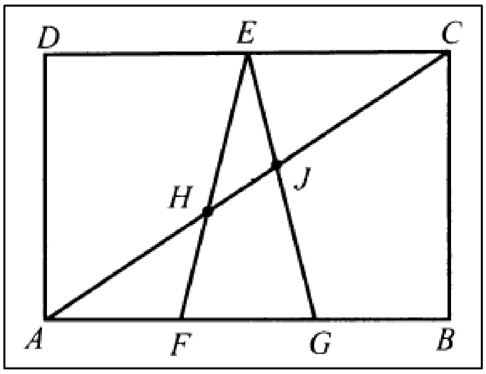
Questão 10. Veja a passagem abaixo, transcrita do livro do famoso historiador grego da antiguidade Heródoto, História – Livro II (Egito).

> *"De Heliópolis a Tebas sobe-se o rio durante nove dias, numa distância de quatro mil oitocentos e sessenta estádios, ou seja, oitenta e um esquenos. Do litoral a Tebas a distância é de seis mil cento e vinte estádios; de Tebas a Elefantina, mil e oitocentos estádios. Na sua orla litorânea, o Egito mede três mil e seiscentos estádios."*

No texto, Heródoto cita duas antigas unidades de medida: o estádio, equivalente a 0,185 quilômetros, e o esqueno. O litoral brasileiro tem cerca de 749 250 000 centímetros de extensão. Mantendo-se as mesmas condições apontadas por Heródoto, o número de dias necessário para percorrer o litoral brasileiro será igual a:

(A) 71 (B) 73 (C) 75 (D) 77 (E) 79

Questão 11. No retângulo ABCD, os pontos F e G pertencem ao lado AB e são tais que AF = FG = GB. O ponto médio do lado CD é o ponto E. A diagonal AC intercepta os segmentos EF e EG, respectivamente, nos pontos H e J. A área do retângulo ABCD mede 70 cm^2. A área do triângulo EHJ, então, é igual a:



(A) $\frac{5}{2}$ cm^2 (B) $\frac{35}{12}$ cm^2 (C) 3 cm^2 (D) $\frac{7}{2}$ cm^2 (E) $\frac{35}{8}$ cm^2

Questão 12. Se $\frac{3^{n-2}+3^{n-1}+3^{n}+3^{n+1}}{2^{n-2}+2^{n-1}+2^{n}+2^{n+1}} = \frac{10.7^{n+1}+2.7^{n}}{7^{n+2}-37.7^{n}}$, então o valor de n é:

(A) – 4 (B) – 2 (C) 0 (D) 2 (E) 4

Questão 13 Um grupo de amigos se reuniu num restaurante e, na hora de pagar a conta, que era de R$ 600,00, dois deles perceberam que estavam sem dinheiro; consequentemente, não tinham como pagar suas respectivas partes. Isso fez com que cada um dos outros contribuísse com mais R$ 10,00. Os dois amigos que não tinham levado dinheiro combinaram então que, no dia seguinte, cada um deles depositaria na conta bancária de um dos que pagou a mesma quantia que os demais haviam pago, acrescida de 10% de multa. Com isso seria criada uma caixinha a ser usada em futuros encontros. Assim, a caixinha foi criada com o valor igual a:

(A) R$ 132,00 (B) R$ 120,00 (C) R$ 110,00 (D) R$ 66,00 (E) R$ 60,00

Questão 14. O preço do ingresso para uma peça teatral custava R$ 150,00. Certo dia, a administração do teatro fez uma promoção, reduzindo o preço do ingresso. Em consequência, foi observado um aumento de 50% no número de espectadores e um acréscimo de 25% na renda do espetáculo. A redução percentual aproximada no preço do ingresso foi de:

(A) 10% (B) 16,6% (C) 20,4% (D) 23,8% (E) 25%

Questão 15. Certo dia, Claudete e Alexandre, professores em uma unidade do Ministério da Defesa, receberam alguns recursos sobre provas de um processo externo de seleção para emitir pareceres e os dividiram entre si na razão inversa de suas respectivas idades: 35 e 40 anos. Na execução dessa tarefa, a capacidade operacional de Alexandre foi 75% da de Claudete e ambos a iniciaram quando eram decorridos $\frac{11}{32}$ do dia, trabalhando ininterruptamente até completá-la. Se Alexandre levou 3 horas e 30 minutos para terminar a sua parte, então Claudete completou a parte dela às:

(A) 10 horas e 45 minutos. (B) 11 horas. (C) 11 horas e 15 minutos.

(D) 12 horas e 15 minutos. (E) 12 horas e 45 minutos.

Questão 16. *Nos pulmões, o ar atinge a temperatura do corpo. O ar exalado tem temperatura inferior à do corpo, já que é resfriado nas paredes do nariz. Cientistas realizaram medidas com um pequeno pássaro do deserto e concluíram que a temperatura do ar exalado é uma função da temperatura ambiente.* (Baseado em estudos científicos divulgados pelo livro “Introdução à Matemática para Biocientistas”, de E. Batschelet).

Para uma temperatura ambiente T_A medida em graus Celsius, tal que 20 ºC < T_A < 40 ºC, a temperatura do ar exalado T_E é dada por $T_E = 8{,}5 + 0{,}8T_A$.

Considerando apenas os valores inteiros para a variável T_A, a razão entre o maior e o menor valores obtidos para T_E será aproximadamente igual a:

(A) 1,57 (B) 1,65 (C) 1,75 (D) 1,86 (E) 2

Questão 17. Uma das maiores atrações turísticas da Capadócia é o passeio de balão. Estando de férias naquela localidade, Ademar resolveu conhecer de perto a atividade, dirigindo-se de táxi ao local indicado. No mesmo instante em que avista um balão azul que inicia sua subida vertical com velocidade uniforme de 1 metro por segundo, ele começa a correr, em linha reta num plano horizontal, em direção ao balão com velocidade uniforme de 3 metros por segundo.
Se, no momento inicial, em que o balão ainda se encontrava em terra, a distância medida na horizontal entre Ademar e o balão era de 200 metros, a menor distância existente entre eles será de:

(A) $15\sqrt{10}$ metros. (B) $20\sqrt{10}$ metros. (C) $30\sqrt{10}$ metros. (D) $40\sqrt{10}$ metros. (E) $50\sqrt{10}$ metros.

Questão 18. Na variável x, a equação $3(mx - p + 1) - 4x = 2(-px + m - 4)$ admite uma infinidade de soluções. A soma dos valores reais de **m** e **p** é igual a:

(A) 3 (B) 2 (C) 0 (D) – 2 (E) – 3

Questão 19. Dentre as afirmativas abaixo, assinale a **FALSA**.

(A) Seja **a** um número real não nulo. Então, $\mathbf{a}^{-1} \in \mathrm{IR}$.

(B) Para qualquer número inteiro, a raiz quadrada desse número elevado ao quadrado é igual ao próprio número.

(C) Para qualquer inteiro, o sucessor do antecessor do número é o próprio número.

(D) A média aritmética simples de dois inteiros negativos não é necessariamente um inteiro negativo.

(E) Todo número real negativo possui inverso.

Questão 20. Seja o triângulo isósceles ABC, com AC = BC = 7 cm e AB = 2 cm. Seja D um ponto situado na reta que contém o lado AB, de tal modo que tenhamos o ponto B situado entre os pontos A e D, e CD = 8 cm. Nestas condições, a medida de BD, em cm, vale:

(A) 3 (B) $2\sqrt{3}$ (C) 4 (D) 5 (E) $4\sqrt{2}$