COLÉGIO MILITAR DO RIO DE JANEIRO
(Casa de Thomaz Coelho/1889)
CONCURSO DE ADMISSÃO À 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO 2005/2006
PROVA DE MATEMÁTICA
22 DE OUTUBRO DE 2005

MATEMÁTICA

(Prof. Walter Tadeu Nogueira da Silveira – www.professorwaltertadeu.mat.br)

Questão 1. Racionalizando o denominador da fração $\frac{5}{\sqrt[6]{16}+\sqrt[6]{196}+\sqrt[3]{49}}$, obtemos:

(A) $3+\sqrt[3]{2}$ (B) $3-\sqrt[3]{2}$ (C) $\sqrt[3]{7}-\sqrt[3]{2}$ (D) $5+\sqrt[3]{5}$ (E) $7+\sqrt[3]{2}$

Questão 2. Uma das raízes da equação $\boldsymbol{ax^2+bx-3=0}$ é $\boldsymbol{-1}$. Sabendo que os coeficientes $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ são números positivos e primos, podemos afirmar que $\boldsymbol{a^2+b^2}$ é igual a :

(A) 3. (B) 6. (C) 11. (D) 15. (E) 29.

Questão 3. Efetuando o produto $\mathbf{(1 - a + a^2 - a^3 + ... + a^{96} - a^{97} + a^{98} - a^{99} + a^{100}).(1 + a)}$, encontramos:

(A) $1 + a^{101}$ (B) $a + a^{101}$ (C) $a + a^2 + a^3 + ... + a^{99} + a^{100} + a^{101}$

(D) $a - a^2 + a^3 - a^4 + ... + a^{99} - a^{100} + a^{101}$ (E) $1 + a + a^2 + a^3 + ... + a^{99} + a^{100} + a^{101}$

Questão 4. Parado no ponto, Thiago viu três ônibus passarem: um era amarelo, um vermelho e um branco. Um deles ia para a Zona Norte, um para a Zona Leste e o outro para a Zona Sul, mas não necessariamente nessa ordem. Aproveitando a lentidão do trânsito, Thiago pôde contar o número de ocupantes de cada veículo. O ônibus amarelo tinha o dobro de ocupantes do vermelho, que, por sua vez, tinha o triplo de ocupantes do branco. O que ia para a Zona Sul levava 25 pessoas a mais do que o destinado à Zona Norte. Qual a combinação correta a respeito desses ônibus?

(A) Ônibus amarelo, com 30 pessoas, ia para a Zona Sul.

(B) Ônibus vermelho, com 30 pessoas, ia para a Zona Sul.

(C) Ônibus branco, com 5 pessoas, ia para a Zona Leste.

(D) Ônibus vermelho, com 15 pessoas, ia para a Zona Norte.

(E) Ônibus amarelo, com 25 pessoas, ia para a Zona Sul.

Questão 5. Três números são divisíveis por 7 e por 11 e não são divisíveis por nenhum outro número primo. Sabe-se que cada um deles possui 15 divisores diferentes da unidade. Então, o produto dos três números é:

(A) $\mathbf{11^7} \times \mathbf{7^{11}}$. (B) 77. (C) $\mathbf{77^{11}}$. (D) $\mathbf{11^{11}} \times \mathbf{7^7}$. (E) $\mathbf{11^{77}}$.

Questão 6. Um certo trabalho é feito por 16 tratores iguais em 10 dias, cada um deles trabalhando 10 horas por dia. Após dois dias de trabalho, 6 tratores apresentaram defeitos, não podendo mais serem utilizados. Quantas horas por dia deverão trabalhar os demais tratores, prevendo que ocorrerá um atraso de 8 dias para o término do trabalho?

(A) 6 h. (B) 8 h. (C) 10 h. (D) 12 h. (E) 15 h.

Questão 7. As dimensões de um terreno retangular são **96 m × 360 m**, sendo que um dos lados de maior dimensão está se limitando com a rua. O proprietário deseja plantar palmeiras em todo o perímetro do terreno, de modo que a distância entre elas seja igual e a maior possível, exceto no lado que se limita com a rua, que só terá palmeiras nas duas extremidades. Então, o número necessário de palmeiras para esse plantio é:

(A) 23. (B) 24. (C) 25. (D) 38. (E) 40.

Questão 8. - O valor de uma máquina decresce linearmente com o tempo, devido ao desgaste. Sabendo-se que, hoje, ela vale 10 000 reais e, daqui a 5 anos, 1 000 reais, o seu valor, em reais, daqui a 3 anos, será:

(A) 3 600. (B) 4 200. (C) 4 600. (D) 5 000. (E) 5 400.

Questão 9. Uma senhora, julgando-se extremamente gorda, resolveu fazer uma dieta, com acompanhamento médico, e perdeu, nos três primeiros meses, 30 % do seu peso; entretanto, nos três meses seguintes, ela aumentou seu peso em 40 %, em relação ao final do primeiro trimestre. No decorrer desse semestre, o peso dessa senhora, relativamente ao início do tratamento:

(A) diminuiu 2 %. (B) diminuiu 10 %. (C) manteve seu valor. (D) aumentou 10 %. (E) aumentou 16 %.

O CUSTO DE UMA EMBALAGEM ATRAENTE

Do mesmo modo que, ao darmos um presente, procuramos colocá-lo em um embrulho bem bonito, para valorizá-lo, nas prateleiras dos supermercados, os fabricantes procuram apresentar seus produtos em embalagens cada vez mais atraentes, para despertar a atenção dos clientes compradores. No comércio, a apresentação estética é tão importante que o Sebrae (Serviço Brasileiro de Apoio às Micro e Pequenas Empresas) lançou uma linha de crédito exclusivamente para ajudar os pequenos fabricantes a aprimorar as embalagens dos seus produtos. Na prática, para o cliente, muitas vezes as embalagens têm custo maior que os produtosnelas contidos, como pode ser observado nos exemplos abaixo.

Custo da embalagem em relação ao preço de venda do produto (em porcentagem)

Fontes: Sebrae, Associação Brasileira de Embalagens, Gulliver e fabricantes

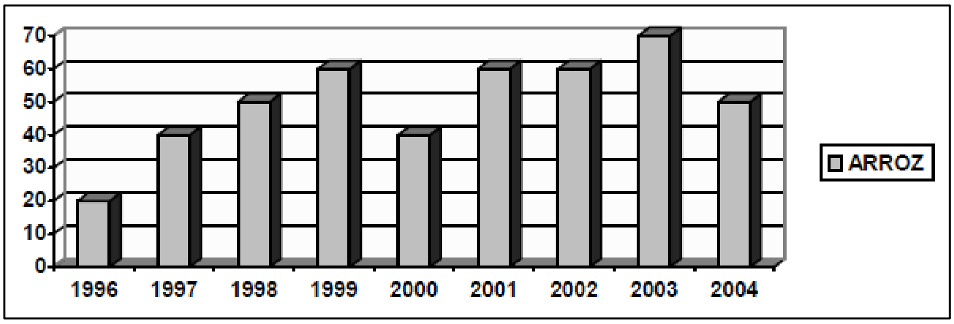
Questão 10. Lara foi ao supermercado e comprou 25 garrafas de água mineral por R$ 30,00, valor esse que está de acordo com os dados indicados no quadro anterior. Suponha que o valor pago exclusivamente pela água mineral nessa compra permaneça o mesmo, mas que o custo da embalagem passe a corresponder a 70 % do preço de venda do produto (água + embalagem). Nestas novas condições, quanto deve custar cada garrafa de água mineral nesse supermercado?

(A) 23 centavos. (B) 31 centavos. (C) 36 centavos. (D) 60 centavos. (E) 84 centavos.

Questão 11. Dados dois números naturais, sabe-se que o maior excede o menor em 3 unidades e que o **MDC** e o **MMC** deles são, respectivamente, 3 e 60. A soma desses dois números é:

(A) 21. (B) 24. (C) 27. (D) 30. (E) 33.

Questão 12. Analisando o gráfico abaixo, que representa, em milhares de toneladas, a produção de arroz de certa localidade, desde 1996 até 2004, observa-se que essa produção:



(A) foi crescente de 1996 a 2001.

(B) em 1997, foi 50 % maior que em 1996.

(C) em 1 999, teve acréscimo de 30 % em relação ao ano anterior.

(D) a partir de 2001, foi crescente.

(E) teve média de 50 mil toneladas ao ano.

Questão 13. Dada a equação $\mathbf{x^4 + 4x^2 - 45 = 0,}$ podemos afirmar que:

(A) tal equação possui 4 raízes reais.

(B) duas de suas raízes são números racionais.

(C) a soma das suas raízes reais é igual a $-\ \mathbf{4}$.

(D) o produto das suas raízes reais é igual a $-\ \mathbf{5}$.

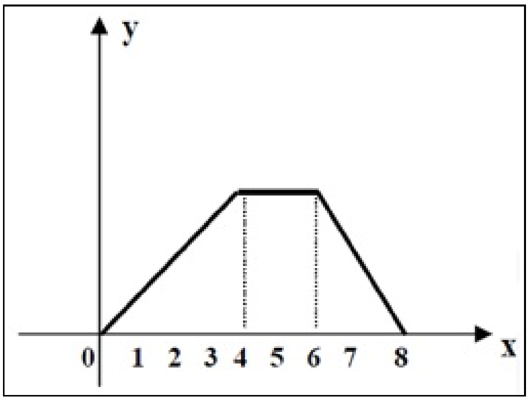
(E) o produto das suas raízes reais é igual a $-\ \mathbf{45}$.

Questão 14. O gráfico da função f, indicado na figura abaixo, é formado por três segmentos dereta, que são partes dos gráficos das seguintes funções:

− uma função constante, definida por y = 4;

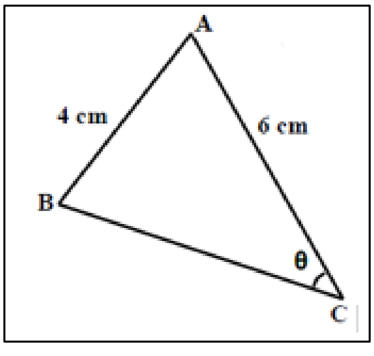
− a função identidade;

− uma função do primeiro grau, definida por y = − 2x + 16. Sobre essa função f, é FALSO afirmar que:



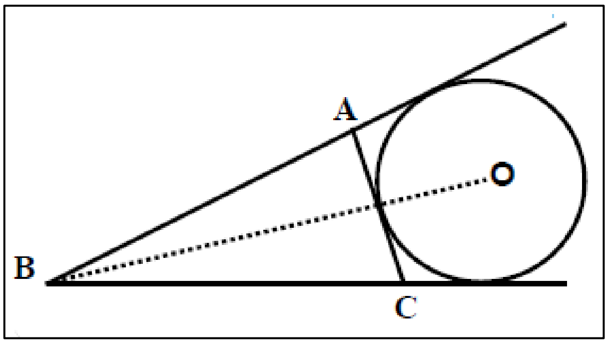
(A) **f(1) + f(2) = f(3)**. (B) **f(2) = f(7)**. (C) **f(6) . f(8) = f(0)**. (D) **f(4) – f(3) = f(1)**. (E) **f(2) + f(3) = f(5)**.

Questão 15. No triângulo ABC da figura, tem-se que $\overline{AB}$ = 4 cm, $\overline{AB}$ = 6 cm e $\widehat{BCA} = \theta$. Qual a área do triângulo, em cm², quando a medida do ângulo **θ** for a maior possível?



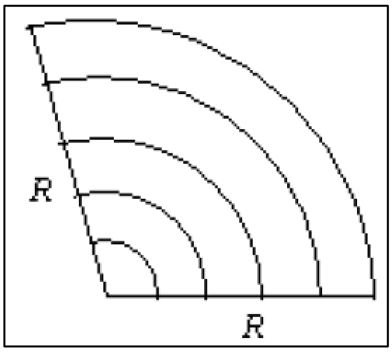
(A) 3 (B) $4\sqrt{5}$ (C) 10 (D)$7\sqrt{5}$ (E) $8\sqrt{5}$

Questão 16. Na figura, o círculo de centro O é tangente a $\overline{AC}$ **,** no ponto de interseção de $\overline{AC}$ com $\overline{BO}$**,** e às retas BA e BC. Sabendo que **B$\hat{A}$C = 72º,** então **C$\hat{O}$B** mede:



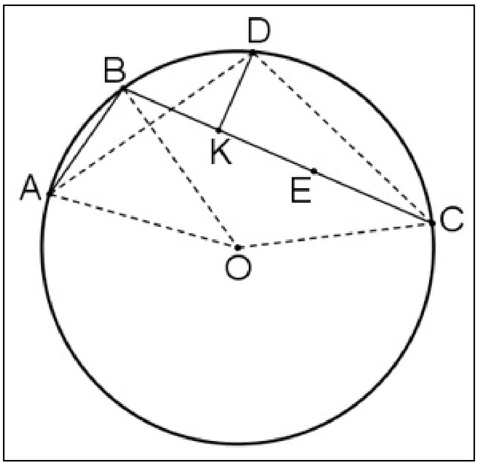
(A) 32º. (B) 36º. (C) 45º. (D) 48º. (E) 72º.

Questão 17. Na figura abaixo, foram marcados 5 arcos, de mesmo centro e igualmente espaçados entre si. A soma dos comprimentos desses arcos é igual ao comprimentoda circunferência de raio R. Qual a medida do ângulo central, comum aos arcos?



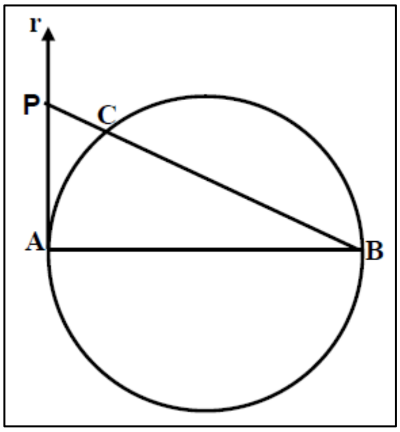
(A) $\frac{2\pi}{3}$ rad. (B) $\frac{3\pi}{4}$ rad. (C) $\frac{3\pi}{2}$ rad. (D) $\frac{5\pi}{6}$ rad. (E) $\frac{\pi}{4}$ rad.

Questão 18. Sejam três pontos A, B e C pertencentes a uma circunferência de centro O tais que $\widehat{AOB} < \widehat{BOC}$. Seja, ainda, D o ponto médio do arco $\widehat{AC}$ que contém o ponto B. Sobre $\overline{BC}$, marcam-se o ponto K (pé da perpendicular a $\overline{BC}$ por D) e o ponto E, distante 8 dm do ponto B. Se $\overline{AB}$ = 2 dm e $\overline{BK}$ = 4 dm, a medida de $\overline{EC}$ é:



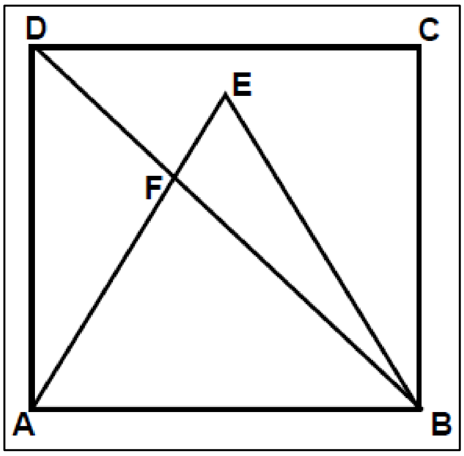
(A) 1 dm. (B) 2 dm. (C) 3 dm. (D) 4 dm. (E) 6 dm.

Questão 19. Sejam um círculo de diâmetro AB = 2R e r, sua tangente em A . Liga-se um pontoP da reta r ao ponto B, interceptando a circunferência do círculo no ponto C, conforme a figura abaixo. Sabendo que $\overline{AP} = \frac{\overline{PB}}{2}$, calcule a área da região do triângulo PAB situada no exterior do círculo.



(A) $\sqrt{2}.\pi.R^2$ (B) $3\sqrt{2}.\pi.R^2$ (C) $2\sqrt{3}(\pi - \sqrt{2}).R^2$ (D) $\pi.R^2$ (E) $(5\sqrt{3} - 2\pi).\frac{R^2}{12}$

Questão 20. Na figura, o triângulo ABE é equilátero e tem lado $\overline{AB}$ em comum com o quadrado ABCD. O ponto F é a interseção da diagonal $\overline{BD}$ do quadrado com o lado $\overline{AE}$ do triângulo. Se a medida do lado $\overline{AB}$ é $(1 + \sqrt{3})$ cm, então a área do triângulo BEF, em cm^2, mede:



(A) $\sqrt{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$ (C) $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (E) $\sqrt{2} - 1$