

PROBABILIDADES I



Aluno(a) _____

: _____

Turma: _____

Edu Vicente



1) As jogadoras Arminda(A) e Belisária(B) lançam um dado, uma vez cada uma. Vence o jogo quem tirar o maior número de pontos. Se a jogadora A obtiver o resultado 2, qual é a probabilidade de:

- A) A vencer o jogo?
- B) haver empate?
- C) B vencer o jogo?

2) Considere todas as permutações do número 927. Sorteando uma delas ao acaso, qual a probabilidade dela ser:

- A) múltiplo de 9
- B) Múltiplo de 5

3) Lançando-se uma moeda, não viciada, ao acaso três vezes, qual a probabilidade de saírem três caras?

4) Lançando-se uma moeda, não viciada, ao acaso três vezes, qual a probabilidade de saírem duas caras e uma coroa?


5) Num saco há bolas numeradas de 1 a 10. Serão sorteadas sucessivamente três dessas bolas. Qual a probabilidade de que os três números sorteados sejam ímpares?

6) A Mega-Sena é o jogo que paga milhões para o acertador dos 6 números sorteados. Para realizar o sonho de ser o próximo milionário, você deve marcar de 6 (aposta mínima) a 15 números, entre os 60 disponíveis no volante.



O matemático Tristão Garcia disse, em uma entrevista, que se você não jogar na mega sena é impossível ganhar. Se você jogar é quase a mesma coisa(...).

Determine a probabilidade de um apostador ganhar na mega sena marcando um único cartão com aposta mínima (ou seja, marcando apenas 6 números) e comprove a afirmativa do matemático. (OBS: Use a calculadora).

7) Dois times de futebol, VASCO  e flamengo, são os únicos que têm chance de serem campeões de um torneio. Restando um jogo para cada um deles, não entre si, o Vasco está com um ponto a mais que o flamengo. Mas, se eles terminarem o campeonato com o mesmo número de pontos, o campeão será o flamengo.

Supondo que, em cada jogo, a probabilidade de cada time vencer é $\frac{1}{3}$, e que a do empate também é

$\frac{1}{3}$, calcule a probabilidade do Vasco ser campeão.

OBS: Pontuação nesse torneio:

Vitória: 3 pontos

Empate: 1 ponto

Derrota: Nenhum ponto

8) Num saco há 100 bolas numeradas de 1 a 100. Sorteando uma delas ao acaso, qual a probabilidade de ser sorteado um número divisível por 2 ou por 5?

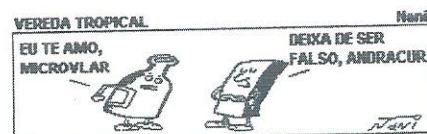
OBS: Se um evento E pode ser dividido em dois eventos E_1 e E_2 não disjuntos, a probabilidade de ocorrer E é dada por:

$$P(E) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2).$$

9) Uma moeda não viciada é lançada, ao acaso, duas vezes. Qual a probabilidade de sair alguma cara?

10) Uma moeda não viciada é lançada, ao acaso, cinco vezes. Qual a probabilidade de sair alguma cara?

11)



(O Dia, 25/08/98)

Suponha haver uma probabilidade de 20% para uma caixa de Microviar ser falsificada. Em duas caixas, a probabilidade de pelo menos uma delas ser falsa é:

- a) 4 %
- b) 16 %
- c) 20 %
- d) 36 %

12) Em uma fábrica de parafusos, a probabilidade de um parafuso ser perfeito é de 96%. Se retirarmos da produção, aleatoriamente, três parafusos, a probabilidade de todos eles serem defeituosos é igual a:

- a) 5^{-2} b) 5^{-3} c) 5^{-4} d) 5^{-5} e) 5^{-6}

13) Em um campeonato de tiro ao alvo, dois finalistas atiram num alvo com probabilidade de 60% e 70%, respectivamente, de acertar. Nessas condições, a probabilidade de ambos errarem o alvo é:

- A)30% B)42% C)50% D)12% E)25%

14) A probabilidade de um casal ter um filho do sexo masculino é 0,25. Então a probabilidade do casal ter dois filhos de sexos diferentes é:

- a) 1/16 b) 3/8 c) 9/16 d) 3/16 e) 3/4

15) As probabilidades de três jogadores marcarem um gol cobrando um pênalti são, respectivamente, 1/2, 2/5 e 5/6. Se cada um bater um único pênalti, a probabilidade de todos errarem é igual a:

- a) 3 % b) 5 % c) 17 % d) 20 % e) 25 %

16) Duzentas bolas pretas e duzentas bolas brancas são distribuídas em duas urnas, de modo que cada uma delas contenha cem bolas pretas e cem brancas. Uma pessoa retira ao acaso uma bola de cada urna.

Determine a probabilidade de que as duas bolas retiradas sejam de cores distintas.

17) Dois dados perfeitos são lançados ao acaso. A probabilidade de que a soma dos resultados obtidos seja 6 é:

- A) $\frac{1}{36}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{5}{36}$ D) $\frac{1}{30}$ E) $\frac{6}{36}$

18) Dois dados não viciados são lançados. A probabilidade de obter-se a soma de seus pontos maior ou igual a 5 é

- a) 5/6 b) 13/18 c) 2/3 d) 5/12 e) 1/2

19) Um estudante caminha diariamente de casa para o colégio, onde não é permitido ingressar após as 7h 30min. No trajeto ele é obrigado a cruzar três ruas. Em cada rua, a travessia de pedestres é controlada por sinais de trânsito não sincronizados. A probabilidade de cada sinal estar aberto para o pedestre é igual a 2/3 e a probabilidade de estar fechado é igual a 1/3.

Cada sinal aberto não atrasa o estudante, porém cada sinal fechado o retém por 1 minuto. O estudante caminha sempre com a mesma velocidade.

Quando os três sinais estão abertos, o estudante gasta exatamente 20 minutos para fazer o trajeto.

Em um certo dia, o estudante saiu de casa às 7h 09min.

Determine a probabilidade de o estudante, nesse dia, chegar atrasado ao colégio, ou seja, chegar após as 7h 30min.

20) No jogo denominado "zerinho-ou-um", cada uma de três pessoas indica ao mesmo tempo com a mão uma escolha de 0 (mão fechada) ou 1 (o indicador apontando), e ganha a pessoa que escolher a opção que diverge da maioria. Se as três pessoas escolheram a mesma opção, faz-se, então, uma nova tentativa. Qual a probabilidade de não haver um ganhador definido depois de três rodadas?

21) Um dado é viciado de tal forma que a probabilidade de cada face é proporcional ao número de pontos daquela face. Qual a probabilidade de se obter um número par de pontos no lançamento desse dado?

22) (UFPR) André, Beatriz e João resolveram usar duas moedas comuns, não viciadas, para decidir quem irá lavar a louça do jantar, lançando as duas moedas simultaneamente, uma única vez. Se aparecerem duas coroas, André lavará a louça; se aparecerem duas caras, Beatriz lavará a louça; e se aparecerem uma cara e uma coroa, João lavará a louça. A probabilidade de que João venha a ser sorteado para lavar a louça é de:

- a) 25%. b) 27,5%. c) 30%. d) 33,3%. e) 50%.

23) Uma moeda, com probabilidade 0,6 de dar cara, é lançada 3 vezes.

(a) Qual é a probabilidade de que sejam observadas duas caras e uma coroa, em qualquer ordem?

(b) Dado que foram observadas duas caras e uma coroa, qual é a probabilidade de que tenha dado coroa no primeiro lançamento?

24) João, ao partir para uma viagem, ficou de enviar um cartão postal para sua mãe. A probabilidade de que ele envie o cartão é igual a 0,7. Por outro lado, a probabilidade de um cartão postal se extraviar é 0,1.

(a) Qual é a probabilidade de que a mãe de João receba um cartão postal dele?

(b) Se ela não receber um cartão de João, qual é a probabilidade de que ele o tenha enviado?

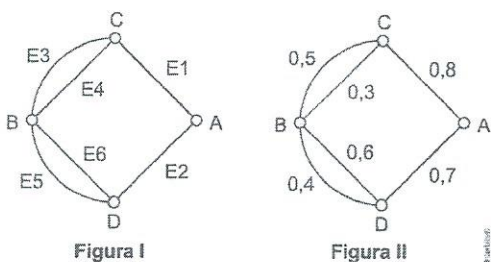
25) Em uma caixa há três dados aparentemente idênticos. Entretanto, apenas dois deles são normais, enquanto o terceiro tem três faces 1 e três faces 6. Um dado é retirado ao acaso da caixa e lançado duas vezes. Se a soma dos resultados obtidos for igual a 7, qual é a probabilidade condicional de que o dado sorteado tenha sido um dos dados normais?

26)(MPU) Carlos sabe que Ana e Beatriz estão viajando pela Europa. Com as informações que dispõe, ele estima corretamente que a probabilidade de Ana estar hoje em Paris é $\frac{3}{7}$, que a probabilidade de Beatriz estar hoje em Paris é $\frac{2}{7}$, e que a probabilidade de ambas, Ana e Beatriz, estarem hoje em Paris é $\frac{1}{7}$. Carlos, então, recebe um telefonema de Ana informando que ela está hoje em Paris. Com a informação recebida pelo telefonema de Ana, Carlos agora estima corretamente que a probabilidade de Beatriz também estar hoje em Paris é igual a

- a) $\frac{1}{7}$. b) $\frac{1}{3}$. c) $\frac{2}{3}$. d) $\frac{5}{7}$. e) $\frac{4}{7}$.

27. (Enem) A figura I abaixo mostra um esquema das principais vias que interligam a cidade A com a cidade B. Cada número indicado na figura II representa a probabilidade de pegar um engarrafamento quando se passa na via indicada,

Assim, há uma probabilidade de 30% de se pegar engarrafamento no deslocamento do ponto C ao o ponto B, passando pela estrada E4, e de 50%, quando se passa por E3. Essas probabilidades são independentes umas das outras.



Paula deseja se deslocar da cidade A para a cidade B usando exatamente duas das vias indicadas, percorrendo um trajeto com a menor probabilidade de engarrafamento possível.

O melhor trajeto para Paula é

- a) E1E3. b) E1E4. c) E2E4. d) E2E5. e) E2E6.

28. (ENEM) O diretor de um colégio leu numa revista que os pés das mulheres estavam aumentando. Há alguns anos, a média do tamanho dos calçados das mulheres era de 35,5 e, hoje, é de 37,0. Embora não fosse uma informação científica, ele ficou curioso e fez uma pesquisa com as funcionárias do seu colégio, obtendo o quadro a seguir:

TAMANHO CALÇADOS	DOS	NUMERO FUNCIONÁRIAS	DE
39,0		1	
38,0		10	
37,0		3	
36,0		5	
35,0		6	

Escolhendo uma funcionária ao acaso e sabendo que ela tem calçado maior que 36,0, a probabilidade de ela calçar 38,0 é

- a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{2}{5}$ d) $\frac{5}{7}$ e) $\frac{5}{14}$

29. (ENEM) Um médico está estudando um novo medicamento que combate um tipo de câncer em estágios avançados. Porém, devido ao forte efeito dos seus componentes, a cada dose administrada há uma chance de 10% de que o paciente sofra algum dos efeitos colaterais observados no estudo, tais como dores de cabeça, vômitos ou mesmo agravamento dos sintomas da doença. O médico oferece tratamentos compostos por 3, 4, 6, 8 ou 10 doses do medicamento, de acordo com o risco que o paciente pretende assumir.

Se um paciente considera aceitável um risco de até 35% de chances de que ocorra algum dos efeitos colaterais durante o tratamento, qual é o maior número admissível de doses para esse paciente?

- a) 3 doses. b) 4 doses. c) 6 doses.
d) 8 doses. e) 10 doses.

30. (ENEM) O controle de qualidade de uma empresa fabricante de telefones celulares aponta que a probabilidade de um aparelho de determinado modelo apresentar defeito de fabricação é de 0,2%. Se uma loja acaba de vender 4 aparelhos desse modelo para um cliente, qual é a probabilidade de esse cliente sair da loja com exatamente dois aparelhos defeituosos?

- a) $2 \times (0,2\%)^4$.
b) $4 \times (0,2\%)^2$.
c) $6 \times (0,2\%)^2 \times (99,8\%)^2$.
d) $4 \times (0,2\%)$.
e) $6 \times (0,2\%) \times (99,8\%)$.

31. (Extra) Uma pessoa joga uma moeda para o alto e depois outra. Se uma delas der cara, qual a probabilidade da outra dar cara também?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{5}$ e) $\frac{1}{6}$

32) (Extra) Em um programa de televisão, os candidatos devem escolher uma entre três portas. Atrás de uma dessas portas há um prêmio e atrás de cada uma das outras duas há um bode. Escolhida uma porta pelo candidato, o apresentador, que sabe onde estão os bodes, abre uma das portas, atrás do qual se encontra um bode, e pergunta ao candidato se ele quer ficar com a porta que escolheu ou se prefere trocá-la pela outra porta que ainda está fechada. Admitindo que, quando o candidato escolhe a porta em que está o prêmio, o apresentador escolha ao acaso uma porta para abrir, você acha que, para se ter uma maior probabilidade de ganhar o prêmio, o candidato deve trocar, não deve trocar ou que tanto faz?

- A) Tanto faz trocar ou não, uma vez que a probabilidade de cada escolha é igual a $1/2$.
- B) Ele deve trocar de porta. Se não trocar, a probabilidade de ganhar o prêmio é igual a $1/6$. Se trocar, a probabilidade é igual a $5/6$.
- C) Ele não deve trocar de porta. Se não trocar, a probabilidade de ganhar o prêmio é igual a $5/6$. Se trocar, a probabilidade é $1/6$.
- D) Ele não deve trocar de porta. Se não trocar, a probabilidade de ganhar o prêmio é igual a $2/3$. Se trocar, a probabilidade é igual a $1/3$.
- E) Ele deve trocar de porta. Se não trocar, a probabilidade de ganhar o prêmio é igual a $1/3$. Se trocar, a probabilidade é igual a $2/3$.

33. (UERJ) Um campeonato de futebol será disputado por 20 times, dos quais quatro são do Rio de Janeiro, nas condições abaixo:

I - cada time jogará uma única vez com cada um dos outros;

II - todos farão apenas um jogo por semana;

III - os jogos serão sorteados aleatoriamente.

Calcule:

- a) o menor número de semanas que devem ser usadas para realizar todos os jogos do campeonato;
- b) a probabilidade de o primeiro jogo sorteado ser composto por duas equipes cariocas.

34. (UERJ) Um pesquisador possui em seu laboratório um recipiente contendo 100 exemplares de 'Aedes aegypti', cada um deles contaminado com apenas um dos tipos de vírus, de acordo com a seguinte tabela:

tipo	quantidade de mosquitos
DEN 1	30
DEN 2	60
DEN 3	10

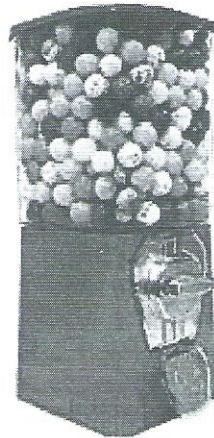
Retirando-se simultaneamente e ao acaso dois mosquitos desse recipiente, a probabilidade de que pelo menos um esteja contaminado com o tipo DEN 3 equivale a:

- a) $\frac{8}{81}$ b) $\frac{10}{99}$ c) $\frac{11}{100}$ d) $\frac{21}{110}$

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:

Uma máquina contém pequenas bolas de borracha de 10 cores diferentes, sendo 10 bolas de cada cor. Ao inserir uma moeda na máquina, uma bola é expelida ao acaso.

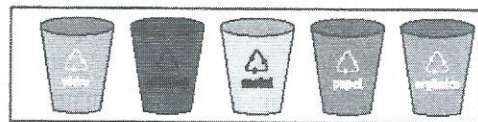
Observe a ilustração:



35. (UERJ) Inserindo-se 3 moedas, uma de cada vez, a probabilidade de que a máquina libere 3 bolas, sendo apenas duas delas brancas, é aproximadamente de:

- a) 0,008 b) 0,025 c) 0,040 d) 0,072

36. (UERJ) Com o intuito de separar o lixo para fins de reciclagem, uma instituição colocou em suas dependências cinco lixeiras de diferentes cores, de acordo com o tipo de resíduo a que se destinam: vidro, plástico, metal, papel e lixo orgânico.



Sem olhar para as lixeiras, João joga em uma delas uma embalagem plástica e, ao mesmo tempo, em outra, uma garrafa de vidro. A probabilidade de que ele tenha usado corretamente pelo menos uma lixeira é igual a:

- (A) 25% (B) 30% (C) 35% (D) 40%

GABARITO

- 1) A) $1/6$ B) $1/6$ C) $2/3$ 2) A) 1 B) zero 3) $1/8$ 4) $3/8$ 5) $1/12$
- 6) $\frac{1}{50.063.860}$ 7) $2/3$ 8) 60% 9) $\frac{3}{4}$ ou 75% 10) $\frac{31}{32}$
- 11) D 12) E 13) D 14) B 15) B 16) 50% 17) C 18) A
- 19) $\frac{7}{27}$ 20) $\frac{1}{64}$ 21) $\frac{4}{7}$ 22) E 23) A) 0,432 b) $\frac{1}{3}$
- 24) a) 0,63 b) $7/37$ 25) $2/5$ 26) B 27) D 28) D 29) B
- 30) C 31) B 32) E 33) A) 19 B) $3/95$ 34) D 35) **B** 36) C

1) Resultados de um dado cúbico
 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Armanda obteve resultado 2.

$$P(A \text{ vencer}) = \frac{1}{6}$$

$$P(\text{EMPATE}) = \frac{1}{6}$$

$$P(B \text{ VENCER}) = \frac{4 \div 2}{6 \div 2} = \frac{2}{3}$$

2) Permutações do número 927

$$P_3 = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6 \text{ permutações} \Rightarrow$$

- $$\Rightarrow \begin{cases} 927 \\ 972 \\ 729 \\ 792 \\ 279 \\ 297 \end{cases}$$

a) MÚLTIPLOS DE 9 \Rightarrow SOMA DOS ALGARISMOS DO NÚMERO IGUAL A MÚLTIPLO DE 9.

$$9 + 2 + 7 = 18 \Rightarrow 18 \begin{matrix} 9 \\ \div 2 \end{matrix} \Rightarrow$$

$\Rightarrow 18$ é múltiplo de 9 \Rightarrow todas as 6 permutações de 927 são múltiplos de 9.

$$P(\text{MÚLTIPLO DE 9}) = \frac{6}{6} = 1 \text{ OU } 100\%$$

obs: probabilidade = 1 \Rightarrow "EVENTO CERTO"

b) MÚLTIPLO DE 5 \Rightarrow O ALGARISMO DAS UNIDADES É "ZERO" OU "5".

NENHUM DAS 6 PERMUTAÇÕES DE 927 TEM ALGARISMO DAS UNIDADES "ZERO" OU "5"

$$P(\text{MÚLTIPLO DE 5}) = \frac{0}{6} = 0$$

obs: Probabilidade = zero \Rightarrow EVENTO IMPOSSÍVEL

3) $P(K, K, K) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

4) $P(K, K, C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$
 $P(K, C, K) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$
 $P(C, K, K) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

$\rightarrow P = \frac{3}{8}$

5) $\underbrace{(1) (2) (3) (4) \dots (10)}$

5 pares e 5 ímpares

$$P = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{60}{720} = \frac{1}{12}$$

6) MEGA-SENA

Aposta mínima = 6 n^{os}

$$P = \frac{6}{60} \cdot \frac{5}{59} \cdot \frac{4}{58} \cdot \frac{3}{57} \cdot \frac{2}{56} \cdot \frac{1}{55}$$

$$= \frac{1}{50.063.860}$$

7) VASCO CAMPEÃO HA 3 HIPÓTESE

1^o HIPÓTESE: VASCO VENCE $\Rightarrow P(1^o) = \frac{1}{3}$

2^o HIPÓTESE: VASCO EMPATA E FLA NAS VENCE
 $\Rightarrow P(2^o) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$

3^o HIPÓTESE: VASCO PERDE E FLA PERDE \Rightarrow
 $\Rightarrow P(3^o) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

Logo: $P(\text{VASCO CAMPEÃO}) = \frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} =$

$$= \frac{1}{3} + \frac{3}{9} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

8) $P(\text{MÚLTIPLO DE 2 OU MÚLTIPLO DE 5})$

$$= P(\text{MÚLTIPLO DE 2}) + P(\text{MÚLTIPLO DE 5}) -$$

$$- P(\text{MÚLTIPLO DE 2 E MÚLTIPLO DE 5})$$

(MÚLTIPLO DE 10)

$$= \frac{50}{100} + \frac{20}{100} - \frac{10}{100} =$$

$$= \frac{60}{100} = 60\%$$

9) K → cara
C → coroa

$$P(\text{alguma cara}) = P(K, C) \text{ ou } P(C, K) \text{ ou } P(K, K) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} \times 100\% = 0,75 \times 100\% = 75\%$$

OUTRA SOLUÇÃO

$$P(\text{sair alguma cara}) = 1 - P(2 \text{ coroas}) = 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \text{ ou } 75\%$$

10) $P(\text{sair alguma cara}) = 1 - P(5 \text{ coroas}) = 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{32} = \frac{32}{32} - \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$

11) (VERS)
 $P(\text{FALSIFICAÇÃO}) = 20\% = 0,2$
 $P(\text{NAS FALSIFICAÇÃO}) = 80\% = 0,8$
 $P(\text{PELO MENOS UMA FALSA}) = 1 - 0,8 \times 0,8 = 1 - 0,64 = 0,36 \text{ ou } 36\%$

12) $P(\text{Parafuso perfeito}) = 96\% = 0,96$

$$P(\text{Parafuso defeituoso}) = 4\% = 0,04 = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$$

$$P(3 \text{ defeituosos}) = \frac{1}{25} \times \frac{1}{25} \times \frac{1}{25} = \frac{1}{5^3} \times \frac{1}{5^2} = \frac{1}{5^6} = 5^{-6}$$

13) FINALISTA 1

$$P(\text{ACERTAR}) = 60\% = 0,6$$

$$P(\text{ERRAR}) = 40\% = 0,4$$

FINALISTA 2

$$P(\text{ACERTAR}) = 70\% = 0,7$$

$$P(\text{ERRAR}) = 30\% = 0,3$$

$$P(\text{AMBOS ERRAREM}) = 0,4 \times 0,3 = 0,12 \text{ ou } 12\%$$

14) $P(\text{♂}) = 0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

$$P(\text{♀}) = 0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

$P(\text{dois filhos de sexos diferentes}) =$

$$= P(1^\circ \text{ Homem, } 2^\circ \text{ Mulher}) \text{ ou } P(1^\circ \text{ Mulher, } 2^\circ \text{ Homem}) =$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} =$$

$$= \frac{3}{16} + \frac{3}{16} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

15) Jogador 1

$$P(\text{ACERTAR}) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(\text{ERRAR}) = \frac{1}{2}$$

Jogador 2

$$P(\text{ACERTAR}) = \frac{2}{5} \Rightarrow P(\text{ERRAR}) = \frac{3}{5}$$

Jogador 3

$$P(\text{ACERTAR}) = \frac{5}{6} \Rightarrow P(\text{ERRAR}) = \frac{1}{6}$$

$$P(3 \text{ ERRAREM}) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \times \frac{1}{6} = \\ = \frac{3}{60} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{20} \times 100\% = 5\% \rightarrow \text{"B"}$$

16)

100 PRETA
100 BRANCA

1ª URNA

100 preta
100 BRANCA

2ª URNA

P(duas bolas retiradas de cores distintas) =

$$P(1^\circ \text{ Preta}, 2^\circ \text{ Branca}) + P(1^\circ \text{ Branca}, 2^\circ \text{ Preta}) =$$

$$= \frac{100}{200} \cdot \frac{100}{200} + \frac{100}{200} \cdot \frac{100}{200} =$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$$

$$= \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ ou } 50\%$$

OUTRA SOLUÇÃO

$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{100}{200} = \frac{1}{2} \text{ ou } 50\%$$

qualquer bola ↓ bola de cor diferente

17) Primeira Solução

$$\text{Total de pares ordenados} = \\ = 6 \times 6 = 36$$

Pares cuja soma = 6

$$\left. \begin{array}{l} (1,5) \\ (2,4) \\ (3,3) \\ (4,2) \\ (5,1) \end{array} \right\} 5 \text{ pares ordenados}$$

$$P(\text{soma } 5) = \frac{5}{36}$$

OUTRA SOLUÇÃO

$$P(\text{soma } 6) = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{36} \rightarrow \text{"C"}$$

Primeiro número
obtido tem que ser,
no máximo, 5

Só existe um
nº que somado
com o resultado
anterior que tem
soma 6

18) P(SOMA ≥ 5) = ?

$$P(\text{soma } 5) = \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{36}$$

$$P(\text{soma } 6) = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{36}$$

$$P(\text{soma } 7) = \frac{6}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{6}{36}$$

$$P(\text{soma } 8) = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{36}$$

$$P(\text{soma } 9) = \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{36}$$

$$P(\text{soma } 10) = \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{3}{36}$$

$$P(\text{soma } 11) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{36}$$

$$P(\text{soma } 12) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

18) (continuação)

$$P(\text{SOMA} \geq 5) =$$

$$= \frac{4}{36} + \frac{5}{36} + \frac{6}{36} + \frac{5}{36} + \frac{4}{36} + \frac{3}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} =$$

$$= \frac{30 \stackrel{=6}{\div 6}}{36 \stackrel{=6}{\div 6}} = \left(\frac{5}{6}\right) \rightarrow \text{"A"}$$

OUTRA SOLUÇÃO

$$P(\text{SOMA} \geq 5) = 1 - P(\text{SOMA} < 5)$$

$$P(\text{SOMA} = 4) = \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{3}{36}$$

$$P(\text{SOMA} = 3) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{36}$$

$$P(\text{SOMA} = 2) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

$$P(\text{SOMA} < 5) = \frac{3}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{6 \stackrel{=6}{\div 6}}{36 \stackrel{=6}{\div 6}} = \frac{1}{6}$$

$$P(\text{SOMA} \geq 5) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{6}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

19) $P(\text{aberto}) = \frac{2}{3}$; $P(\text{fechado}) = \frac{1}{3}$

Aberto \rightarrow A

Fechado \rightarrow F

cada sinal fechado atrasa 1 minuto

7h 09min $\xrightarrow{(A)(A)(A)}$ 7h 29min

7h 09min $\xrightarrow{(F)(A)(A)}$ 7h 30min

7h 09min $\xrightarrow{(F)(F)A}$ 7h 31min

7h 09min $\xrightarrow{(F)(F)(F)}$ 7h 32min ou atrasando

$$(F)(F)(A) \rightarrow P_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 = \frac{6}{27}$$

$$P_3 = \frac{3!}{2!} = \frac{3 \times 2 \times 1}{2} = 3$$

$$(F)(F)(F) \rightarrow P_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$$

OU \rightarrow +

$$P = \frac{6}{27} + \frac{1}{27} = \frac{7}{27}$$

20) $P = 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$

$$P = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$$

21) $P(1) = p$
 $P(2) = 2p$
 $P(3) = 3p$
 $P(4) = 4p$
 $P(5) = 5p$
 $P(6) = 6p$

$$p + 2p + 3p + 4p + 5p + 6p = 1$$

$$21p = 1$$

$$p = \frac{1}{21}$$

Logo: probabilidade de um n° par de pontos = $P(\text{sair } 2 \text{ ou sair } 4 \text{ ou sair } 6) =$

$$= P(\text{sair } 2) + P(\text{sair } 4) + P(\text{sair } 6) =$$

$$= \frac{2}{21} + \frac{4}{21} + \frac{6}{21} = \frac{12 \div 3}{21 \div 3} = \frac{4}{7}$$

22) $P(\text{João lavar louça}) =$

$$= P(K, C) \text{ ou } P(C, K) =$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$$

$$= \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2} \text{ ou } 50\%$$

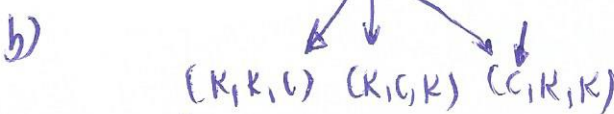
23) $P(K) = 0,6$

$$P(C) = 0,4$$



a) $(K, K, C) \Rightarrow 0,6 \times 0,6 \times 0,4 \times 3 = 0,432$

$$P_3 = \frac{3!}{2!} = \frac{3 \times 2 \times 1}{2} = 3$$



OBSERVAÇÃO: duas caras e uma coroa. Apenas uma sequência das três tem coroa no primeiro lançamento

$$P = \frac{1}{3}$$

24) $P(\text{enviar cartão}) = 0,7$

$P(\text{não enviar cartão}) = 0,3$

$P(\text{extraviar}) = 0,1$

$P(\text{não extraviar}) = 0,9$

a) $P(\text{mãe receber}) =$

$= P(\text{enviar cartão e não extraviar}) =$
 $= 0,7 \times 0,9 = 0,63$

b) $P(B/A) \rightarrow$ Probabilidade de ocorrer B sabendo que A ocorreu.

$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$

B \rightarrow ELE TER ENVIADO

A \rightarrow MÃE NÃO RECEBEU

$P(B \cap A) = 0,7 \times 0,1 = 0,07$

A \rightarrow MÃE NÃO RECEBEU \Rightarrow

\Rightarrow ELE ENVIOU E EXTRAVIOU OU ELE NÃO ENVIOU.

$P(A) = 0,7 \times 0,1 + 0,3 = 0,07 + 0,3 = 0,37$

Logo:

$P(B/A) = \frac{0,07}{0,37} \Rightarrow \boxed{P(B/A) = \frac{7}{37}}$

25) CAXA COM 3 DADOS \rightarrow DOIS DELES NORMAIS
 \rightarrow UM DELES, TRÊS FACES "1" E TRÊS FACES "6".

B \rightarrow DADO SORTEADO TER SIDO O NORMAL

A \rightarrow SOMA = 7

$P(B/A) \rightarrow$ Probabilidade de ocorrer B sabendo que A ocorreu.

$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$

25) (CONTINUAÇÃO)

$B \cap A \rightarrow$ Dado sorteado ter sido o normal e soma 7

$P(B \cap A) = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{12}{72}$

A \rightarrow SOMA 7 = Dado normal e soma 7 ou Dado NAS NORMAL E SOMA 7.

$P(A) = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{6} \cdot \frac{3}{6} =$
 $= \frac{12}{72} + \frac{18}{72} = \frac{30}{72}$

Logo:

$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{12}{72}}{\frac{30}{72}} = \frac{12 \div 6}{30 \div 6} = \frac{2}{5}$

26) B \rightarrow Beatriz está hoje em Paris

A \rightarrow Ana está hoje em Paris

$B \cap A \rightarrow$ Beatriz e Ana estarem hoje em Paris.

$P(B) = \frac{2}{7}$

$P(B \cap A) = \frac{1}{7}$

$P(A) = \frac{3}{7}$

$P(B/A) \rightarrow$ Probabilidade de ocorrer B, sabendo que A ocorreu

$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{3}{7}} = \frac{1}{3}$

$\boxed{\text{Resp. } \frac{1}{3}} \rightarrow \text{"B"}$

Gabarito:

QUESTÃO 27 (ENEM)

[D]

Probabilidade de congestionamento = 1 – probabilidade de não haver congestionamento

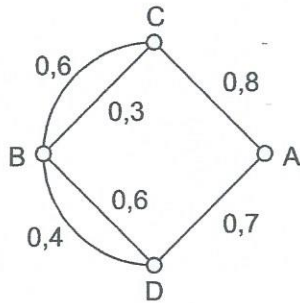
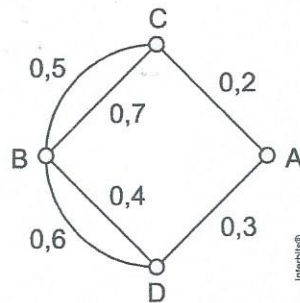


Figura II



sem congestionamento

$$E1E3 = 1 - 0,2 \cdot 0,5 = 0,9$$

$$E1E4 = 1 - 0,2 \cdot 0,7 = 0,86$$

$$E2E5 = 1 - 0,3 \cdot 0,6 = 0,82 \text{ (menor probabilidade)}$$

$$E2E5 = 1 - 0,3 \cdot 0,4 = 0,88$$

O trajeto E2E4 não existe.

QUESTÃO 28 (ENEM)

[D]

$$P = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$$

QUESTÃO 29 (ENEM)

[B]

$$3 \text{ doses} \rightarrow (1 - 0,9^3) \cdot 100\% = 27\%$$

$$4 \text{ doses} \rightarrow (1 - 0,9^4) \cdot 100\% = 34\%$$

$$5 \text{ doses} \rightarrow (1 - 0,9^5) \cdot 100\% = 41\%$$

Resposta 4 doses.

QUESTÃO 30 (ENEM)

[C]

com defeito	com defeito	sem defeito	sem defeito
0,2%	0,2%	99,8%	99,8%

$$P_4^{2,2} \cdot (0,2\%)^2 \cdot (99,8\%)^2 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} \cdot (0,2\%)^2 \cdot (99,8\%)^2 = 6 \cdot (0,2\%)^2 \cdot (99,8\%)^2$$

31]

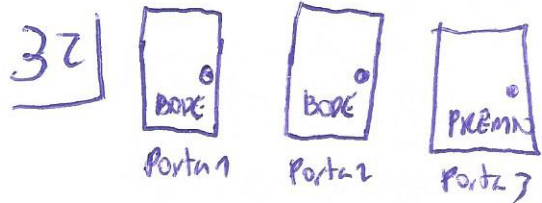
$(K, K), (K, C), (C, K), (C, C)$

Uma delas deu cara
há 3 possibilidades

Há apenas um par
ordenado em que a
outra também é cara.

(K, K)

Logo $p = \frac{1}{3} \rightarrow$ "B"



QUANDO ELE ESCOLHEU, A
PROBABILIDADE DE GANHAR O
PRÊMIO É $\frac{1}{3}$ E A DE PERDER
É $\frac{2}{3}$.

Logo, se ele trocar de porta,
a probabilidade dele ganhar
é $\frac{2}{3} \rightarrow$ opção "E"

33) a) total de partidas

$$C_{20,2} = \frac{20 \times 19}{2 \times 1} = 190 \text{ partidas}$$

Por semana, com 20 clubes,
são disputados 10 jogos por
semana:

$$\frac{190}{10} = 19 \text{ semanas}$$

33] Continuação

b) 4 times cariocas, num
total de 20 times.

Probabilidade do primeiro
time sorteado ser carioca

$$p_1 = \frac{4}{20}$$

Probabilidade do segundo time
sorteado ser carioca, sabendo
que o primeiro time foi carioca:

$$p_2 = \frac{3}{19}$$

Logo:

$$p = \frac{4}{20} \times \frac{3}{19} = \frac{3}{95}$$

34] 10 mosquitos do tipo 3 e
90 mosquitos NAO tipo 3

$$P(\text{pelo menos um do tipo 3}) =$$

$$= 1 - P(\text{os dois não serem do$$

$$\text{tipo 3}) = 1 - \frac{90}{100} \times \frac{89}{99} =$$

$$= 1 - \frac{89}{110} = \frac{110}{110} - \frac{89}{110} =$$

$$= \frac{21}{110} \rightarrow \text{Letra "D"}$$

35) 10 bolas brancas
90 não brancas

$$P(B, B, \bar{B}) = \frac{10}{100} \times \frac{9}{99} \times \frac{90}{98} \times 3 = \frac{27}{1078} \approx \frac{25}{1000} \approx 0,025$$

↓
"B"

$$P_3^2 = \frac{3!}{2!} = \frac{3 \times 2!}{2!} = 3$$

36) $P(\text{pelo menos uma lixeira correta}) =$

= $P(\text{Vidro certo, plástico errado ou vidro errado, plástico certo ou vidro certo, plástico certo})$

$$= \left(\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} \right) =$$

$$= \left(\frac{3}{20} + \frac{3}{20} + \frac{1}{20} \right) = \frac{7}{20}$$

$$\frac{7}{20} \times 100\% = 35\% \rightarrow \text{"C"}$$