COLÉGIO MILITAR DO RIO DE JANEIRO
(Casa de Thomaz Coelho / 1889)
CONCURSO DE ADMISSÃO AO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL 2009/2010
PROVA DE MATEMÁTICA
18 de outubro de 2009

**MATEMÁTICA - GABARITO**

**(Prof. Walter Tadeu Nogueira da Silveira – www.professorwaltertadeu.mat.br)**

Questão 1. Um grupo de alunos do CMRJ foi levado para um passeio ao museu. Lá foram divididos em grupos menores com quantidades iguais de alunos. Contudo, ao serem divididos em grupos de 5 alunos, 7 alunos ou 11 alunos, sobraram, respectivamente, 1, 3 e 7 alunos. Se o número de alunos que participou desse passeio não era superior a 400, o número de alunos que sobram se os dividimos em grupos de 8 alunos é:

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 **(E)** 5

**Solução 1. De acordo com as informações, temos:**

**i) $N - 1 = 5q_1$; $N - 3 = 7q_2 \Rightarrow N - 1 = 7q_2 + 2$; $N - 7 = 11q_3 \Rightarrow N - 1 = 11q_3 + 6$;**

**ii) MM(5, 7, 11) = 5 x 7 x 11 = 35 x 11 = 385.**

**iii) Se 385 é múltiplo de 5, precisamos encontrar outro múltiplo de 5 que deixe resto 2 na divisão por 7. O múltplo de 5 anterior a 385 é 380. E 380 ÷ 7 = 54 resto 2. Dividindo 380 por 11, temos: 34 resto 6.**

**Desta forma adicionando 1 a 380, os restos na divisão por 5, 7 e 11 será, respectivamente, 0+1, 2 + 1 e 6 + 1.**

**Logo, N – 1 = 380 e o número procurado será 381. A divisão de 381 por 8 é 47 resto 5.**

**Solução 2. $N = 5q_1 + 1$; $N = 7q_2 + 3$; $N = 11q_3 + 7$. Se adiconarmos 4 ao dividendo o resto fica adicionado de 4 também e no caso, temos:**

**$N + 4 = 5q_1 + 5$; $N = 7q_2 + 7$; $N = 11q_3 + 11 \Rightarrow N + 4 = 5q_1 + 0$; $N = 7q_2 + 0$; $N = 11q_3 + 0$.**

**Logo, N + 4 é múltiplo de 5, 7 e 11. Como MMC5, 7, 11) = 385 => N + 4 = 385 => N = 385 – 4 = 381.**

**Então, 381 ÷ 8 = 47, resto 5.**

Questão 2. Se numa fração diminuímos o numerador de 40% e o denominador de 60%, então a fração original:

(A) diminui 20% (B) aumenta 20% (C) diminui 50% **(D)** aumenta 50% (E) aumenta 30%

**Solução. Considere a fração original como $\frac{N}{D}$. Aplicando a modificação indicada, temos:**

$$\frac{N - 40\%.N}{D - 60\%.D} = \frac{N - 0{,}4N}{D - 0{,}6.D} = \frac{0{,}6N}{04.D} = \frac{6N}{4.D} = \left(\frac{6}{4}\right).\left(\frac{N}{D}\right) = 1{,}5.\left(\frac{N}{D}\right).$$

**A fração original ficou multiplicada por 1,5 . Logo, aumentou 50%.**

Questão 3. Sobre um determinado número natural, sabe-se que:

(I) é um número entre 5 000 e 6 000;

(II) é divisível por 3, 5, 9 e 10;

(III) o valor absoluto do algarismo das centenas é maior que o valor absoluto do algarismo das dezenas;

O menor número que satisfaz essas 3 condições, na divisão por 11, deixa resto:

**(A)** 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5 (E) 4

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 5 | 9 | 10 | 2 |
| 3 | 5 | 9 | 5 | 3 |
| 1 | 5 | 3 | 5 | 3 |
| 1 | 5 | 1 | 5 | 5 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | |

**Solução. O MMC(3, 5, 9, 10) é 90. O 1° múltiplo de 90 maior de 5 000 é 90 x 56 = 5 040.**

**Os próximos menores que 6 000 são: 5 130, 5 220, 5 310, ....**

**O número 5 310 é o menor com o algarismo da centena maior que o algarismo da dezena.**

**Temos: 5 130 ÷ 11 = 482 resto 8.**

Questão 4. O prefeito da cidade de Riacho Fundo resolveu cercar a praça da cidade com lindas palmeiras. Como dispõe de pouco dinheiro para o plantio das árvores, o prefeito decidiu que todas elas estariam igualmente espaçadas e a distância entre elas deveria ser a maior possível. Se a praça tem formato retangular de dimensões 462 metros e 294 metros, o número de árvores que serão plantadas é:

(A) 42 (B) 40 (C) 38 **(D)** 36 (E) 30

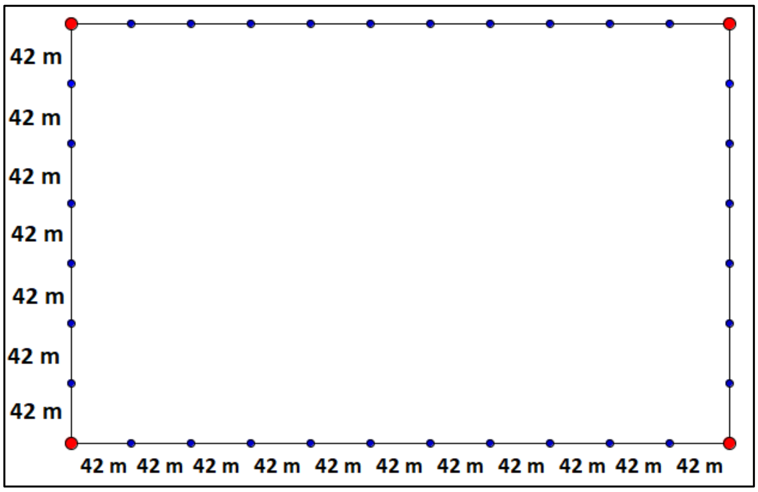
| | | |
|---|---|---|
| 294 | 462 | 2 |
| 147 | 231 | 3 |
| 49 | 77 | 7 |
| 7 | 11 | 7 |
| 1 | 11 | 11 |
| 1 | 1 | |

**Solução. As dimensões devem ser divididas em espaços iguais. Como a dístancia é a maior possível, então ela será representada pelo MDC(294, 492) = 2 x 3 x 7 = 42 m.**

**i) Na dimensão 294 m serão plantadas (294 ÷ 42) = 7 árvores. Na dimensão 462 metros serão plantadas (462 ÷ 42) = 11 árvores.**

**ii) Como a praça é retangular e os vértices são comuns às duas dimensões, temos:**

**Plantando 1 árvore em cada vértice ficam 6 árvores nas dimensões de 264 m, e 10 árvores nas dimensões de 294 m. O total é 4 + 2 x (6 + 10) = 4 + 32 = 36 árvores.**




Questão 5. Os números naturais diferentes de zero são dispostos em quadrados como na figura abaixo.

| | a | b | c |
|---|---|---|---|
| A | 1 | 2 | 3 |
| B | 4 | 5 | 6 |
| C | 7 | 8 | 9 |

| | a | b | c |
|---|---|---|---|
| A | 10 | 11 | 12 |
| B | 13 | 14 | 15 |
| C | 16 | 17 | 18 |

| | a | b | c |
|---|---|---|---|
| A | 19 | 20 | 21 |
| B | 22 | 23 | 24 |
| C | 25 | 26 | 27 |

A posição de um número, em uma das tabelas, é dada por uma letra maiúscula seguida de uma letra minúscula. Por exemplo, o número 6 está na posição **Bc**; o número 16 está na posição **Ca**; o número 20 está na posição **Ab**.

Continuando a montar tabelas como a da figura anterior, a posição do número 500 é:

(A) **Aa** **(B)** **Bb** (C) **Cc** (D) **Ac** (E) **Cb**

**Solução. Observando os números da primeira tabela, temos que cada algarismo representa o resto na divisão por 9. No caso da posição CC, está o 9 que deixa resto zero. Isto se repete nas outras tabelas. Veja, por exemplo, 19 na posição Aa. O resto da divisão de 19 por 9 é 1, que está na mesma posição.**

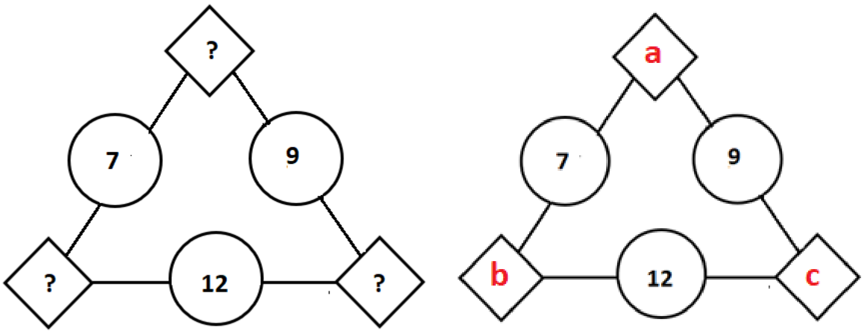
**Dessa forma, dividindo 500 por 9, temos quociente 55 e resto 5. Logo a posição do 500 é a mesma do 5: Bb.**

Questão 6. Jorge adora jogos matemáticos. Hoje ele aprendeu um jogo aritmético novo e o mostrou ao seu amigo Jonas. “Jonas”, disse Jorge, “pense em um número natural qualquer, some seus dígitos e subtraia esse resultado do número original”. Em seguida, Jorge disse que adivinharia o resto da divisão desse resultado por 9. Assim, a resposta de Jorge foi:

**(A)** 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

**Solução. O resultado sempre será múltiplo de 9. Suponha um número de 3 algarismos (abc). Temos: 100a + 10b + c – (a + b + c ) = 99a + 99b + 99c. Este resultado é múltiplo de 9. Logo, resto igual a zero.**

Questão 7. Cada um dos números naturais nos círculos é a soma dos dois números naturais desconhecidos que estão nos dois quadrados ao lado deles.




A soma dos três números desconhecidos que estão nos quadrados é:

**(A)** 14 (B) 15 (C) 12 (D) 13 (E) 11

**Solução. Considerando a, b, c os números desconhecidos e analisando a condição a + b = 7, temos:**

**i) Se a = 3, b = 4, não há valor único para c satisfatório, pois c seria 8 para o 12 e 6 para o 9. O mesmo vale para a = 4 e b = 3.**

**ii) Se a = 2 e b = 5, então c = 7. Satisfaz, pois 2 + 5 = 7, 5 + 7 = 12 e 2 + 7 = 9. Logo, a + b + c = 2 + 5 + 7 = 14.**

Questão 8. “Achei cinco reais na rua!” disse o filho. “Agora você tem três vezes o que teria se tivesse perdido cinco reais”, respondeu o pai. O filho tinha, antes do achado:

(A) R$ 30,00 (B) R$ 15,00 **(C)** R$ 10,00 (D) R$ 5,00 (E) R$ 20,00

**Solução. Considere que o filho tinha N reais antes de achar o dinheiro.**

**Após o achado passou a ter N + 5 que representa 3.(N – 5). Resolvendo, temos:**

**N + 5 = 3N – 15 => 3N – N = 5 + 15 => 2N = 20 => N = 15. Logo, o filho tinha R$ 10,00.**

Questão 9. Numa das fases de seleção entre 450 candidatos, a um famoso programa de TV, constatou-se que 60%, dos participantes eram do sexo masculino e sabendo-se que 30% do total de cada sexo foram selecionados. Qual a diferença entre o número de candidatas não selecionadas e o número de candidatos selecionados?

**(A)** 45 (B) 72 (C) 90 (D) 108 (E) 135

**Solução. Se 60% de 450 = 0,6 x 450 = 270 são candidatos do sexo masculino, então (450 – 270) = 180 são do sexo feminino. De acordo com as informações, temos:**

**i) Homens selecionados: 30% de 270 = 0, 3 = 270 = 81; Mulheres selecionadas: 30% de 180 = 0,3 x 180 = 54.**

**Mulheres não selecionados: 180 – 54 = 126.**

**ii) Diferença entre o n° de candidatas não selecionados e o n° de candidatos não selecionados: 126 – 81 = 45.**

Questão 10. O valor da expressão abaixo é:

$$\frac{1}{24\times 25}+\frac{1}{25\times 26}+\frac{1}{26\times 27}+\frac{1}{27\times 28}+\frac{1}{28\times 29}+\frac{1}{29\times 30}$$

(A) $\frac{1}{720}$ **(B)** $\frac{1}{120}$ (C) $\frac{1}{72}$ (D) $\frac{1}{12}$ (E) $\frac{1}{29}$

**Solução. Revertendo a distributividade que foi realizada nas parcelas, temos:**

$$\frac{1}{25}\times\left(\frac{1}{24}+\frac{1}{26}\right)+\frac{1}{27}\times\left(\frac{1}{26}+\frac{1}{28}\right)+\frac{1}{29}\times\left(\frac{1}{28}+\frac{1}{30}\right)=\frac{1}{25}\times\left(\frac{50}{24\times 26}\right)+\frac{1}{27}\times\left(\frac{54}{26\times 28}\right)+\frac{1}{29}\times\left(\frac{58}{28\times 30}\right)=$$

$$=\left(\frac{2}{24\times 26}\right)+\left(\frac{2}{26\times 28}\right)+\left(\frac{2}{28\times 30}\right)=\left(\frac{1}{24\times 13}\right)+\left(\frac{1}{13\times 28}\right)+\left(\frac{1}{14\times 30}\right)=\frac{1}{13}\times\left(\frac{1}{24}+\frac{1}{28}\right)+\left(\frac{1}{14\times 30}\right)=$$

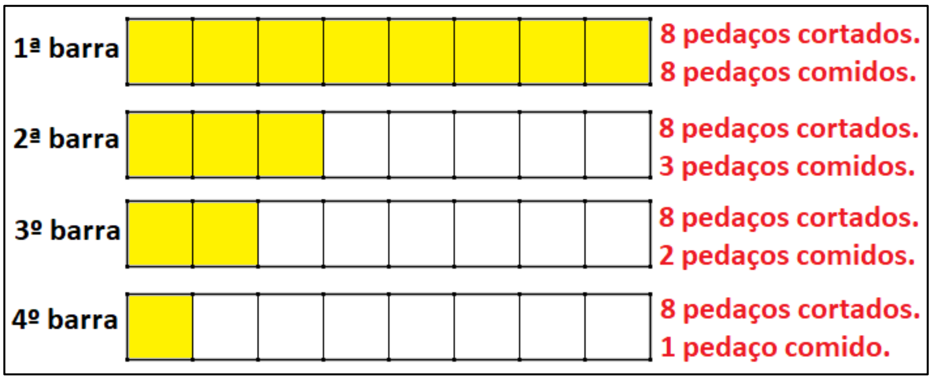
$$=\frac{1}{13}\times\left(\frac{52}{24\times 28}\right)+\left(\frac{1}{14\times 30}\right)=\left(\frac{4}{24\times 28}\right)+\left(\frac{1}{14\times 30}\right)=\left(\frac{2}{24\times 14}\right)+\left(\frac{1}{14\times 30}\right)=$$

$$=\frac{1}{14}\times\left(\frac{2}{24}+\frac{1}{30}\right)=\frac{1}{14}\times\left(\frac{84}{24\times 30}\right)=\frac{6}{24\times 30}=\frac{1}{4\times 30}=\frac{1}{120}.$$

Questão 11. Um Guloso Chocólatra (compulsivo por chocolate), chegou em casa com muita fome e como possuía quatro barras de chocolate de sabores diferentes, mas todas de mesmo tamanho; resolveu abrir todas. Dividiu as quatro barras em oito pedaços iguais, cada uma, comendo a primeira inteira, três pedaços da segunda, dois pedaços da terceira e um pedaço da quarta barra de chocolate. Qual a diferença entre o denominador e o numerador da fração, na sua forma mais simples, que representa a relação entre os pedaços das barras de chocolate comidos pelo Chocólatra e pelos pedaços cortados?

(A) 23 (B) 18 (C) 15 (D) 11 **(E)** 9

**Solução. Representando as barras e os pedaços cortados e comidos, temos:**




$\frac{\textit{Pedaços comidos}}{\textit{Pedaços cortados}} = \frac{8+3+2+1}{8+8+8+8} = \frac{14}{32} = \frac{7}{16}$. **Diferença entre o denominador e o numerador: 16 – 7 = 9.**

Questão 12 Simplificando a expressão $\left(\frac{9}{10}\right)^7 \times \left(\frac{4}{3}\right)^9 \times \left(\frac{3}{5}\right)^6 \times \left(\frac{5}{6}\right)^{11}$ temos:

(A) $\frac{6}{5}$ (B) $\frac{1}{9}$ **(C)** $\frac{1}{25}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{5}{6}$

**Solução. Utilizando as propriedades das potências, temos:**

$$\left(\frac{9}{10}\right)^7 \times \left(\frac{4}{3}\right)^9 \times \left(\frac{3}{5}\right)^6 \times \left(\frac{5}{6}\right)^{11} = \frac{9^7}{10^7} \times \frac{4^9}{3^9} \times \frac{3^6}{5^6} \times \frac{5^{11}}{6^{11}} = \frac{(3^2)^7}{2^7 \times 5^7} \times \frac{(2^2)^9}{3^9} \times \frac{3^6}{5^6} \times \frac{5^{11}}{2^{11} \times 3^{11}} =$$

$$= \frac{3^{14}}{2^7 \times 1} \times \frac{2^{18}}{3^3} \times \frac{1}{5^6} \times \frac{5^4}{2^{11} \times 3^{11}} = \frac{3^3}{1 \times 1} \times \frac{1}{3^3} \times \frac{1}{5^6} \times \frac{5^4}{1 \times 1} = \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{5^2} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{25}.$$

Questão 13. Flávio deseja escrever seu próprio testamento, no qual pretende deixar seus bens a três herdeiros: A, B e C. Determinando a fração de $\frac{3}{5}$ da fortuna para a pessoa “A” e $\frac{3}{8}$ para a pessoa “B”, qual percentual deve deixar para a pessa “C” afim de que totalize o restante da fortuna?

(A) 0,25% (B) 0,5% (C) 1,25% (D) 2% **(E)** 2,5%

**Solução. A soma das frações deve resultar no inteiro ou 100%. Temos:**

**i)** $\frac{3}{5} + \frac{3}{8} = \frac{15+24}{40} = \frac{39}{40}$; **ii) Para o herderiro C:** $\frac{40}{40} - \frac{39}{40} = \frac{1}{40} =$ **0,025 = 2,5%.**

Questão 14. Calcule o valor da expressão $\dfrac{\frac{4}{33} \div 2{,}727272\ldots + \frac{1}{3} \times \left(0{,}2 \div \left(\frac{9}{32} \times 5{,}333\ldots\right)\right) + 1}{\left(\frac{7}{5}\right)^2}$.

O resultado em sua forma decimal é:

(A) 0,5 **(B)** 0,5555... (C) 0,595959... (D) 1,0 (E) 1,5555...

**Solução. Representando as dízimas e os decimais na forma fracionária, temos:**

$$\frac{\frac{4}{33} \div 2{,}727272\ldots + \frac{1}{3} \times \left(0{,}2 \div \left(\frac{9}{32} \times 5{,}333\ldots\right)\right) + 1}{\left(\frac{7}{5}\right)^2} = \frac{\frac{4}{33} \div \frac{270}{99} + \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{10} \div \left(\frac{9}{32} \times \frac{48}{9}\right)\right) + 1}{\frac{49}{25}} =$$

$$= \frac{\frac{4}{33} \times \frac{99}{270} + \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{10} \div \frac{3}{2}\right) + 1}{\frac{49}{25}} = \frac{\frac{4}{1} \times \frac{3}{270} + \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{10} \times \frac{2}{3}\right) + 1}{\frac{49}{25}} = \frac{\frac{4}{90} + \frac{1}{3} \times \frac{4}{30} + 1}{\frac{49}{25}} =$$

$$= \frac{\frac{4}{90} + \frac{4}{90} + 1}{\frac{49}{25}} = \frac{\frac{8}{90} + 1}{\frac{49}{25}} = \frac{\frac{8+90}{90}}{\frac{49}{25}} = \frac{98}{90} \times \frac{25}{49} = \frac{2}{90} \times \frac{25}{1} = \frac{25}{45} = \frac{5}{9} = 0{,}5555\ldots$$

Questão 15. Sabendo que $\frac{2}{7}$ da capacidade de uma garrada enchem $\frac{4}{5}$ de um copo quantas garrafas cheias são necessárias para encher 70 copos?

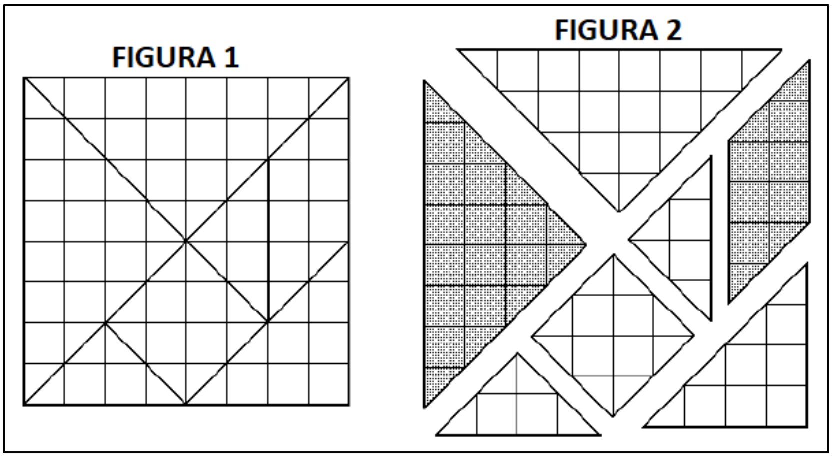
(A) 5 (B) 14 (C) 15 **(D)** 25 (E) 29

**Solução. Para encher $\frac{1}{5}$ do copo é necessário $\frac{\frac{2}{7}}{4} = \frac{2}{7} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{14}$ da capacidade de uma garrafa.**

**Para encher 1 copo inteiro, $\frac{5}{5}$, são necessárias 5 x $\frac{1}{14} = \frac{5}{14}$ da capacidade de uma garrafa.**

**Logo, para encher 70 copos são necessárias 70 x $\frac{5}{14}$ = (5 x 5) = 25 garrafas.**

Questão 16. O Tangran é um quebra-cabeça, provavelmente de origem chinesa, que divide um quadrado, ***figura 1***, em figuras menores, com o objetivo de montar-se inúmeros mosaicos, alternando as posições das suas partes, conforme a ***figura 2***. Considerando que cada parte da ***figura 2*** é uma fração do quadrado (***figura 1***), qual o valor da diferença entre as frações que representam a maior e menor parte hachurada na ***figura 2***?




(A) $\frac{1}{16}$ **(B)** $\frac{1}{8}$ (C) $\frac{3}{16}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{3}{8}$

**Solução. O quadrado da figura 1 possui área (8 x 8) = 64. Analisando as partes hachuradas, temos:**

**i) Área da parte maior: 12 + $\frac{8}{2}$ = 12 + 4 = 16. Fração do total = $\frac{16}{64}$;**

**ii) Área da parte menor: 6 + $\frac{4}{2}$ = 6 + 2 = 8. Fração do total = $\frac{8}{64}$;**

**iii) Diferença entre as áreas = $\frac{16}{64} - \frac{8}{64} = \frac{8}{64} = \frac{1}{8}$.**

Questão 17. Um sistema de máquinas demora 37 segundos para produzir uma peça. O tempo necessário para produzir 250 peças é:

(A) 1h 53min e 30s (B) 2h 43min e 20s **(C)** 2h 34min e 10s (D) 1h 37min e 37s (E) 2h 55min e 40s

**Solução. Lembrando que 1 h = 60 min e 1 min = 60 s, temos:**

**i) (250) x (37 segundos) = 9 250 segundos; ii) (9 250 ÷ 60) = 154 min 10s; iii) (154 ÷ 60) = 2h 34 min;**

**iv) As 250 peças serão produzidas em 2h 34min 10s.**

Questão 18. O número de troncos de árvores (de 3 $m^3$ de volume cada) que foram necessários derrubar para fazer os palitos de fósforos (de 200 $mm^3$ de volume cada), que estão em 1 200 containeres, cada um com 12 000 pacotes de 10 caixas com 40 palitos cada é:

(A) 1 152 (B) 876 (C) 576 **(D)** 384 (E) 288

**Solução. Encontrando o total de palitos e o volume, temos:**

**i) Número de palitos em cada pacote: 10 x 40 = 400;**

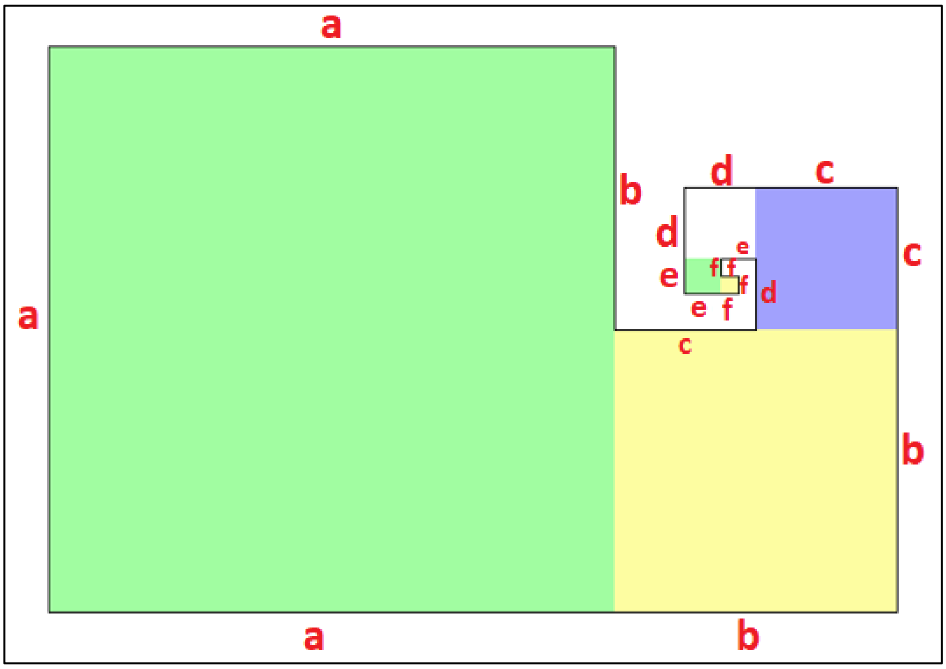
**ii) Número de palitos em cada container: 12 000 x 400 = 4 800 000;**

**iii) Número de palitos totais: 1 200 x 4 800 000 = 5 760 000 000;**

**iv) Volume total dos palitos: (200 $mm^3$) x 5 760 000 000 = 1 152 000 000 000 $mm^3$;**

**v) Número de troncos: (1 152 000 000 000 $mm^3$) ÷ (3 $m^3$) = (1 152 000 000 000 $mm^3$) ÷ (3 000 000 000$m^3$) =**
**= (1 152 ÷ 3) = 384,**

Questão 19. Construindo seis quadrados, o primeiro com lado 10 cm e os seguintes com lado igual a metade do lado do anterior. Depois cole os quadrados como mostra a figura abaixo. Qual o perímetro da figura?




(A) 59,0375 cm (B) 59,0625 cm (C) 59,125 cm **(D)** 59,375 cm (E) 59,625 cm

**Solução. Observando as medidas e calculando o perímetro, temos:**

**i) a = 10, b = 5, c = 2,5, d = 1,25, e = 0,625, f = 0,3125.**

**ii) Perímetro = 3 x (a + b + c + d + e) + 4f = 3 x (19,375) + 4 x (0,3125) = 58,125 + 1,25 = 59,375 cm.**

| | |
|---|---|
| a | 10 |
| b | 5 |
| c | 2,5 |
| d | 1,25 |
| e | 0,625 |
| f | 0,3125 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 0 | | | |
| | | 5 | | | |
| | | 2, | 5 | | |
| | | 1, | 2 | 5 | |
| + | | 0, | 6 | 2 | 5 |
| | 1 | 9, | 3 | 7 | 5 |

Questão 20. Um caminhão vai ser carregado com 109 sacos de batata com 45 kg cada um. Se o peso do caminhão é 3 t, qual será o peso do caminhão com a carga?

(A) 79,05 t (B) 790,5 kg (C) 7,905 kg **(D)** 7,905 t (E) 79,05 kg

**Solução. Calculando as massas, temos:**

**i) Peso total dos sacos: 45 kg x 109 = 4 905 kg = 4,905 t;**

**ii) Peso (massa) do caminhão: 3 t + 4,905 t = 7,905 t.**