COLÉGIO MILITAR DO RIO DE JANEIRO
(Casa de Thomaz Coelho / 1889)
CONCURSO DE ADMISSÃO AO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL 2008/2009
PROVA DE MATEMÁTICA
18 de outubro de 2008

MATEMÁTICA - GABARITO

(Prof. Walter Tadeu Nogueira da Silveira – www.professorwaltertadeu.mat.br)

Questão 1. Numa subtração, a soma do minuendo com o subtraendo e o resto é 2 160. Se o resto é a quarta parte do minuendo, o subtraendo é:

(A) 570 **(B)** 810 (C) 1 080 (D) 1 280 (E) 1 350

Solução. Na subtração, a soma do minuendo com o subtraendo e o resto é igual ao dobro do minuendo. Dessa forma, o minuendo é (2 160 ÷ 2) = 1 080.

O resto vale (1 080 ÷ 4) = 270.

Logo, o subtraendo vale (1080 – 270) = 810.

			1080
	1080		270
-	270	+	810
	810		2160

Questão 2. Na última eleição, três partidos políticos: A, B e C tiveram direito, por dia, respectivamente, a 120 segundos, 144 segundos e 168 segundos de tempo gratuito de propaganda na televisão, com diferentes números de aparições. O tempo de cada aparição, para todos os partidos, foi sempre o mesmo e o maior possível. A soma do número de aparições diárias dos partidos na TV foi :

(A) 15 (B) 16 **(C)** 18 (D) 19 (E) 20

Solução. O tempo de aparição sendo comum a todos e o maior possível corresponde ao MDC (120, 144, 168) = 2 x 2 x 2 x 3 = 24 segundos.

- O candidato A apareceu (120 ÷ 24) = 5 vezes;
- O candidato B apareceu (144 ÷ 24) = 6 vezes;
- O candidato C apareceu (168 ÷ 24) = 7 vezes;

O número total de aparições diárias foi: 5 + 6 + 7 = 18.

120	144	168	2
60	72	84	2
30	36	42	2
15	18	21	2
15	9	21	3
5	3	7	3
5	1	7	5
1	1	7	7
1	1	1	

Questão 3. Na multiplicação a seguir, *a*, *b* e *c* representam algarismos:

		1	*a*	*b*
	×		*b*	3
		*	*	*
	*	*	*	
1	*c*	*c*	0	1

Então, a soma *a* + *b* + *c* vale:

(A) 7 (B) 8 (C) 9 **(D)** 10 (E) 12

Solução. O resultado apresenta 1 na unidade simples, temos que b = 7, pois 3 x 7 = 21.

		1	a	7
	x		7	3
		*	*	1
	*	*	9	
1	c	c	0	1

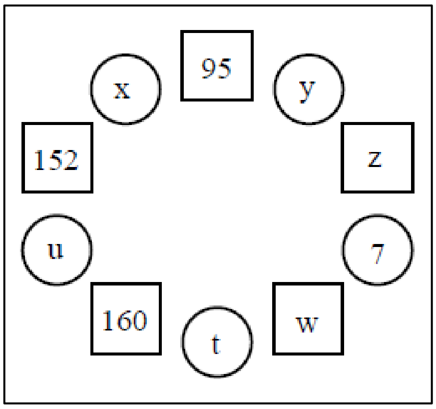
		1	3	7
	x		7	3
		4	1	1
	9	5	9	
1	0	0	0	1

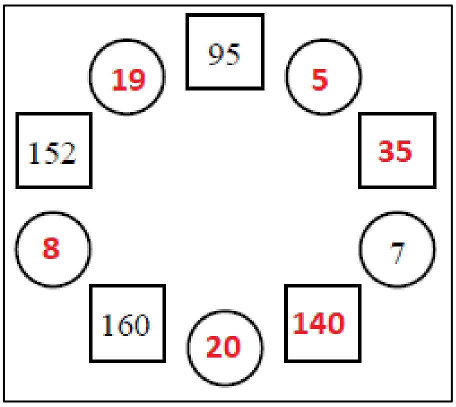
Dessa forma, 3 x a + 2 + 9 = *0 => 3 x a + 11 = *0. Então a = 3.

Completando a multtiplicação, temos que c = 0.

A soma a + b + c é: 3 + 7 + 0 = 10.

Questão 4. Leonardo escreveu um número natural em cada círculo e, depois, escreveu em cada quadrado o resultado da multiplicação dos números que estavam nos dois círculos vizinhos. Alguns dos números foram apagados e substituídos por letras. Então, o valor de x + y + z + w + t + u é:





(A) 227 (B) 230 (C) 236 (D) 329 (E) 421

Solução. O produto 95 é resultado de 5 x 19 ou 95 x 1. Como Como 152 não é múltiplo de 5, x é igual a 19 e, portanto, u = (152 ÷ 19) = 8. Então t = 20, w = (7 x 20) = 140 e z = 35.

A soma x + y + z + w + t + u = 19 + 5 + 35 + 140 + 20 + 8 = 227.

Questão 5. Um aluno do 6º ano do Colégio Militar, ao efetuar a operação 10^{50} – 2 008, percebeu que, no resultado, o algarismo 9 apareceu:

(A) 39 vezes (B) 40 vezes (C) 47 vezes **(D)** 48 vezes (E) 49 vezes

Solução. Observe a sequência dos resultados para algumas potências de 10 maiores que 2 008.

1 0 0 0 0	1 0 0 0 0 0	1 0 0 0 0 0 0	1 0 0 0 0 0 0 0
- 2 0 0 8	- 2 0 0 8	- 2 0 0 8	- 2 0 0 8
7 9 9 2	9 7 9 9 2	9 9 7 9 9 2	9 9 9 7 9 9 2

i) Os dois algarismos 9 de 7 992 é comum em todas as subtrações para 10^4 em diante.

ii) Com os minuendos 10^5, 10^6 e 10^7 apareceram, respectivamente, 1, 2 e 3 algarismos 9. Ou seja, para 10^n com $n \geq 4$, aparecem (n – 4) algarismos 9 anteriores a 7 992.

iii) Logo, os minuendos 10^5, 10^6, ..., 10^{50}, apresentam 1, 2, 3, ..., (50 – 4) noves sucessivamente na subtração por 2008, além dos dois entre 7 992. Então para 10^{50} – 2 008 o resultado apresenta (50 – 4) + 2 = 48 algarismos 9.

Questão 6. Às 7 horas de certo dia, um tanque, cuja capacidade é de 3 000 litros, estava cheio de água; entretanto, um furo na base desse tanque fez com que a água por ele escoasse a uma vazão constante. Se, às 13 horas desse mesmo dia, o tanque estava com apenas 2 550 litros, então, a água em seu interior se reduziu à metade da capacidade às:

(A) 18 horas do mesmo dia. (B) 23 horas do mesmo dia. **(C)** 3 horas do dia seguinte.

(D) 7 horas do dia seguinte. (E) 9 horas do dia seguinte.

Solução. De 7 horas às 13 horas passaram-se 6 horas e o tanque havia perdido (3 000 – 2 550) = 450 litros. Logo, a vazão é de (450 ÷ 6) = 75 litros/hora. A metade do tanque possui capacidade de 1 500 litros. Com a vazão indicada chegará na metade em (1 500 ÷ 75) = 20 horas.

Como iniciou às 7 horas, alcançará a metade 20 horas depois ou às 3 horas da manhã do dia seguinte.

Questão 7. O tanque do carro de Sérgio, com capacidade de 60 litros, contém uma mistura de 20% de álcool e 80% de gasolina ocupando metade de sua capacidade. Sérgio pediu para colocar álcool no tanque até que a mistura ficasse com quantidades iguais de álcool e gasolina. Quantos litros de álcool devem ser colocados?

(A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 16 **(E)** 18

Solução. A capacidade ocupada é de 30 litros, sendo 20%.(30) = 6 litros de álcool e 80%.(30) = 24 litros de gasolina. Logo, devem se colocados (24 – 6) = 18 litros de álcool.

Questão 8. Uma pessoa comprou um automóvel para pagamento a vista, obtendo um desconto de 10%. Ele pagou com 37 620 moedas de cinqüenta centavos. O preço do automóvel, sem o desconto, era:

(A) R$ 20.900,00 (B) R$ 20.950,00 (C) R$ 21.900,00 (D) R$ 22.000,00 (E) R$ 25.000,00

Solução. Duas moedas de cinquenta centavos formam 1 real. O valor pago foi de $\frac{37\,620}{2}$ = R$ 18.810,00.

Este valor vale 90% do preço inical. Logo o preço, sem desconto vale $\frac{18\,810}{0{,}9} = \frac{188\,100}{9}$ = R$ 20.900,00.

Questão 9. As películas de *insulfilm* são utilizadas em janelas de residências e vidros de veículos para reduzir a radiação solar. As películas são classificadas de acordo com seu grau de transparência, ou seja, com o percentual da radiação solar que ela deixa passar. Colocando-se uma película de 50% de transparência sobre um vidro com 90% de transparência, obtém-se uma redução de radiação solar igual a:

(A) 40% (B) 45% (C) 50% **(D)** 55% (E) 60%

Solução. A película de 50% sobre o vidro com 90% deixa passar (0,5).(0,9) = 0,45 = 45%. Logo, houve uma redução de 100% - 45% = 55%.

Questão 10. Uma empresa de telefonia celular oferece planos mensais de 50 minutos a um custo mensal de R$ 42,00, ou seja, você pode falar durante 50 minutos no seu telefone celular e paga por isso exatamente R$ 42,00. Para o excedente, é cobrada uma tarifa de R$ 1,10 a cada minuto ou fração de minuto. Essa mesma tarifa por minuto excedente é cobrada no plano de 90 minutos, oferecido a um custo mensal de R$ 75,00. Um usuário optou pelo plano de 50 minutos e no primeiro mês ele falou durante 120 minutos. Se ele tivesse optado pelo plano de 90 minutos, quantos reais ele teria economizado?

(A) R$ 9,00 **(B)** R$ 11,00 (C) R$ 12,00 (D) R$ 13,00 (E) R$ 18,00

Solução. Calculando os gastos de acordo com os planos, temos:

i) Plano de 50 minutos: R$ 42,00 + (70 minutos) x R$ 1,10 = R$ 42,00 + R$ 77,00 = R$ 119,00.

ii) Plano de 90 minutos: R$ 75,00 + (30 minutos) x R$ 1,10 = R$ 75,00 + R$ 33,00 = R$ 108,00.

iii) A economia, caso tivesse optado pelo plano de 90 minutos, seria: R$ 119,00 – R$ 108,00 = R$ 11, 00.

Questão 11. A massa de gordura de uma certa pessoa corresponde a 20% de sua massa total. Essa pessoa, pesando 125 kg, fez uma dieta e perdeu 60% de sua gordura, mantendo os demais índices. Quantos quilogramas ela pesava ao final do regime?

(A) 95 (B) 100 (C) 105 **(D)** 110 (E) 115

Solução. A massa de gordura da pessoa antes do regime correspondia a 20% de 125 kg = (125 ÷ 5) = 25 kg.

Se perdeu 60% dessa gordura, perdeu (0,6).(25 kg) = 15 kg.

Então após o regime a pessoa pesava (125 – 15) = 110 kg.

Questão 12. Estudando divisibilidade com alguns colegas, um aluno do CMRJ criou, para ser resolvido pelo grupo, um exercício novo, parecido com o que ele vira em outro livro didático: escreveu uma expressão numérica e, em seguida, substituiu o algarismo das unidades de um dos numerais da expressão pela letra **a**, fazendo com que ela ficasse a assim: 1 25**a** x 26 937 + 2 658; impôs que o resto da divisão do resultado dessa expressão por 5 fosse 1. Considerando essas condições, o aluno pediu para que os colegas calculassem o menor valor possível que poderia ser atribuído ao algarismo representado pela letra **a.** Podemos garantir que esse menor valor possível é:

(A) 3 **(B)** 4 (C) 6 (D) 7 (E) 8

Solução. Basta que analisemos as unidades simples dos termos da expressão, pois um número é divisível por 5 se a unidade simples for 0 ou 5.

i) resto da divisão de 26 937 por 5 é 2; ii) resto da divisão de 2 658 por 5 é 3;

ii) Então (a x 2 + 3) dividido por 5 deve deixar resto 1. O menor algarismo é a = 4, pois 4 x 8 + 3 = 11.

Questão 13 Seja o número m = 569 ***a***0***b***, onde ***b*** é o algarismo das unidades e ***a*** o algarismo das centenas. Sabendo-se que m é divisível por 45, mas não é divisível por 10, então, o resto da divisão de m por 11 é:

(A) 0 (B) 1 (C) 5 (D) 7 **(E)** 10

Solução. Se m é divisível por 45, é divisível por 9 e 5, pois sua decomposição é 45 = 3^2 x 5.

Como m não é divisível por 10, então b = 5. A soma 5 + 6 + 9 + 0 + 5 = 25. Para que seja divisível por 9, o valor de a deve ser 2, pois 25 + 2 = 27. O número m = 569 205.

Dividindi 569 205 por 11 encontramos quociente = 51745 e resto 10.

Questão 14. Um aluno do CMRJ, perguntado sobre o número de exercícios do livro didático de matemática que havia resolvido, respondeu: "Não sei, mas, contando de 2 em 2, sobra um; contando de 3 em 3, sobra um; contando de 5 em 5, também sobra um; mas, contando de 11 em 11, não sobra nenhum; além disso, o total de exercícios é superior a 100 e inferior a 200". Então, o número de exercícios resolvidos é tal que a soma dos algarismos do seu numeral é igual a:

(A) 4 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

Solução. Considerando N o número de exercícios, temos:

i) $N = 2q_1 + 1 \Rightarrow N - 1 = 2q_1$; ii) $N = 3q_2 + 1 \Rightarrow N - 1 = 3q_2$; iii) $N = 5q_3 + 1 \Rightarrow N - 1 = 5q_3$;

Dessa forma, temos que (N – 1) é múltiplo de 2, 3 e 5. O MMC(2, 3, 5) = 30.

Múltiplos de 30 acima de 100 e menor que 200 são: 120, 150 e 180.

Para N – 1 = 120, temos N = 121. Este número deixa resto 1 nas divisões por 2, 3, 5 e é múltiplo de 11.

A soma dos algarismos é (1 + 2 + 1) = 4.

Questão 15. Entre os primeiros mil números naturais pares maiores que 1 000, quantos são divisíveis por 2, 3, 4 e 5, simultaneamente?

(A) 30 (B) 31 (C) 32 (D) 33 **(E)** 34

Solução. De 1 002 e 2 000 há $\frac{2\,000-1002}{2} + 1 = 500$ números pares. Dessa forma os mil naturais pares maiores que 1 000 serão encontrados de 1 002 a 3 000, pois $\frac{3\,000-1002}{2} + 1 = 1\,000$.

O MMC (2, 3, 4, 5) = 60. O primeiro múltiplo de 60 maior que 1 020 e o último anterior a 3 002 é 3 000.

O número de múltiplos de 60 entre 1 002 e 3 000 é: $\frac{3\,000-1020}{60} + 1 = \frac{1\,980}{60} + 1 = 33 + 1 = 34$.

Questão 16. Sabendo que $3\frac{2}{3}$ kg de uma substância custam R$ 33,00, podemos afirmar que o preço de $3\frac{2}{5}$ kg dessa mesma substância será:

(A) R$ 28,60 **(B)** R$ 30,60 (C) R$ 32,60 (D) R$ 34,60 (E) R$ 36,60

Solução. O preço de 1 kg dessa substância é $\frac{33}{3\frac{2}{3}} = \frac{33}{\frac{11}{3}} = (33).\frac{3}{11}$ = R$ 9,00.

O preço pedido é: (9) x $\left(3\,\frac{2}{5}\right)$ = (9) x $\left(\frac{17}{5}\right) = \frac{153}{5}$ = R$ 30,60.

Questão 17. Um automóvel percorreu, no primeiro dia de uma viagem, $\frac{2}{5}$ do percurso. No segundo dia, percorreu $\frac{1}{3}$ do que faltava e, no 3º dia, completou a viagem percorrendo 300 km. O percurso total, em km, é um número compreendido entre:

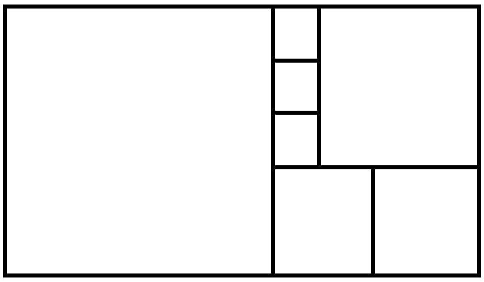
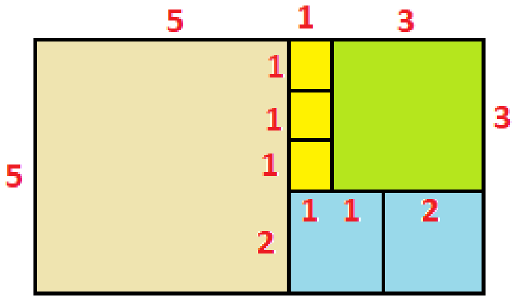
(A) 500 e 600 (B) 601 e 700 **(C)** 701 e 800 (D) 801 e 900 (E) 901 e 1000

Solução. Se o percurso mede D, então no 1° dia percorreu $\frac{2D}{5}$, restando $\frac{3D}{5}$ do percurso.

No 2° dia percorreu $\frac{1}{3}\left(\frac{3D}{5}\right) = \frac{D}{5}$. Os 300 km correspondem a D – $\left(\frac{2D}{5} + \frac{D}{5}\right) =$ D – $\frac{3D}{5} = \frac{2D}{5}$.

Logo, D = (5 x 300) ÷ 2 = 1 500 ÷ 2 = 750 km. Entre 701 e 800.

Questão 18. O retângulo da figura a seguir está dividido em 7 quadrados. Se a área do menor quadrado mede 1 cm^2, a área do retângulo é igual a:

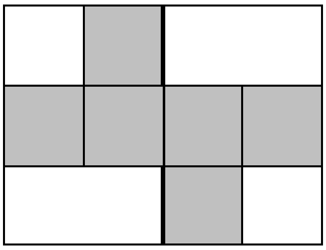
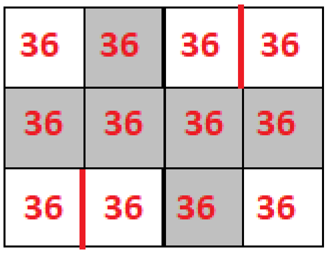



(A) 42 (B) 44 **(C)** 45 (D) 48 (E) 49

Solução. Observando as medidas identificadas, temos:

A (retângulo) = 3 x 1 + 2 x 2^2 + 1 x 3^2 + 1 x 5^2 = 3 + 8 + 9 + 25 = 45 cm^2.

Questão 19. A figura abaixo representa uma folha de papel retangular, onde estão destacados 6 quadrados. Com a parte destacada dessa folha, pode-se montar um cubo. Se a área da folha é 432 cm^2, o volume desse cubo, em cm^3 , é:

(A) 8 (B) 27 (C) 64 (D) 125 **(E)** 216

Solução. Dividindo o retângulo em 12 quadrados iguais, temos que cada um possui área (432 ÷ 12) = 36 cm^2.

O cubo montado terá seis faces totalizando uma área de (6 x 36) = 216 cm^2.

- Azul: 4 x 3 = 12;

- Amarelo: 3;

- Verde: 2 x 4 = 8;

Total de tijolos: 12 + 3 + 8 = 23.

Questão 20. Os candidatos aprovados neste Concurso de Admissão participarão, no próximo ano, das solenidades de comemoração do 120º aniversário do CMRJ. Dentre os mais baixinhos, um aluno e uma aluna terão a honra de conduzir, nos desfiles dos alunos nas Formaturas festivas, o mascote do Colégio, o carneiro Nicodemus. Esses mais baixinhos também poderão ter um tratamento especial nas aulas de natação: já que a piscina olímpica é muito funda para eles, os fundamentos básicos dessa modalidade esportiva poderão ser desenvolvidos na piscina infantil, capacitando-os para uso da outra mais adiante. Essa piscina infantil tem a forma de um paralelepípedo retângulo, com 12 metros de comprimento e 6 metros de largura; quando totalmente cheia, sua capacidade é de 77 760 litros de água. Se, para uso durante as aulas, a superfície livre da água estiver a 1 dm da borda superior da piscina, qual será a altura, em metros, da camada de água existente na piscina?

A) 0,98 B) 1,05 C) 1,07 D) 1,1 E) 1,7

Solução. O volume da piscina em m^3 é calculado pelo produto V = (12) x (6) x h, onde h é a profundidade.

Utilizando o volume em litros e as unidades convenientes, temos:

i) V = 77 760 litros = 77 760 dm^3; **ii) V = (12 m) x (6 m) x h = (120 dm) x (60 dm) x h;**

iii) 7 200 dm^2 x h = 77 760 dm^3 => h = $\frac{77\,760}{7\,200} = 10{,}8$ dm.

Como ficará 1 dm livre, a profundidade com água será (10,8 dm – 1 dm) = 9,8 dm = 0,98 m.