

Questão 3. O uso de conhecimentos matemáticos nas batalhas deve-se ao fato do Rei Kiroz ter feito parte de uma sociedade secreta que, além de magia, dominava a Matemática como ninguém, os matemáticos. Dizem que após anos de treinamento, o Rei, no teste final, além de provar que aprendeu muitos feitiços, teve 5 segundos para responder à seguinte charada: “Que número sou eu, se sou a maior diferença possível entre dois números naturais, ambos de dois algarismos, sendo o maior formado por algarismos distintos e pares e o menor também formado por algarismos distintos, porém ímpares?”. O Rei acertou a resposta, que é:

- (A) 73 (B) 75 (C) 77 (D) 79 (E) 81

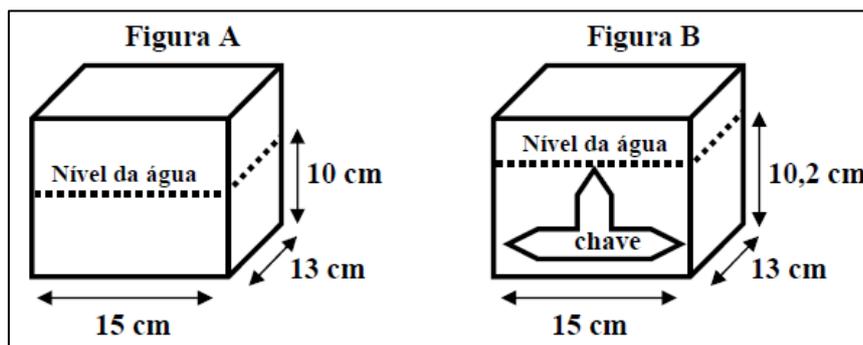
Solução. Se a diferença é a maior possível, então o maior é 86 e o menor 13. A diferença é $86 - 13 = 73$.

Questão 4. O tempo passou e, em paz, os reinos prosperaram. O Rei Kiroz, que havia envelhecido, organizou um torneio cujo vencedor seria o novo Rei e, além disso, poderia se casar com sua filha, a linda princesa Stella. Muitos jovens, príncipes ou não, apareceram para a disputa da coroa e da mão da princesa. Na primeira prova do torneio, $\frac{3}{16}$ dos jovens candidatos a Rei foram eliminados. Qual das alternativas abaixo expressa a quantidade de jovens que passaram para a segunda prova do torneio?

- (A) 18,25 (B) 18,75 % (C) 43,66 % (D) 81,25 % (E) 81,75 %

Solução. Se $\frac{3}{16}$ do total foi eliminado, então $\frac{16}{16} - \frac{3}{16} = \frac{13}{16} = 0,8125 = 81,25\%$ não foram eliminados.

Questão 5. Depois de vários dias de competição, restara apenas o jovem Morg; ele era corajoso e inteligente. Além do mais, ficou apaixonado quando viu a princesa Stella, jurando que daria a própria vida pelo amor da linda moça. Era chegada a hora da última prova: entrar no Labirinto do Eco Eterno, achar a Pedra da Sabedoria e retornar. Após caminhar por muito tempo, o jovem Morg chegou em frente a uma porta na qual havia um número pintado. No chão, em frente à porta, havia um recipiente de vidro com água (figura A), cinco chaves de ferro e uma régua. Na parede e acima da porta estava escrito: “Se usares a chave certa, pela porta passarás; porém, se a chave errada usares, logo, logo morrerás”. Com cada uma das chaves, Morg fez a mesma coisa: colocava a chave dentro do recipiente, fazia medições com a régua e, depois, retirava a chave; desse modo, foi possível calcular o peso de cada uma. Percebeu que apenas um desses pesos correspondia ao número escrito na porta. Pronto, Morg acabara de encontrar a chave certa! Sabendo-se que a figura B mostra a chave correta dentro do recipiente com água e que 1 cm^3 de ferro pesa 7,2 gramas, determine o peso da chave.



- (A) 110 gramas (B) 208,8 gramas (C) 273 gramas (D) 280,8 gramas (E) 390,7 gramas

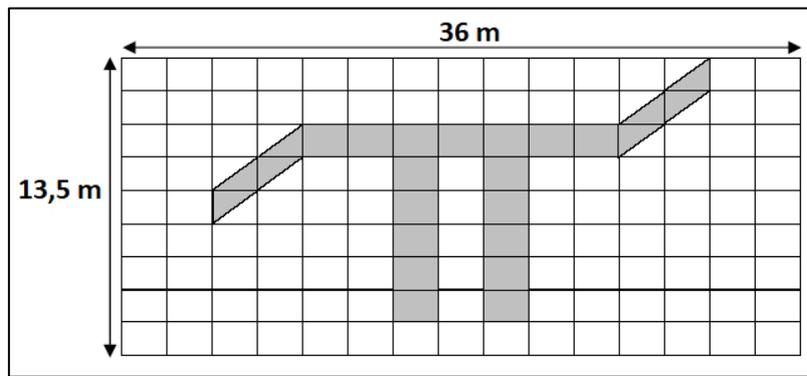
Solução. O volume de água que subiu corresponde ao volume da chave que foi colocada. Só variou a altura.

O volume na Figura A, vale $(15) \times (13) \times (10) = 1\,950 \text{ cm}^3$ e na figura B, $(15) \times (13) \times (10,2) = 1\,989 \text{ cm}^3$.

Dessa forma o volume da chave é $(1\,989 - 1\,950) = 39 \text{ cm}^3$. O peso da chave é $(39) \times (7,2) = 280,8$ gramas.

Questão 6. Assim que abriu a porta, o jovem rapaz ficou encantado com o que viu: uma linda pedra feita com diamantes brancos e negros. Durante alguns minutos, ficou ali parado e quase hipnotizado. Aos poucos, foi lembrando das palavras do Rei: “Assim que encontrar a Pedra da Sabedoria, cubra-a com um pano; senão, ela hipnotizará você para sempre”. Nesse instante, ele jogou sua capa sobre a Pedra, livrando-se totalmente do feitiço. Assim que levantou a Pedra, Morg desapareceu, reaparecendo dentro do castelo dos matemáticos, em um grande salão, onde todos estavam a sua espera: os Primos Entre Si, os Primos Gêmeos, os Abundantes, os Perfeitos, os Semiperfeitos e muitos outros. Morg ficou impressionado com um lindo e enorme painel localizado na parede, bem no fundo do grande salão. Quando recebeu a Pedra, o chefe dos matemáticos caminhou em direção ao painel e encaixou-a no símbolo nele pintado, indicado na figura abaixo.

Determine a área desse símbolo, sabendo-se que o painel é formado por retângulos iguais.



- (A) $60,8 \text{ m}^2$ (B) $61,2 \text{ m}^2$ (C) $64,8 \text{ m}^2$ (D) $68,4 \text{ m}^2$ (E) $75,6 \text{ m}^2$

Solução. Cada retângulo possui medidas $(13,5 \text{ m} \div 9) \times (36 \text{ m} \div 15) = 1,5 \text{ m} \times 2,4 \text{ m}$. A área é $3,6 \text{ m}^2$.

O painel possui 8 retângulos pintados pela metade e 17 retângulos pintados integralmente.

A área do painel é $(8 \times 1,8 \text{ m}^2) + (17 \times 3,6 \text{ m}^2) = 14,4 \text{ m}^2 + 61,2 \text{ m}^2 = 75,6 \text{ m}^2$.

Questão 7. Enquanto isso, não muito distante dali, indo na direção do castelo dos matemáticos, Toben cruzava os céus com seu dragão branco, pois tinha que avisar, imediatamente, que um ataque estava para acontecer. Assim que chegou ao castelo, informou ao líder dos matemáticos que os bruxomáticos vinham atacá-los. O líder perguntou: “Quantos são os nossos inimigos?” Toben respondeu em matematiquês: “É um número entre 200 e 400. Juntando-os em grupos de 6, de 10 ou de 12, sempre restam 4; mas, quando os reúne em grupos de 8, não resta nenhum”. Quantos são os bruxomáticos?

- (A) 240 (B) 244 (C) 304 (D) 364 (E) 382

Solução. De acordo com a informação, sendo N o total de bruxomáticos, temos:

i) $N = 6q_1 + 4 \Rightarrow N - 4 = 6q_1$; $N = 10q_2 + 4 \Rightarrow N - 4 = 10q_2$; $N = 12q_3 + 4 \Rightarrow N - 4 = 12q_3$;

ii) $N - 4$ é múltiplo de 6, 10 e 12. O menor desse múltiplo comum é o $\text{MMC}(6, 10, 12) = 60$. Os múltiplos de 60 entre 200 e 400, são: 240, 300 e 360. Logo, N pode ser 244, 304 ou 364.

Como N é múltiplo de 8, temos que $N = 304$.

Questão 8. Imediatamente, o líder dos matemáticos enviou ao Rei Kiroz o seguinte recado: “Divida seu exército em grupamentos, de tal modo que cada um deles tenha o mesmo e o maior número possível de soldados de cada arma”. Sabendo-se que a quantidade de soldados do Rei e as armas com que eles lutavam eram 180 canhoneiros, 288 cavaleiros, 648 escudeiros e 792 arqueiros, determine em quantos grupamentos o exército do Rei foi dividido.

- (A) 53 (B) 48 (C) 46 (D) 45 (E) 40

Solução. O número de soldados, como é o mesmo e o maior possível, em cada grupamento será o valor do $\text{MDC}(180, 288, 648, 792) = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$.

i) O total de soldados é $(180 + 288 + 648 + 792) = 1\ 908$;

ii) O número de grupamentos com 36 soldados em cada é: $1\ 908 \div 36 = 53$.

OBS: O número de grupamentos de cada tipo são:

- $(180 \div 36) = 5$ grupamentos de canhoneiros;
- $(288 \div 36) = 8$ grupamentos de cavaleiros;
- $(648 \div 36) = 18$ grupamentos de escudeiros;
- $(792 \div 36) = 22$ grupamentos de arqueiros;

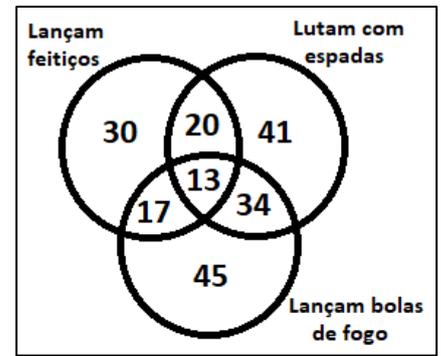
180	288	648	792	2
90	144	324	396	2
45	72	162	198	2
45	36	81	99	2
45	18	81	99	2
45	9	81	99	3
15	3	27	33	3
5	1	9	11	3
5	1	3	11	3
5	1	1	11	5
1	1	1	11	11
1	1	1	1	

Questão 9. A preocupação de todos era grande, pois uma parte do número de bruxomáticos possuía habilidades especiais, que eram lançar feitiços, lutar com espadas e arremessar bolas de fogo. Sabendo-se que 33 lançavam feitiços e lutavam com espadas, 47 lutavam com espadas e lançavam bolas de fogo, 30 lançavam feitiços e bolas de fogo e que somente os 13 líderes dos bruxomáticos faziam as três coisas ao mesmo tempo, determine quantos eram os bruxomáticos que possuíam habilidades especiais, sabendo-se, também, que 30 bruxomáticos somente lançavam feitiço, 45 somente lançavam bolas de fogo e 41 somente lutavam com espadas.

- (A) 200 (B) 170 (C) 159 (D) 155 (E) 150

Solução. Representando as informações em diagramas e subtraindo as contagens nas interseções, temos:

O número de bruxomágicos é: $30 + 20 + 13 + 17 + 41 + 34 + 45 = 200$.



Questão 10. Os líderes dos matemágicos eram divididos em 3 classes de magia e somente eles conseguiriam derrotar os líderes dos bruxomáticos. Ao compararmos os poderes, temos que 3 matemágicos de classe 1 e 1 matemágico de classe 2 têm juntos o mesmo nível de poderes de 13 matemágicos de classe 3 e, também, que 5 matemágicos de classe 3 com 1 matemágico de classe 1 têm juntos o mesmo nível de poderes de 1 matemágico de classe 2. No último confronto entre os bruxomáticos e os matemágicos, ficou claro que: para capturar 1 bruxomático que lança feitiço, eram necessários 4 matemágicos de classe 3; para capturar 3 bruxomáticos que lutam com espadas, eram necessários 5 matemágicos de classe 1; e, para capturar 7 bruxomáticos que lançam bolas de fogo, eram necessários 6 matemágicos de classe 3. Caso só houvesse matemágicos de classe 1, determine quantos deles seriam necessários para capturar as quantidades de bruxomáticos usadas no relacionamento de poderes com os inimigos, ou seja, 1 que lança feitiço, mais 3 que lutam com espadas, mais 7 que lançam bolas de fogo.

- (A) 12 (B) 10 (C) 8 (D) 7 (E) 6

Solução. Representando os matemágicos de classes 1, 2 e 3, respectivamente como C1, C2 e C3, temos:

i) $3C1 + 1C2 = 13C3$ e $5C3 + 1C1 = 1C2$. Substituindo a 2ª relação na 1ª, temos:

$3C1 + 5C3 + 1C1 = 13C3 \Rightarrow 4C1 = 13C3 - 5C3 \Rightarrow 4C1 = 8C3 \Rightarrow 1C1 = 2C3$. Ou seja, 1 matemágico de classe 1 tem o mesmo poder que 2 matemágicos de classe 3.

ii) Para capturar 1 bruxomático que lança feitiço são necessários $4C3 = 2C1$;

Para capturar 3 bruxomáticos que lutam com espadas são necessários $5C1$;

Para capturar 7 bruxomáticos que lançam bolas de fogo são necessários $6C3 = 3C1$;

iii) São necessários, portanto, $(2 + 5 + 3) = 10$ matemágicos de classe 1 para capturar os bruxomáticos citados.

Questão 11. Chegara à hora. Todos estavam frente a frente, no campo de batalha. Um silêncio terrível permanecia, até que todos olharam para o céu e viram os elfos se aproximando. Ninguém enfrentava ou desobedecia aos elfos, pois eles eram os soldados do mago Merlin, o maior de todos os mágicos. Eram tantos que, por alguns segundos, o dia se fez noite. Sabendo-se que os elfos, ao cercarem o campo de batalha, acabaram formando a linha poligonal que limita um retângulo, ou seja, seus lados, que mediam 15 km e 100 hm, que a distância entre os locais onde se encontravam dois elfos consecutivos era de 5 metros e que em cada vértice havia um elfo, determine quantos eram os elfos.

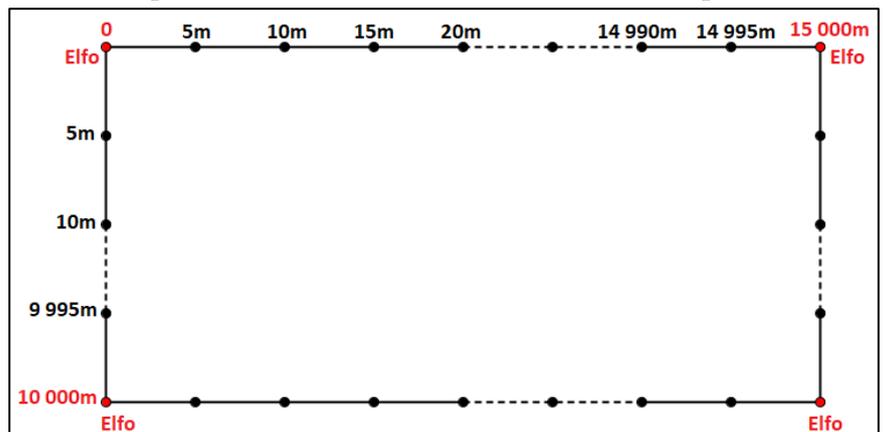
- (A) 10 004 (B) 10 000 (C) 9 996
(D) 9 992 (E) 9 988

Solução. As medidas dos lados do retângulo são 15 km = 15 000 m de comprimento por 100 hm = 10 000 m de largura. O número de elfos em cada dimensão sem contar os dos vértices, são:

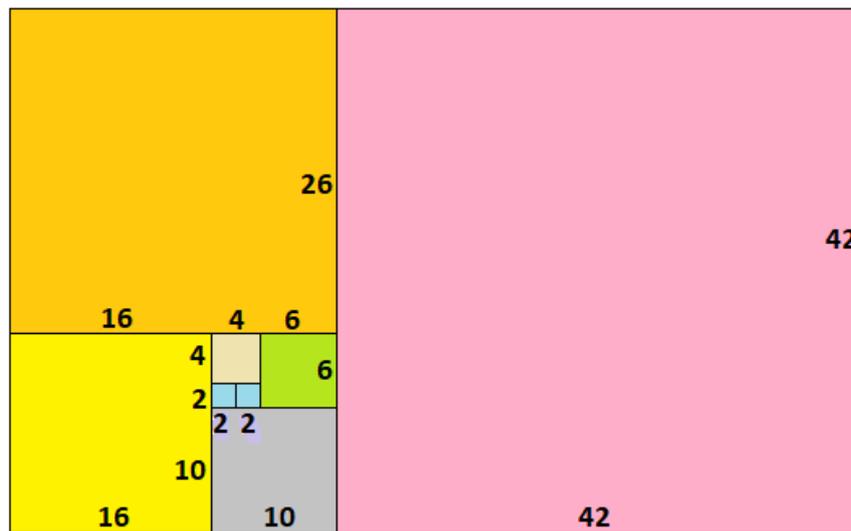
i) Lado maior: $\frac{(14\ 995 - 5)}{5} + 1 = 2\ 999$;

ii) Lado menos: $\frac{(9\ 995 - 5)}{5} + 1 = 1\ 999$;

iii) Total: $2 \times (2\ 999 + 1\ 999) + 4 = 2 \times (4\ 998) + 4 = 9\ 996 + 4 = 10\ 000$ elfos.



Solução. Identificando as medidas dos quartos a partir da informada, temos:

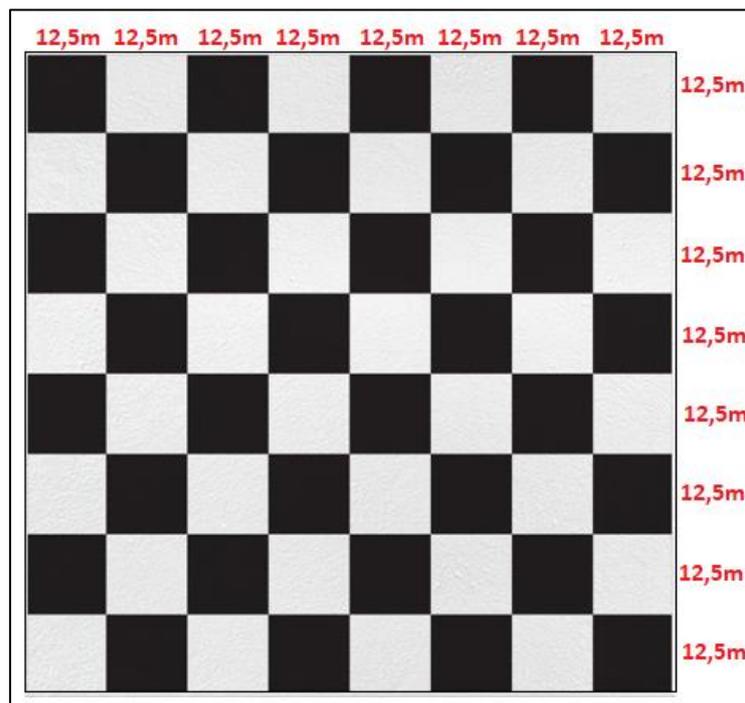


Área do castelo: $2 \times (2)^2 + (4)^2 + (6)^2 + (10)^2 + (16)^2 + (26)^2 + (42)^2 = 2 \times 4 + 16 + 36 + 100 + 256 + 676 + 1\,764 = 8 + 16 + 36 + 100 + 256 + 676 + 1\,764 = 2\,856 \text{ m}^2$.

Questão 15. Os elfos voltaram para a ilha invisível de Merlim, os bruxomáticos e os matemáticos construíram a escola e os primeiros alunos apareceram. Para poder se matricular, havia um teste: vencer uma partida de xadrez, o jogo que todos gostavam e aprendiam logo nos primeiros anos de vida. A partida deveria ser jogada no jardim, que tinha a forma de um tabuleiro de xadrez gigante, onde as peças eram enormes e se moviam através das ordens dadas pelos jogadores. Cada candidato a aluno enfrentaria um professor da escola e, caso vencesse, poderia estudar nesse fantástico local. Determine a soma das medidas dos lados do jardim, em metros, sabendo-se que o tabuleiro, que é quadrado, foi dividido em 64 quadrados iguais, cada um deles com perímetro de 5 dam.

- (A) 125 (B) 400 (C) 600 (D) 750 (E) 1 500

Solução. Se o perímetro de cada quadrado é $5 \text{ dm} = 50 \text{ m}$, então o lado mede $(50 \text{ m} \div 4) = 12,5 \text{ m}$. Temos:

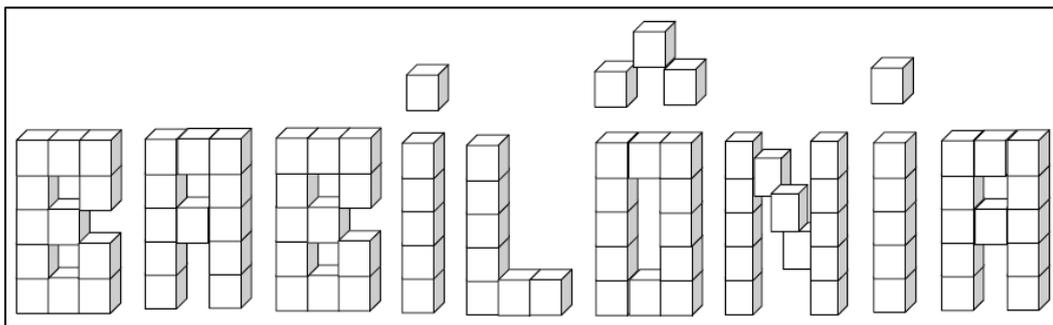


São 64 quadrados no tabuleiro. Dessa forma, em cada lado há 8 quadrados de lado 12,5 m.

A soma das medidas do lado do jardim (tabuleiro) é: $4 \times (8 \times 12,5 \text{ m}) = 4 \times 100 \text{ m} = 400 \text{ m}$.

Questão 16. Passados dez anos, Morg que já era o Rei, preparava o reino para a formatura dos primeiros alunos da escola dos bruxomáticos e dos matemáticos. A festa de formatura seria na própria escola e, durante o baile, seria inaugurado um letreiro com o nome que o Rei escolhera para a escola: Babilônia. Esse letreiro, indicado na figura abaixo, era formado por cubos de ouro maciço, todos iguais entre si. Determine quantos quilos de ouro foram utilizados para a construção do letreiro, sabendo-se que 1 dm^3 de ouro pesa 19,2 gramas e que a aresta de cada cubo mede 3 metros.

- (A) 19 608 kg (B) 23 675 kg (C) 38 624 kg **(D) 49 248 kg** (E) 52 178 kg



Solução. O volume do cubo de aresta 3 m é igual ao cubo desse valor. Isto é $V = (3)^3 = 27 \text{ m}^3$.

Representando o volume em dm^3 e calculando os quilos de ouro, temos:

i) $27 \text{ m}^3 = 27 000 \text{ dm}^3$. Se 1 dm^3 pesa 19,2 g, então $27 000 \text{ dm}^3$ pesam $(27 000 \times 19,2) = 518 400 \text{ g} = 518,4 \text{ kg}$.

ii) Há $2 \times 12 + 2 \times 12 + 2 \times 6 + 7 + 15 + 13 = 24 + 24 + 12 + 7 + 15 + 13 = 48 + 19 + 28 = 95$ cubos.

iii) O total de quilos é $(518,4 \text{ kg} \times 95) = 49 248 \text{ kg}$.

Questão 17. Babilônia tornara-se a escola mais afamada do mundo. Jovens de todas as partes tentavam se tornar alunos dessa fantástica escola e o teste para nela ingressar continuava sendo uma partida de xadrez. Um candidato, chamado William, ficou famoso, pois foi o que mais rapidamente venceu uma partida. Sabendo-se que a partida que ele disputou começou à zero hora do dia 15 e que $\frac{4}{11}$ do tempo que restou para terminar o mesmo dia é igual ao tempo de duração da partida, determine quanto tempo durou essa partida.

- (A) 4 h e 48 min **(B) 6 h e 24 min** (C) 8 h e 12 min (D) 8 h e 40 min (E) 9 h e 20 min

Solução. O dia possui 24 horas. Considerando o tempo da partida como T, temos que o tempo que falta para

acabar o dia é $(24 \text{ h} - T)$. Temos que $\frac{4}{11}$ de $(24 \text{ h} - T) = T \Rightarrow \frac{96 \text{ h} - 4T}{11} = T \Rightarrow 96 \text{ h} - 4T = 11T \Rightarrow$

$\Rightarrow 96 \text{ h} = 15T \Rightarrow T = \frac{96 \text{ h}}{15} = 6 \text{ h} + \frac{6 \text{ h}}{15} = 6 \text{ h} + \frac{2 \cdot (60 \text{ min})}{5} = 6 \text{ h} 24 \text{ min}$.

Questão 18. Muitos anos depois, William formou-se como o melhor aluno que já estudara em Babilônia e o Rei convidou-o para fazer parte de um grupo muito especial, os Cavaleiros Alfa. Esse grupo teria a finalidade de manter a paz, fazer justiça e tudo mais que fosse necessário para o bem estar de todos que viviam no reino. Num belo dia, o Rei determinou que cada um dos Cavaleiros Alfa cavalgasse até os reinos e avisasse que haveria uma reunião para decidir sobre a união de todos os reinos e a escolha de um único Rei para todos. Obedecendo ao Rei, cada um dos 20 Cavaleiros Alfa avisou a dois reinos, os quais avisaram, cada um, a outros dois, e estes fizeram a mesma coisa, ou seja, informaram, cada um deles, a outros dois reinos. Sabendo-se que cada um dos reinos avisados possui apenas um Rei, que cada rei foi avisado uma única vez, que apenas 10 % do total de Reis não foram à reunião, e que, nessa reunião, o Rei Morg foi eleito o líder de todos os reis, com $\frac{3}{4}$ dos votos, determine com quantos votos ele venceu a eleição.

- (A) 147 (B) 154 (C) 163 (D) 172 **(E) 189**

Solução. Quando 20 Cavaleiros Alfa avisam a 2 reinos, ficam avisados 40 reinos. Cada um desses 40 reinos avisa a 2 reinos ficando 80 avisados e estes, por sua vez, avisando a 2 reinos, cada um, completam 160 reinos avisados, No total foram avisados $(40 + 80 + 160) = 280$ reinos. Não foram à reunião 10% de $280 = 28$ reis.

Foram votar $(280 - 28) = 259$ reis.

O Rei Morg foi eleito com $\frac{3}{4}$ dos 259 votos. Logo, com $(259 \div 4 \times 3) = 63 \times 3 = 189$ votos;

Questão 19. Morg era tão fascinado pela escola Babilônia que decidiu nela morar; assim, ele teria tudo o que mais gostava num só lugar. Logo que se mudou para a escola, decidiu pintá-la externamente, de rosa, a cor que a rainha mais gostava. Sabendo-se que com um tonel de tinta cor de rosa conseguiu-se pintar 18 m^2 de parede e que as portas e janelas, que não seriam pintadas com essa tinta, têm forma retangular, determine a quantidade mínima de tonéis que serão necessários para pintar a nova casa do Rei, batizada de Palacete da Babilônia, considerando que as paredes que serão pintadas também têm a forma retangular e estão representadas abaixo.

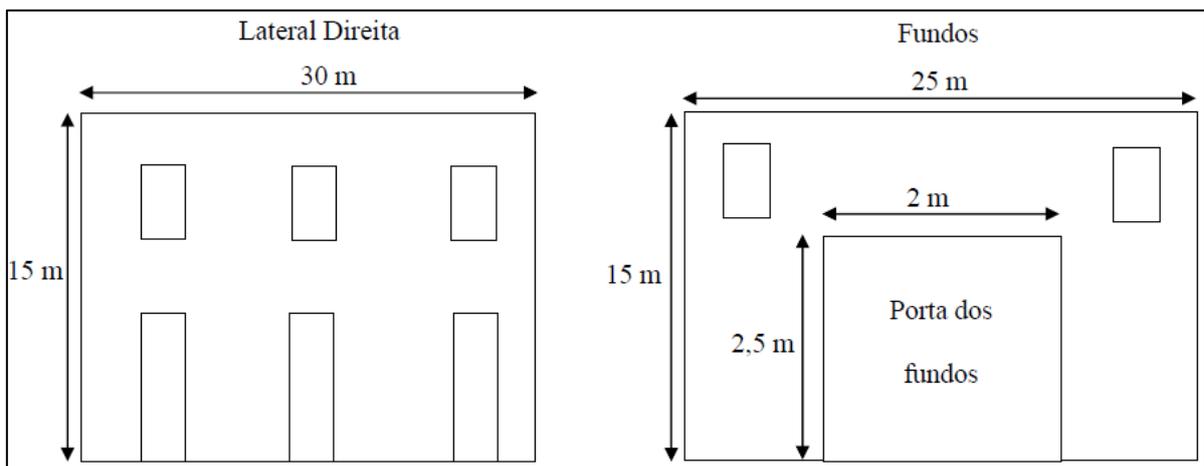
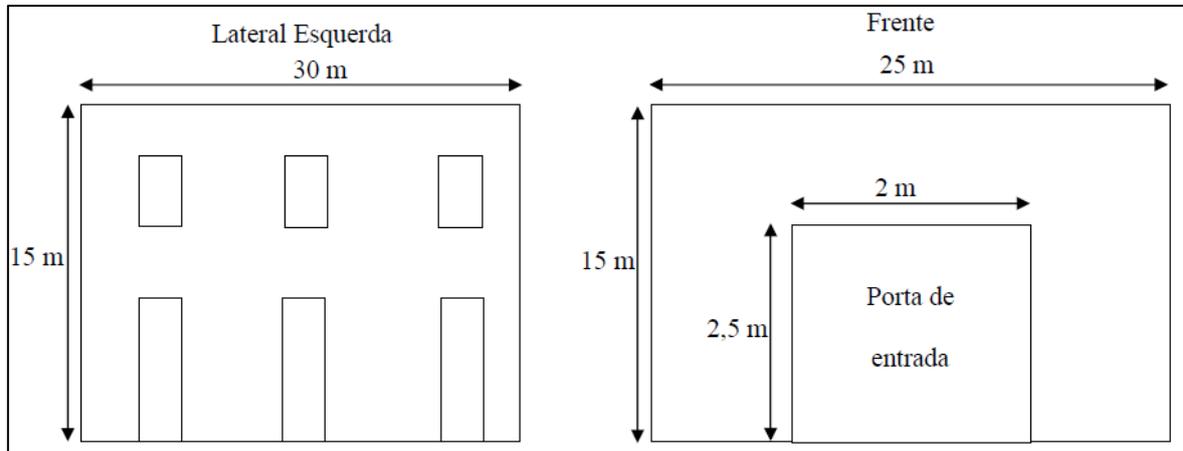
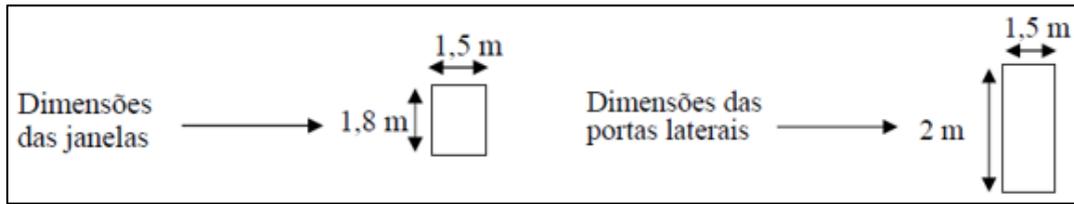
(A) 68

(B) 74

(C) 75

(D) 87

(E) 89



Solução. Calculando as áreas e identificando as que serão pintadas, temos:

i) Áreas frente e fundos: $2 \times (15 \times 25) = 2 \times 375 = 750 \text{ m}^2$.

Áreas frente e fundos (não pintadas): $2 \times (2 \times 2,5) + 2 \times (1,8 \times 1,5) = 2 \times 5 + 2 \times 2,7 = 10 + 5,4 = 15,4 \text{ m}^2$.

Áreas frente e fundos (pintadas): $750 \text{ m}^2 - 15,4 \text{ m}^2 = 734,6 \text{ m}^2$.

ii) Áreas Laterais direita e esquerda: $2 \times (15 \times 30) = 2 \times 450 = 900 \text{ m}^2$.

Áreas Laterais direita e esquerda (não pintadas): $6 \times (2 \times 1,5 + 1,8 \times 1,5) = 6 \times (3 + 2,7) = 6 \times 5,7 = 34,2 \text{ m}^2$.

Áreas Laterais direita e esquerda (pintadas): $900 \text{ m}^2 - 34,2 \text{ m}^2 = 865,8 \text{ m}^2$.

iii) Total pintado: $734,6 \text{ m}^2 + 865,8 \text{ m}^2 = 1\,600,4 \text{ m}^2$.

iv) Número de tonéis: $1\,600,4 \text{ m}^2 \div 18 \text{ m}^2 \cong 88,9$. Logo, no mínimo 89 tonéis.

Questão 20. Notam-se algumas coincidências entre dados da história contada na prova e da história do Colégio Militar do Rio de Janeiro. Aqui, temos, também, um Palacete da Babilônia - sede do Comando, que já foi um prédio rosado; esse nome faz referência a uma descomunal pedra que existe próximo e que parece emanar fluídos altamente positivos para que todos os alunos desta Casa de Thomaz Coelho trilhem, sempre, com dignidade, o caminho do bem e brilhem em suas respectivas carreiras profissionais. Um desses alunos, inteligente como o citado William, fez uma pesquisa para ver se encontrava referências passadas sobre a existência desses povos aqui no local. Deparou-se com a necessidade de saber, com exatidão, o significado de “ano bissexto”. Pela internet, ficou sabendo que é um ano de 366 dias, cujo numeral representa um número múltiplo de 4, mas não de 100, com exceção dos que são múltiplos de 400, que são bissextos. Assinale, então, entre os citados a seguir, o único ano que NÃO é bissexto:

(A) 1 492 – ano do descobrimento da América

(B) 1 500 – ano do descobrimento do Brasil

(C) 1960 – ano da inauguração de Brasília, capital do Brasil

(D) 2 000 – último ano do século vinte

(E) 2 008 – nosso próximo ano, que, desde já, desejamos que seja repleto de felicidades para você, como aluno deste secular Colégio.

Solução. Para ser múltiplo de 100 o número deve apresentar zero na unidade e na dezena simples. Analisando as opções, temos:

(A) É bissexto, pois 1 492 é múltiplo de 4. (O número 92 é múltiplo de 4).

(B) Não é bissexto, pois embora seja múltiplo de 4, ele é múltiplo de 100, mas não é múltiplo de 400.

(C) É bissexto, pois 1 960 é múltiplo de 4.

(D) É bissexto, pois é múltiplo de 4, de 100, mas também é múltiplo de 400.

(E) É bissexto, pois 2 008 é múltiplo de 4.