COLÉGIO MILITAR DO RIO DE JANEIRO
(CASA DE THOMAZ COELHO/1889)
CONCURSO DE ADMISSÃO À 5ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL 2003/2004
PROVA DE MATEMÁTICA
25 DE OUTUBRO DE 2003

MATEMÁTICA - GABARITO

(Prof. Walter Tadeu Nogueira da Silveira – www.professorwaltertadeu.mat.br)

Questão 1. Considere os conjuntos *A* e *B*, abaixo caracterizados:

A: entre seus elementos encontram-se os 10 primeiros números naturais, os 10 primeiros números naturais pares e os 10 primeiros números naturais ímpares, e somente esses números;

B: constituído pelos números naturais que são, ao mesmo tempo divisíveis por 4 e menores que 36.

Com relação a esses conjuntos, podemos afirmar que:

(A) o conjunto *A* possui 30 elementos. (B) o conjunto *B* possui 10 elementos.

(C) $B \subset A$. **(D)** $B - A = \{20, 24, 28, 32\}$. (E) $B \cap A = \{4, 8, 12, 16\}$.

Solução. Identificando os conjuntos, temos:

A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19}

B = {0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32}

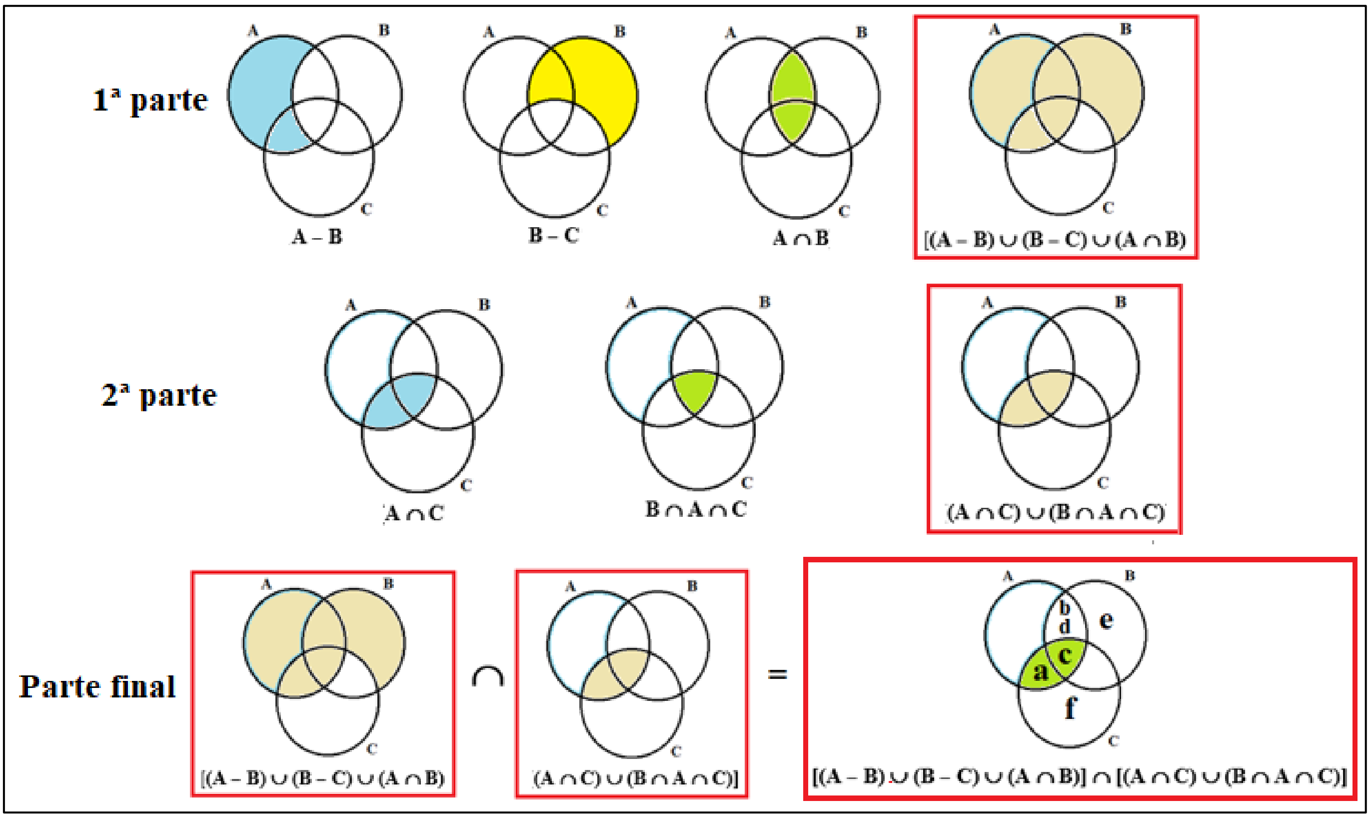
De acordo com os conjuntos, a única verdadeira é *B – A* = {20, 24, 28, 32}.

Questão 2. Dados os conjuntos A = {a, b, c, d}, B = { b, c, d , e} e C = { a, c, f}, então,

$$[(A - B) \cup (B - C) \cup (A \cap B)] \cap [(A \cap C) \cup (B \cap A \cap C)] \text{ é igual a:}$$

(A) {a, b, c, d, e}. (B) {a, b, c, d}. **(C)** {a, c}. (D) {a, b}. (E) {b, c, d}.

Solução. Observe as representações parciais dos diagramas e a final.



Questão 3. Seja o numeral 222 222 222. Dividindo o valor relativo do algarismo da dezena de milhar pelo quíntuplo do valor absoluto do algarismo da dezena simples, obtemos como resultado:

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{50}$ **(C)** 2.000. (D) 200.000. (E) 2.000.000.

Solução. O valor relativo do algarismo 2 na dezena de milhar é 20.000 e quíntuplo do valor absoluto de algarismo 2 na dezena simples é 5 x 2 = 10. Dividindo, temos: 20.000 ÷ 10 = 2.000.

Questão 4. Com relação aos numerais DCCLXXXI, CCVI, MIX, LXXXIX e DXLII, a única afirmativa **FALSA**, entre as seguintes, é:

(A) o primeiro desses números é primo.

(B) a soma dos números múltiplos de 2 é igual a DCCXLVIII.

(C) a diferença entre o maior e o menor desses números é igual a CMXX.

(D) sucessor do menor deles é XC.

(E) nenhum deles é divisível por LXIV.

Solução. Identificando os númros, temos:

i) DCCLXXXI = 781; CCVI = 206; MIX = 1 009; LXXXIX = 89; DXLII = 542;

ii) Analisando as afirmações, vem:

(A) Falsa. O número 781 = 11 x 71. Logo, não é primo.

(B) Verdadeira. 206 + 542 = 748 = DCCXLVIII.

(C) Verdadeira. 1 009 – 89 = 920 = CMXX.

(D) Verdadeira. O sucessor de 89 é 90 = XC.

(E) Verdadeira. LXIV = 64. Nenhum deles é múltiplo de 64.

Questão 5. Na festa de casamento de Márcia, foi servido um jantar, constituído de arroz, maionese, carne e massa. Garçons serviram os convidados utilizando pequenas bandejas. A quantidade servida era aproximadamente igual para todos, sem repetição. Todos os convidados se serviram de todos os pratos oferecidos e as bandejas retornavam à copa sempre vazias. Cada bandeja de arroz servia 3 pessoas, as de maionese, 4 pessoas, as de carne, 5 pessoas e as de massa, 6 pessoas cada. Nessas condições, dos números abaixo apresentados, só um deles pode corresponder ao total de convidados que foram à festa de Márcia. Assinale-o.

(A) 90. **(B)** 120. (C) 144. (D) 150. (E) 200.

Solução. O número de pessoas deve ser um múltiplo comum a 3, 4, 5 e 6. O menor deles é o MMC que vale 60. Logo, outro número possível é um múltiplo de 60. Logo, 120.

Questão 6. Seja **a** um número natural. Sabendo-se que o m.d.c.(**a**, 15) = 3 e o m.m.c.(**a**, 15) = 90, então, o valor de **a** + 15 é:

(A) menor que 30. **(B)** maior que 30, porém menor que 40. (C) maior que 40, porém menor que 60.

(D) maior que 60, porém menor que 90. (E) maior que 90.

Solução. Se o MDC (a, 15) = 3, então 3 é o único fator comum a ambos. O MMM vale 90 = 2 x 3^2 x 5. Dessa forma a = 2 x 3^2 = 2 x 9 = 18, pois 5 não pode estar na decomposição de a.

A soma a + 15 = 18 + 15 = 33. Maior que 30 e menor que 40,

Questão 7. Considere as afirmativas abaixo:

I. O m.m.c. entre os números 2m, 3n e 5 é 360. Sendo assim, m = 2 e n = 3.

II. Se a = 5 e b = 3.a , então, o m.m.c. (a, b) = a x b .

III. 3 x [m.d.c. (6, 14)] = m.d.c. (18, 42).

IV. O m.d.c. de 10 e 16 é o menor elemento do conjunto D (10) ∩ D (16), onde D(n) indica o conjunto dos divisores do número natural n.

Pode-se afirmar que:

(A) todas são verdadeiras. (B) todas são falsas. (C) apenas duas são verdadeiras.

(D) apenas uma é falsa. **(E)** apenas uma é verdadeira.

Solução. Analisando as afirmações, temos:

I. Falsa. Se m = 2 e n = 3, então 2m = 4 e 3n = 9. O MMC(4, 9, 5) = 180.

II. Falsa. Se b = 3.a = 15, então b é múltiplo de a. Logo, o MMC(5, 15) = 15 ≠ (5 x 15) = 75.

III. Verdadeira. O MDC (6, 14) = 2 e o MDC (18, 42) = 6 que é igual a 3 x 2.

IV. Falso. O MDC é o menor divisor comum, mas maior que 1 que é divisor de todos.

Questão 8. O número de vezes que o fator primo 3 aparece no produto dos números naturais ímpares compreendidos entre 70 e 90 é:

(A) 3 vezes. (B) 4 vezes. (C) 5 vezes. **(D)** 6 vezes. (E) 7 vezes.

Solução. O produto é 71 x 73 x 75 x 77 x 79 x .... x 89. Destes fatores, são múltiplos de 3, os números:
i) 75 cuja fatoração é 3 x 5^2; ii) 81 cuja fatoração é 3^4; iii) 87 cuja fatoração é 3 x 29.
Logo, o fator 3 aparece 1 + 4 + 1 = 6 vezes.

Questão 9. Em um prédio, o elevador de serviço pode transportar, no máximo, 396 kg por viagem. No térreo desse prédio, há 62 caixas iguais, de 45 kg cada, que deverão ser transportadas para o último andar. Pelo tamanho das caixas, no máximo 12 caixas, de cada vez, podem ser colocadas dentro do elevador. Qual é o número mínimo de subidas que o elevador deverá fazer para transportar todas as caixas?

(A) 6. (B) 7. **(C)** 8. (D) 9. (E) 10.

Solução. A massa mais próxima do limite permitido é 360 kg que corresponde a 8 caixas (8 x 45 = 360). Então, o elevador deverá fazer 8 viagens. Leva em, 7 subidas, 8 caixas e na última subida levará 6 caixas.

Questão 10. Um hotel necessita comprar mesas e cadeiras, cada mesa com 6 cadeiras, para transformar um salão em sala de convenções. Esse salão está dividido em 5 setores: A, B, C, D e E. Nos setores A e B cabem, em cada um, 7 fileiras de mesas e, em cada fileira, cabem 16 mesas. Nos setores C, D e E cabem, em cada um, 8 fileiras de mesas, e em cada fileira, cabem 19 mesas. Quantas mesas e cadeiras deverão ser compradas?

(A) 608 mesas e 2 432 cadeiras. (B) 528 mesas e 2 112 cadeiras. (C) 376 mesas e 1 584 cadeiras.

(D) 568 mesas e 3 408 cadeiras. **(E)** 680 mesas e 4 080 cadeiras.

Solução. Efetuando os cálculos, temos:

i) Mesas: Setores A e B: 2 x 7 x 16 = 224. Setores C, D, E: 3 x 8 x 19 = 456. Total: 224 + 456 = 680 mesas.

ii) Cadeiras: Como em cada mesa possui 6 cadeiras, temos: 680 x 6 = 4 080 cadeiras.

Questão 11. Carlos construiu uma piscina em sua casa, deixando dois canos para enchê-la e um ralo para esvaziá-la. Estando a piscina vazia, um dos canos, sozinho, permite que ela seja completamente cheia em 15 horas, e o outro cano, em 10 horas, se funcionar sozinho. Por outro lado, estando a piscina cheia, o ralo permite esvaziá- la completamente em 24 horas. Quando a obra acabou, Carlos resolveu encher a piscina, que estava vazia: abriu os dois canos, mas esqueceu de fechar o ralo. Quanto ao número de horas que a piscina demorou para ficar totalmente cheia, podemos afirmar que:

(A) é um número primo. **(B)** é um múltiplo de 4. (C) é um divisor de 15.

(D) é um divisor de 24 e de 10. (E) é um múltiplo de 15.

Solução. Considerando V o volume da piscina, temos:

i) Em 1 h o cano que enche a piscina em 15 horas, preenche $\frac{V}{15}$;

ii) Em 1 h o cano que enche a piscina em 10 horas, preenche $\frac{V}{10}$;

iii) Em 1 h o ralo que esvazia a piscina em 24 horas, retira $\frac{V}{24}$;

iv) Considerando T o tempo em que a piscina fica totalmente cheia com os dois canos funcionando, além do ralo, em 1 h, o volume preenchido é $\frac{V}{T}$. Temos:

$\frac{V}{15} + \frac{V}{10} - \frac{V}{24} = \frac{V}{T} \Rightarrow \frac{8+12-5}{120} = \frac{1}{T} \Rightarrow \frac{15}{120} = \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{120}{15}$ **= 8 horas. Este número de horas é múltiplo de 4.**

Questão 12. A fração $\frac{204}{595}$ é equivalente à fração irredutível $\frac{X}{Y}$. Logo, Y – X é igual a:

(A) 51. (B) 47. (C) 45. (D) 29. **(E)** 23.

Solução. Simplificando a fração até sua irredutibilidade, temos:

$\frac{204 \div 17}{595 \div 17} = \frac{12}{35}$. **Dessa forma X = 12 e Y = 35 e Y – x = 35 – 12 = 23.**

Questão 13. Simplificando a expressão $\frac{6 \times 12 \times 18 \times 24 \times 30 \times 36 \times 42 \times 48 \times 54}{10 \times 16 \times 12 \times 2 \times 14 \times 6 \times 18 \times 8 \times 4}$, obtém-se:

(A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{27}{2}$ (C) 2^6 (D) 6^3 **(E)** 3^9

Solução. Dividindo os termos do numerador e denominador pelos divisores comuns, temos:

$$\frac{6 \times 12 \times 18 \times 24 \times 30 \times 36 \times 42 \times 48 \times 54}{10 \times 16 \times 12 \times 2 \times 14 \times 6 \times 18 \times 8 \times 4} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 12 \times 15 \times 6 \times 7 \times 6 \times 27}{5 \times 4 \times 2 \times 1 \times 7 \times 1 \times 3 \times 1 \times 2} =$$

$$= \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 27}{1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 2} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 1 \times 1 \times 3 \times 27}{1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1} = 3^6 \text{ x } 3^3 = 3^9.$$

Questão 14. Marcos é vendedor de uma loja que vende eletrodomésticos; ele ganha 7 % de comissão sobre o valor de suas vendas. Numa promoção, a loja dava 15 % de desconto para pagamentos a vista. Rodrigo aproveitou essa promoção e comprou, com Marcos, um televisor, pagando R$ 1.198,50. Quanto Marcos receberia de comissão se essa venda houvesse sido feita fora da promoção?

(A) R$ 98,70. (B) R$ 98,00. (C) R$ 95,20. (D) R$ 90,00. (E) R$ 83,89.

Solução. Com o desconto de 15%, Rodrigo pagou somente 85% do valor sem desconto. Temos:

i) Preço do televisor sem desconto: $\frac{1.198,5}{0,85}$ **= R$ 1.410,00.**

ii) Comissão de Marcos: 7% de R$ 1.410,00 = (0,07) x (1.410) = R$ 98,70.

Questão 15. Uma fábrica de refrigerante compra xarope concentrado para produzir o seu produto. Esse xarope lhe é enviado em depósitos apropriados, em forma de cubo de 2 metros de aresta, sendo que o xarope deixa 10 cm da altura livres. Com cada litro de xarope, a fábrica produz 7 litros de refrigerante, o qual é vendido em vasilhames de 2 litros. Se, na última compra, chegaram à fábrica 8 depósitos de xarope, quantos vasilhames de refrigerante poderão ser produzidos com esse xarope?

(A) 7 600. (B) 26 600. **(C)** 212 800. (D) 234 080. (E) 235 200

Solução. Com os 10 cm de altura livre no depósito, o volume de xarope é o produto 2 m x 2 m x 1,90 m que corresponde a 7,6 m^3 = 7 600 dm^3 = 7 600 litros.

Com esse volume de xarope são produzidos (7) x (7 600) = 53 200 litros de refrigerantes.

Dessa forma, 8 depósitos de xarope produzem (8) x (53 200) = 425 600 litros de refrigerantes.

Em cada vasilhame de refrigerante cabem 2 litros. Logo, são produzidos (425 600 ÷ 2) = 212 800 vasilhames.

Questão 16. Na cozinha de Joana, só existe um lugar para ela colocar um *freezer*, cuja altura não pode exceder a 1,33 m. Ela quer comprar um aparelho que tenha o maior volume interno. Pesquisando nas lojas, ela encontrou vários modelos, dos quais destacou as características de cinco deles no quadro abaixo. Identifique o modelo que você aconselharia Joana a comprar.

Modelo	Número de Gavetas	Medida das Gavetas		
		Altura	Largura	Profundidade
A)	6	15 cm	45 cm	45 cm
B)	5	20 cm	43 cm	43 cm
C)	5	20 cm	40 cm	45 cm
D)	4	25 cm	45 cm	40 cm
E)	3	45 cm	45 cm	40 cm

Solução. De acordo com o número de gavetas, podemos saber qual altura ultrapassará 1,33 m = 133 cm.
i) A opção é não satisfaz, pois a altura supera o limite estabelecido, pois (3) x (45 cm) = 135 cm.
ii) Calculando os volumes das demais opções, temos:

Modelo	Altura (cm)	Largura (cm)	Profundidade (cm)	Volume (cm^3)
A)	90	45	45	182.250
B)	100	43	43	184.900
C)	100	40	45	180.000
D)	100	45	40	180.000

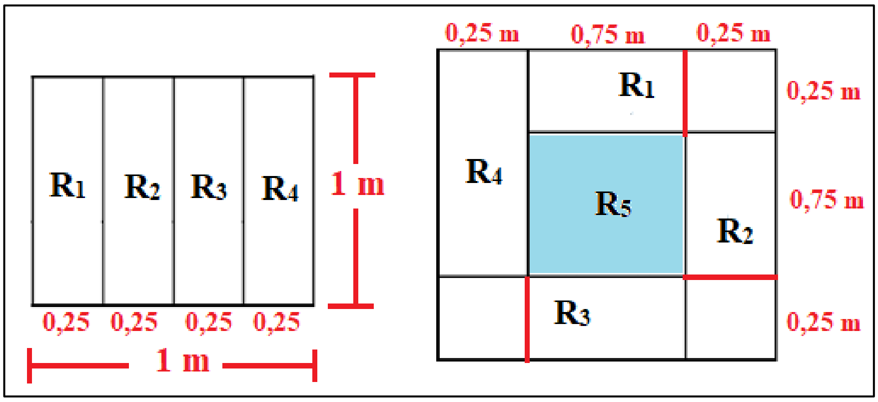
O maior volume é o do Modelo B.

Questão 17. Dois relógios "A" e "B" foram acertados simultaneamente às 8 h 30 min de um certo dia. Sabe-se que o relógio "A" marca sempre a hora certa e o relógio "B" atrasa $\frac{1}{3}$ do minuto por hora. Pode-se, então, afirmar que, na manhã seguinte, quando o relógio "A" marcar 10 h 45 min, o relógio "B" estará marcando:

(A) 10 h 36 min 15 seg. (B) 10 h 35 min. (C) 10 h 34 min 30 seg. (D) 10 h 32 min 45 seg. (E) 10 h 30 min.

Solução. De 8 h 30 min de um dia até 10 h 45 min do outro dia, decorreram-se 24 h + 2 h 15 min = 26 h 15 min.
Representando em minutos, temos (26 x 60 + 15) = 1 575 minutos.
Se o relógio B atrasa $\frac{1}{3}$ do minuto por hora, então atrasa 20 segundos a cada 60 minutos ou 1 segundo a cada 3 minutos. Então em 1 575 minutos atrasa (1 575 ÷ 3) = 525 segundos.
Este tempo corresponde a (525 ÷ 60) = 8 minutos e 45 segundos.
Logo, o relógio B marcará 10 h 45 min – 8 min 45 seg = 10 h 44 min 60 seg – 8 min 45 seg = 10 h 36 min 15 seg.

Questão 18. Na figura, temos um quadrado dividido em 4 retângulos (R_1, R_2, R_3 e R_4) e um quadrado R_5, ao centro. Os 4 retângulos possuem suas dimensões respectivamente iguais e, se forem colocados lado a lado unidos pelo lado maior, formarão um quadrado cuja área mede 1 m². Pode-se, então, afirmar que a área do quadrado R_5 mede:



(A) 2 m² (B) $\frac{25}{16}$ m² (C) 1 m² **(D)** $\frac{9}{16}$ m² (E) $\frac{1}{2}$ m²

Solução. Organizando os retângulos em fila, verificamos que o lado do quadrado R_5 mede 0,75 m.
Logo, sua área será (0,75).(0,75) = $\left(\frac{75}{100}\right).\left(\frac{75}{100}\right) = \left(\frac{3}{4}\right).\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{9}{16}$ m².

Questão 19. Calcule o valor simplificado da expressão:

$$2 \times (1{,}2 \text{ hm} + 6\ 000 \text{ cm} - 2 \times 0{,}4 \text{ dam}) - 0{,}002 \text{ km}$$

(A) 34,2 dam. (B) 342 km. (C) 3,6 hm. (D) 360 m. (E) 3 580 dm.

Solução. Representando todas as medidas em metros, temos:
i) 2 x (120 m + 60 m – 2 x 4 m) – 2 m = 2 x (180 m – 8 m) – 2 m = 2 x 172 m – 2 m = 344 m – 2 m = 342 m;
ii) Representando em decâmetro, temos: 342 m = 34,2 dam.

Questão 20. Uma professora da 5ª série do CMRJ colocou numa prova as três expressões numéricas abaixo indicadas.

A: $(1{,}44 \div 0{,}3 - 0{,}2 \div 0{,}5) \times 1{,}06$

B: $10^2 \div 5^2 + 5^0 \times 2^3 - 1^6$

C: $\dfrac{\frac{1}{3} + 1{,}5 - 0{,}1}{0{,}25 + \frac{2}{3} - 0{,}05}$

Os resultados apresentados por Mariana foram: A = 4,664; B = 11 e C = 2. Assim, podemos dizer que Mariana:

(A) acertou somente uma expressão.

(B) acertou somente as expressões A e B.

(C) acertou somente as expressões B e C.

(D) acertou todas as expressões.

(E) errou todas as expressões.

Solução. Calculando os valores, temos:

i) (1,44 ÷ 0,3 – 0,2 ÷ 0,5) x 1,06 = (4,8 – 0,4) x 1,06 = 4,4 x 1,06 = 4,664. (Mariana acertou).

ii) $10^2 \div 5^2 + 5^0 \times 2^3 - 1^6 = 100 \div 25 + 1 \times 8 - 1 = 4 + 8 - 1 = 11$. (Mariana acertou).

iii) $\dfrac{\frac{1}{3} + 1{,}5 - 0{,}1}{0{,}25 + \frac{2}{3} - 0{,}05} = \dfrac{\frac{1}{3} + \frac{3}{2} - \frac{1}{10}}{\frac{1}{4} + \frac{2}{3} - \frac{5}{100}} = \dfrac{\frac{10 + 45 - 3}{30}}{\frac{75 + 200 - 15}{300}} = \dfrac{\frac{52}{30}}{\frac{260}{300}} = \dfrac{52}{30} \times \dfrac{300}{260} = \dfrac{1}{1} \times \dfrac{10}{5} = 2$. (Mariana acertou).