MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DECEx - DEPA
COLÉGIO MILITAR DO RIO DE JANEIRO
(Casa de Thomaz Coelho/1889)
CONCURSO DE ADMISSÃO AO 1º ANO DO ENSINO Médio 2022 / 2023
EXAME INTELECTUAL 06 DE NOVEMBRO DE 2022

MATEMÁTICA - GABARITO

(Prof. Walter Tadeu Nogueira da Silveira – www.professorwaltertadeu.mat.br)

Questão 1. O **quilate** é uma unidade de pureza do ouro, que é classificado como tendo 24 k (24 quilates), quando puro. Por ser muito mole, o ouro puro não resiste a ações mecânicas rompendo-se ou sendo amassado com facilidade. A fim de que possa ser utilizado na confecção de joias, o ouro é misturado a outros metais formando ligas metálicas. Quando uma dessas misturas tem 75% de ouro em sua massa total, ela é denominada ouro 18 k (ouro 18 quilates), porque 0,75 x 24 = 18. O quilate de uma liga composta por ouro é, portanto, diretamente proporcional à porcentagem de ouro na mistura.

Um ourives – artesão que fabrica peças de ouro – deseja derreter 90 g de ouro 14 k e certa quantidade de ouro 19,2 k, a fim de juntar todo o material derretido e formar uma nova liga de ouro 18 k.

A massa total de ouro 18 k, em gramas, que será obtida nesse processo é um número divisível por:

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 12 **(E)** 13

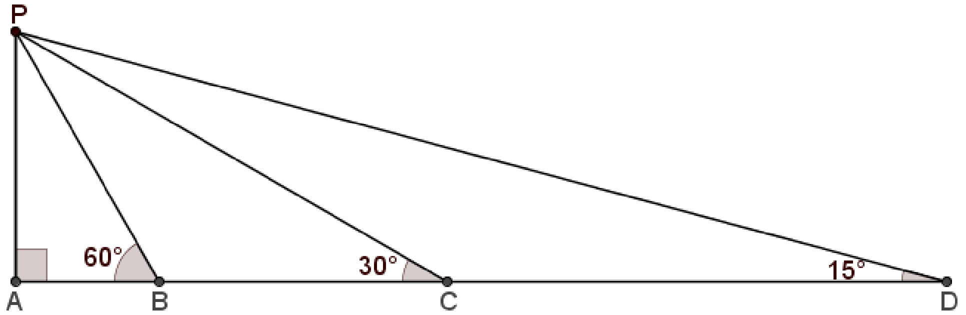
Solução. De acordo com a definição apresentada o percentual de ouro 14 k corresponde à fração $\frac{14}{24}$ e o percentual de ouro 19,2 k corresponde a $\frac{19,2}{24}$. Considerando x a massa de ouro 19,2 k que será adicionada a 90 g do ouro 14 k para obter a liga 18 k, temos:

$$\frac{14}{24}.(90) + \frac{19,2}{24}.(x) = \frac{3}{4}.(90 + x) \Rightarrow 1260 + 19,2x = 18.(90 + x) \Rightarrow 1260 + 19,2x = 1620 + 18x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 19,2x - 18x = 1620 - 1260 \Rightarrow 1,2x = 360 \Rightarrow x = \frac{360}{1,2} = 300 \text{ g}.$$

A massa total de ouro 18 k será, portanto, (300 + 90) = 390 g. Este número é divisível por 13.

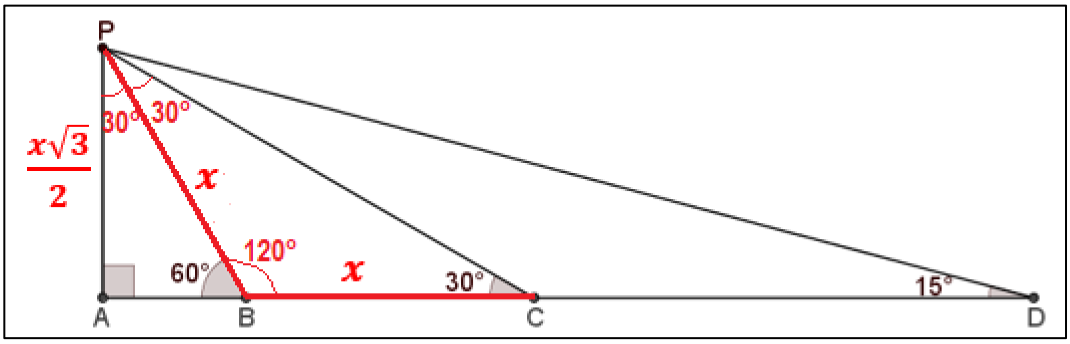
Questão 2. Do ponto D, uma pessoas vê o topo P de um prédio AP com um ângulo de elevação a 15°. Essa pessoa caminha em linha reta na direção da base do prédio A e para no ponto C. Dessa posição, ela passa a ver o topo P do prédio com ângulo de elevação de 30°. Em seguida, ela volta a caminhar, em linha reta, na direção do prédio e pára no ponto B, de onde avista o ponto P com ângulo de elevação de 60°, conforme ilustrado a seguir.



Nessas condições, é possível concluir que a razão entre as medidas de BC e de AP, nessa ordem, é:

(A) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (B) $\frac{2\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ **(D)** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (E) $\sqrt{3}$

Solução. Observe na figura os ângulos assinalados e que o triângulo PBC é isósceles. O segmento BC é congruente ao segmento PB que é hipotenusa do triângulo retângulo PAB. O segmento PA está oposto ao ângulo de 60°. Logo mede a metade da hipotenusa multiplicado pela $\sqrt{3}$.



Dessa forma, temos a razão: $\frac{BC}{AP} = \frac{X}{\frac{x\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2.\sqrt{3}}{3}$.

Questão 3. Um dos desafios de quem estuda álgebra é operar com expressões que envolvem somas ou diferenças de radicais. A técnica mais comum nessas situações é utilizar, então, desenvolvimento de produtos notáveis com o objetivo de eliminar as raízes. Entretanto, é comum que essa manipulação conduza não diretamente à solução, mas a uma equação polinomial.

Dessa forma, é possível concluir que o número x = $\sqrt[3]{3+\sqrt{17}} + \sqrt[3]{3-\sqrt{17}}$ é raiz da equação polinomial:

(A) $x^3 + 3x + 3 = 0$ (B) $x^3 – 3x + 3 = 0$ **(C)** $x^3 + 6x – 6 = 0$

(D) $x^3 – 6x – 3x + 3 = 0$ (E) $x^3 + 6x + 6 = 0$

Solução. Considere a = $\sqrt[3]{3+\sqrt{17}}$ e b = $\sqrt[3]{3-\sqrt{17}}$. Desta forma, x = a + b. Temos:

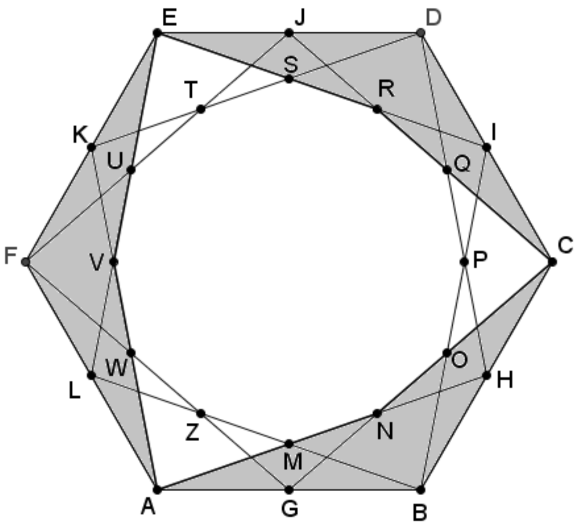
i) $a^3 = 3 + \sqrt{17}$ e $b^3 = 3 - \sqrt{17}$. Somando, vem: $a^3 + b^3 = 3 + \sqrt{17} + 3 - \sqrt{17} = 6$;

ii) a.b = $\left(\sqrt[3]{3+\sqrt{17}}\right).\left(\sqrt[3]{3-\sqrt{17}}\right) = \sqrt[3]{9-17} = \sqrt[3]{-8} = -2$;

ii) x = a + b => $x^3 = (a + b)^3 = a^3 + 3.a^2.b + 3.ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3.a.b.(a + b)$;

iv) Utilizando os resultados anteriores: $x^3 = (a^3 + b^3) + 3.a.b.(a + b)$ => $x^3 = 6 + 3.(– 2).(x)$ => $x^3 + 6x – 6 = 0$.

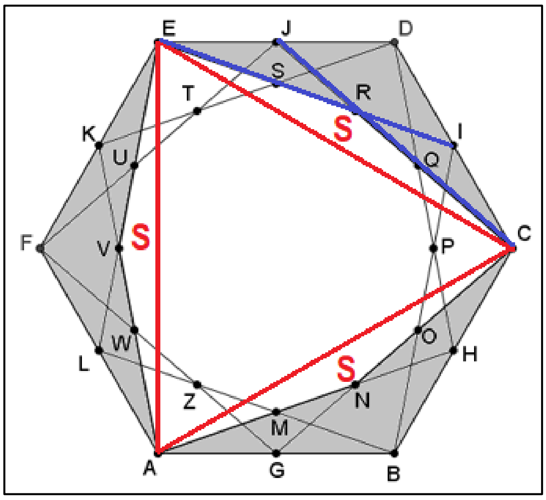
Questão 4. A figura a seguir ilustra um hexágono regular ABCDEF de área $6\sqrt{3}$ cm². Os pontos G, H, I, J, K e L são pontos médios, respectivamente, dos lados AB, BC, CD, DE, EF, e FA. Cada um dos pontos M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W e Z é a interseção de segmentos que ligam um dos vértices do hexágono ABCDEF ao ponto médio de um de seus lados.



Com base na construção geométrica acima foi criado um hexágono ANCREV. A área desse hexágono mede:

(A) $3\sqrt{7}$ cm² (B) $2\sqrt{7}$ cm² (C) $3\sqrt{6}$ cm² (D) $5\sqrt{3}$ cm² **(E)** $4\sqrt{3}$ cm²

Solução. A área do hexágono ANCREV será a soma das áreas do triângulo equilátero EAC e as três áreas de medida S. Como a área do hexágono ABCDEF vale $6\sqrt{3}$, temos:



i) A(hexágono regular) = $\frac{6.(L)^2.\sqrt{3}}{4}$ => $\frac{6.(L)^2.\sqrt{3}}{4}$ = $6\sqrt{3}$ =>

=> $L^2 = 4$ => L = 2.

ii) A área do triângulo EDC = $\frac{2.2.sen120°}{2}$ = $\sqrt{3}$.

pois o ângulo interno do hexágono regular vale 120°.

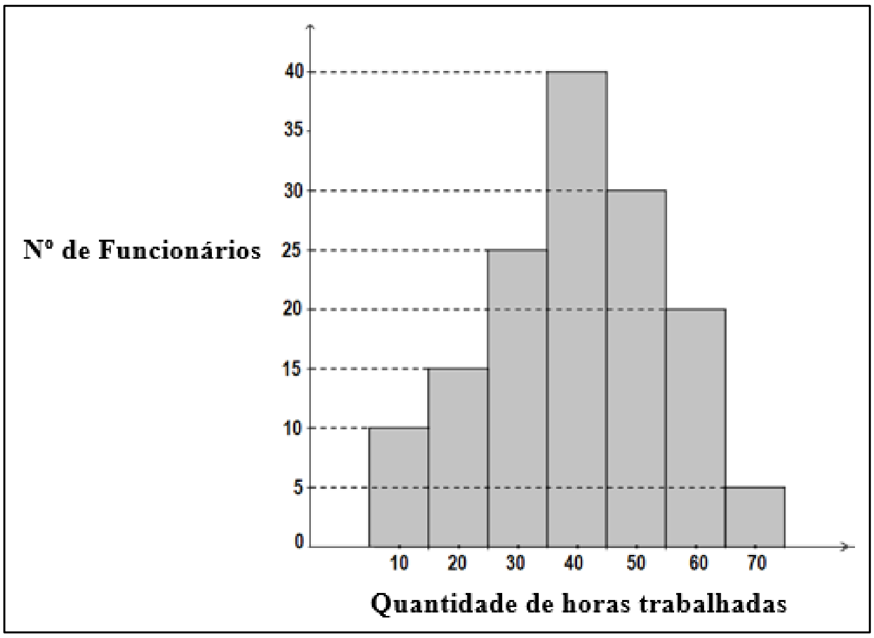
iii) Os triângulos EDC, FEA e ABC são congruentes. Logo a área do triângulo equilátero EAC = $6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$.

iv) No triângulo EDC, os segmentos CJ e EI são medianas.

Logo, S vale a terça parte da área desse triângulo, pela propriedade de as três medianas de um triângulo dividi-lo em seis áreas congruentes. Dessa forma, a área S mede $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

v) Como há três regiões de área S, a área do hexágono ANCREV será: $3\sqrt{3} + 3.\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 4\sqrt{3}$ cm².

Questão 5. Em uma empresa, as jornadas semanais de trabalho são sempre múltiplas de 10, não sendo permitidas jornadas acima de 70 horas. Foi feito o levantamento do número de horas trabalhadas semanalmente por cada funcionário dessa empresa. Esse conjunto de informações foi condensado no histograma a seguir.



Posteriormente, percebeu-se que 5 trabalhadores dessa empresa foram deixados de fora do levantamento. Após a inclusão desses funcionários, a média de horas trabalhadas foi reduzida em 0,8 h.
Todos os incluídos posteriormente trabalham menos que a média de hors trabalhadas. Com isso, pode-se afirmar que, dentre esses 5 indivíduos:

(A) há pelo menos dois com carga semanal de 10 horas.

(B) há apenas um que trabalha 10 horas por semana.

(C) há mais de um com carga semanal de 20 horas.

(D) nenhum trabalha 30 horas por semana.

(E) todos têm a mesma carga semanal.

Solução. Os dados estão agrupados. Montando a tabela para calcular a média de horas trabalhadas, temos:

A média de horas trabalhadas é: $\frac{5800}{145} = 40$.

Ao incluir os 5 funcionários, temos a nova média que será calculada pela divisão da soma de horas trabalhadas pelos 145 anteriores e a soma das horas trabalhadas pelos novos. Temos:

M(nova) = $\frac{5800+S(5)}{150} = 39{,}2$ => 5800 + S(5) = 5 880 => S(5) = 80.

Nº de Funcionários	Horas trabalhadas	N.H
10	10	100
15	20	300
25	30	750
40	40	1600
30	50	1500
20	60	1200
5	70	350
145		5800

Essas 80 horas terão que ser distribuídas pelos 5 funcionários, lembrando que são sempre múltiplos de 10. Analisando as opções, temos:

(A) Verdadeiro. Precisa ter alguém com carga de 10 horas. Caso contrário, se as cargas fossem de 20 ou mais, ultrpassaria a soma 80. Uma pessoa somente, também não satisfaz, por que sobrariam 70 horas para 4 pessoas que também iriam ultrapassar. Logo, no mínimo teremos 2 pessoas com 10 horas, restanto 60 para as demais três pessoas.

(B) Falso. O motivo foi explicado acima.

(C) Falso. É possível, mas não podemos afirmar que esse caso ocorre. É suficiente, mas não necessário.

(D) Falso. Essa situação é possível, mas não podemos afirmar. Exemplo: 30 – 20 – 10 – 10 – 10.

(E) Falso. Se todos tivessem a mesma carga essa seria de 16 horas e não é múltiplo de 10.

Questão 6. Considere uma função quadrática $f: R \rightarrow R$, tal que y = f(x) = ax^2 + bx + c. Se o gráfico de f contém os pontos (2; 7), (2,5; 5,5) e (3; 3), então é correto afirmar que o valor máximo dessa função é:

(A) 7,50. (B) 7,25. (C) 7,00. (D) 6,75. (E) 6,50.

Solução. Se o gráfico contém os pontos indicados, então cada coordenada representa o domínio e sua imagem. Logo, satisfazem à lei da função. Temos:

$$\begin{cases} a.(2)^2 + b.(2) + c = 7 \\ a.(2,5)^2 + b.(2,5) + c = 5,5 \\ a.(3)^2 + b.(3) + c = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + 2b + c = 7 \\ 6,25a + 2,5b + c = 5,5 \\ 9a + 3b + c = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} L_2 - L_1 \\ L_3 - L_1 \end{matrix} \begin{cases} 2,25a + 0,5b = -1,5 \\ 5a + b = -4 \end{cases} \Rightarrow$$

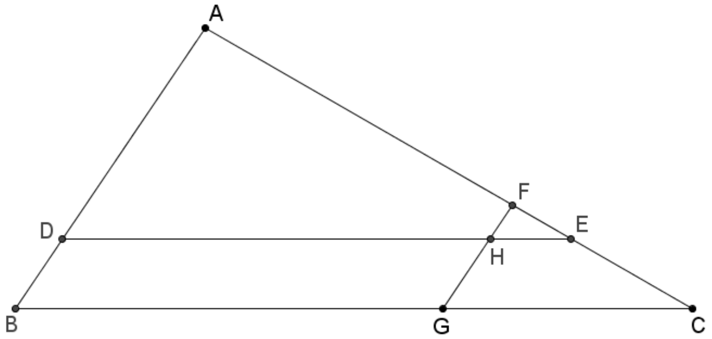
=> Multiplicando a 1ª equação por 20, vem: $\begin{cases} 45a + 10b = -30 \\ 5a + b = -4 \end{cases}$. Multiplicando a 2ª equação por (– 10), temos: $\begin{cases} 45a + 10b = -30 \\ -50a - 10b = 40 \end{cases}$ => – 5.a= 10 => a = – 2. Logo, b = – 4 + 10 = 6.

Substituindo para calcular c, temos: c = 7 – 2.(6) – 4.(– 2) = 7 – 12 + 8 = 3.

Temos que f(x) = – 2x^2 + 6x + 3. O valor máximo será: M = $-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{36-4.(-2).(3)}{4.(-2)} = -\frac{60}{-8} = 7,5$.

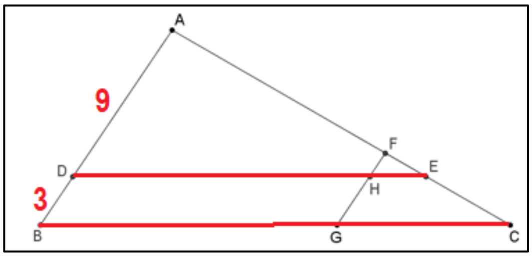
Questão 7. A figura a seguir ilustra um triângulo ABC de lados AB = 12 cm, AC = 20 cm e BC = 24 cm.

Os segmentos DE e FG são paralelos, respectivamente, aos lados BC e AB. Se AD = 3.DB e 2.AF = 5.EC, o perímetro do quadrilátero ADHF mede:



(A) 36,0 cm. (B) 36,5 cm. (C) 38,0 cm. (D) 38,5 cm. (E) 39,0 cm.

Solução. Como AB = AD + DB, temos: DB + 3DB = 12 => 4 DB = 12 => DB = 3 cm. Logo, AD = 9 cm.

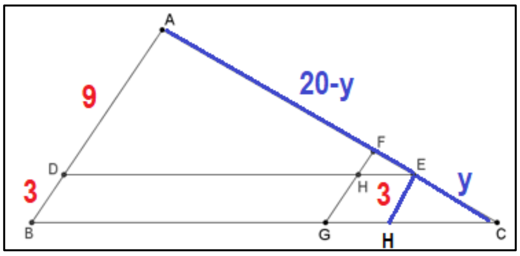


i) Os triângulos ADE e ABC são semelhantes, pois DE // BC. Temos: $\frac{9}{12}=\frac{DE}{24}$ => DE = $\frac{(9).(24)}{12}$ = 18 cm.

ii) Traçando EH // FG // AB, temos:

$\frac{3}{12}=\frac{y}{20}$ => 12y = 60 => y = 5 cm.

Como EC = 5 e 2.AF = 5.EC, temos que 2.AF = 25 =>
=> AF = 12,5 cm. Dessa forma FE = 2,5 cm.



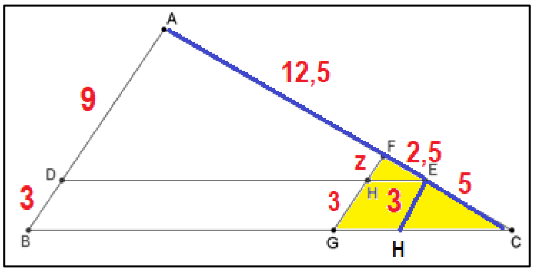
iii) Os triângulos CEH e CGF são semelhantes. Temos:

$\frac{5}{7{,}5}=\frac{3}{3+z}$ => 15 + 5z = 22,5 => 5z = 7,5 => z = 1,5 cm.

E ainda, $\frac{GC}{24}=\frac{7{,}5}{20}$ => 20GC = 180 => GC = 9 cm.

Logo, BG = DH = 24 – 9 = 15 cm.

O perímetro pedido é: 9 + 15 + 1,5 + 12, 5 = 38 cm.



Questão 8. Alexandre aplicou certa quantia Q durante 12 meses a uma taxa mensal i, sob o sistema de juros simples, resgatando o montante correspondente a M_1.

Se Alexandre tivesse aplicado o dobro de Q durante 10 meses com a mesma taxa mensal e sob juros simples teria resgatado o montante M_2.

Entretanto, se ele decidir aplicar o triplo de Q durante 8 meses, exatamente nas mesmas condições, o resgate final será de R$ 2.916,00.

Se $M_1 + M_2$ = R$ 3.078,00 pode-se concluir que o valor de i está entre:

(A) 1% e 2% **(B)** 2% e 3% (C) 3% e 4% (D) 4% e 5% (E) 5% e 6%

Solução. Utilizando a fórmula do montante M = Q.(1 + i.t), onde i é a taxa e t o tempo decorrido, temos:

i) M_1 = Q + 12Q.i; M_2 = 2Q + 20Q.i; M_3 = 3Q + 24Q.i = 2 916

ii) $M_1 + M_2$ = 3Q + 32Q.i = 3 078.

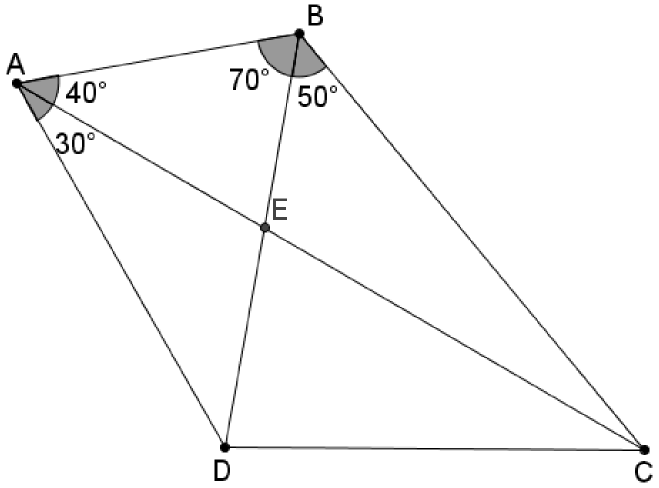
iii) $\begin{cases} 3Q+24Qi=2916 \\ 3Q+32Qi=3078 \end{cases}$ => => 32Qi –24Qi = 3078 – 2916 => 8,Q.i = 162 => Q.i = 20,25

iv) 3Q + 24.(20,25) = 2916 => 3Q = 2916 – 486 => 3Q = 2430 => Q = 810.

v) 810.i = 20,25 => i = $\frac{20{,}25}{810}$ =.0,025 -> 2,5%. Essa taxa está entre 2% e 3%. Veja a tabela com os valores.

Q	i	tempo	M
R$810,00	2,50%	12	R$1.053,00
R$1.620,00	2,50%	10	R$2.025,00
R$2.430,00	2,50%	8	R$2.916,00

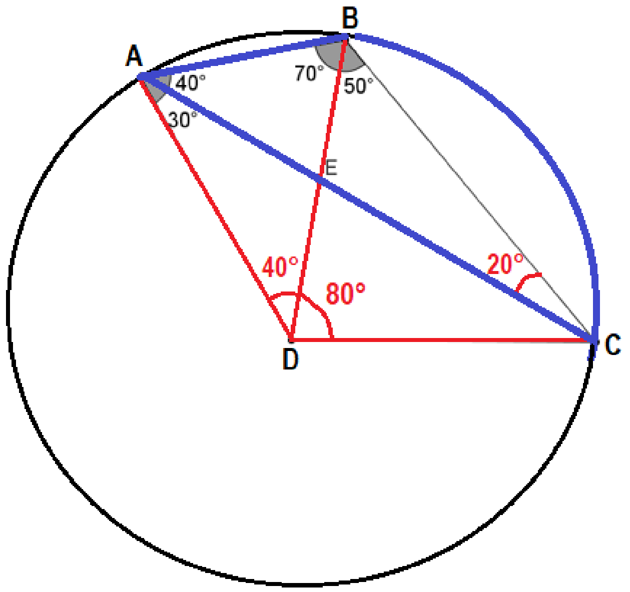
Questão 9. A figura a seguir ilustra um quadrilátero convexo ABCD, com suas diagonais AC e BD formando ângulos de 30°, 40°, 50° e 70°.



Se o ponto E é a interseção das diagonais, então a medida do ângulo $\widehat{EDC}$ mede:

(A) 85° (B) 80° (C) 75° (D) 72° (E) 70°

Solução. O triângulo ADB é isósceles e o ângulo ADB vale 40°. O ângulo ACB mede 20° e está correspondendo ao mesmo lado AB. Isto indica que o ângulo ADB deve ser um ângulo central e D, um circuncentro. Encontrando a circunferência circunscrita, temos que AD, DB e DC são raios. Veja figura abaixo.



O ângulo EDC é central, logo mede o dobro do ângulo inscrito BAC que mede 40°. Logo, EDC = 80°

Questão 10. Seja x um número real positivo tal que $x^2 - \frac{2}{x^2} = \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2}$. Assim, o valor de $x.\sqrt{3}$ é:

(A) $\sqrt[3]{54}$ (B) $\sqrt[3]{108}$ (C) $\sqrt[6]{54}$ (D) $\sqrt[6]{72}$ (E) $\sqrt[6]{108}$

Solução. Desenvolvendo a expressão, temos: $x^4 - 2 = (\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2})x^2 \Rightarrow x^4 - (\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2})x^2 - 2 = 0$.

i) Substituindo $x^2 = y$, temos: $y^2 - (\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2})y - 2 = 0 \Rightarrow (y - \sqrt[3]{4}).(y + \sqrt[3]{2}) = 0$. Temos:

Se $(y + \sqrt[3]{2}) \Rightarrow y = -\sqrt[3]{2} \Rightarrow x^2 = -\sqrt[3]{2}$ que não pertence aos reais.

Se $(y - \sqrt[3]{4}) \Rightarrow y = \sqrt[3]{4} \Rightarrow x^2 = \sqrt[3]{4} \Rightarrow x = \sqrt{\sqrt[3]{4}} = \sqrt[6]{4}$.

ii) O valor de $x.\sqrt{3} = \sqrt[6]{4}.\sqrt{3} = \sqrt[6]{4}.\sqrt[6]{3^3} = \sqrt[6]{(4).(27)} = \sqrt[6]{108}$.

Questão 11. Um fazendeiro possui uma área de 100 hectares de terra aptos ao plantio. Ele tem duas opções para gerar receita com esse terreno, descritas a seguir:

I. alugar todo o terreno por R$ 48.000,00 mensais; ou

II. abrir um engenho de açúcar.

Pensando na 2ª opção, ele pesquisou o mercado e verificou que o preço do açúcar se mantém a R$ 3,00 por quilo, pagos ao produtor. Caso opte pelo engenho, ele só vai poder utilizar 60% da área para plantar a cana de açúcar, já que é preciso ocupar parte do terreno com a construção do engenho.
Ele pesquisou diferentes tipos de cana e verificou que a variedade ideal tem uma produtividade média de 70 toneladas por hectare por ano e que, para produzir 1 kg de açúcar, necessita-se de 7,5 kg de cana de açúcar.
O custo operacional de produção anual C, em reais, é dado por $C(x) = x^2 + 960x + 114800$, em que $x \geq 0$ representa a quantidade produzida de açúcar em toneladas.
Com base nessas informações, pode-se concluir que o fazendeiro

(A) deve optar por I, porque a operação anual do engenho, por si só, é deficitária.

(B) deve optar por I, porque a operação anual do engenho, ainda que superavitária, tem lucro menor que a receita anual com o aluguel.

(C) pode optar por qualquer das duas, já que a receita anual com aluguel é igual ao lucro obtido com a operação anual do engenho.

(D) deve optar por II, porque o lucro obtido com a operação anual do engenho é quase 24% maior que a receita anual com o aluguel.

(E) deve optar por II, porque o lucro obtido com a operação anual do engenho é mais de 30% maior que a receita anual com o aluguel.

Solução. Optando pela opção I, a receita anual com o aluguel será (12).(48 000) = R$ 576.000,00.

Optando pela opção II, a área plantada será de 60% de 100 hectares, o que corresponde a 60 hectares.

Com a produtividade de 70 toneladas por hectare, o fazendeiro terá (60).(70T) = 4200 toneladas de cana.

Como para cada 7,5 kg de cana, produz 1 kg de açúcar, em 4200 toneladas, produzirá $\frac{4200000}{7,5}$ = 560 000 kg de açúcar. Equivalente a 560 toneladas de açúcar.

O custo operacional será $C(560) = (560)^2 + 960.(560) + 114\,800$ = R$ 966.000,00.

O ganho com a venda a RR 3,00 o quilo do açúcar será: (3).(560 000) = R$ 1.680.000,00.

O lucro será V – C = R$ 1.680.000,00 – R$ 966.000,00 = R$ 714.000,00.

Analisando as opções, temos:

(A) Falsa. A opração II gera lucro.

(B) Falsa. O lucro de R$ 714.000,00 é maior que a receita do aluguel que vale R$ 576.000,00.

(C) Falsa. Os valores não são iguais, como mostrado na letra (B).

(D) Verdadeira. Dividindo o lucro pelo aluguel, temos: $\frac{714000}{576000} = \frac{714}{576} \cong 1{,}2395$ = (1 + 23,95%).

Logo, o lucro é de aproximadamente 24%.

(E) Falsa. Já foi calculado na letra (D).

Questão 12. Um aluno estava resolvendo um problema e chegou à expressão:

$$\frac{\frac{m^8}{n^8} - \frac{n^8}{m^8}}{\frac{m^6}{n^6} + \frac{m^2.n^4}{n^2.m^4} + \frac{n^6}{m^6} + \frac{m^4.n^2}{n^4.m^2}}$$

Utilizando produtos notáveis, é possível mostrar que, para quaisquer $m \neq 0$ e $n \neq 0$, a expressão acima equivale a:

(A) $\frac{m^8-n^8}{n^6.m^6}$ **(B)** $\frac{m^4-n^4}{n^2.m^2}$ (C) $\frac{m^4-n^4}{m.n}$ (D) $\frac{m^2-n^2}{m.n}$ (E) $\frac{m+n}{m.n}$

Solução. Utilizando diferença de quadrados e evidência, temos:

$$\frac{\frac{m^8}{n^8}-\frac{n^8}{m^8}}{\frac{m^6}{n^6}+\frac{m^2.n^4}{n^2.m^4}+\frac{n^6}{m^6}+\frac{m^4.n^2}{n^4.m^2}}=\frac{\left(\frac{m^4}{n^4}+\frac{n^4}{m^4}\right).\left(\frac{m^4}{n^4}-\frac{n^4}{m^4}\right)}{\frac{m^2}{n^2}.\left(\frac{m^4}{n^4}+\frac{n^4}{m^4}\right)+\frac{n^2}{m^2}.\left(\frac{n^4}{m^4}+\frac{m^4}{n^4}\right)}=\frac{\left(\frac{m^4}{n^4}+\frac{n^4}{m^4}\right).\left(\frac{m^4}{n^4}-\frac{n^4}{m^4}\right)}{\left(\frac{m^4}{n^4}+\frac{n^4}{m^4}\right)+\left(\frac{n^2}{m^2}+\frac{m^2}{n^2}\right)}=$$

$$=\frac{\left(\frac{m^4}{n^4}-\frac{n^4}{m^4}\right)}{\left(\frac{n^2}{m^2}+\frac{m^2}{n^2}\right)}=\frac{\left(\frac{m^2}{n^2}+\frac{n^2}{m^2}\right).\left(\frac{m^2}{n^2}-\frac{n^2}{m^2}\right)}{\left(\frac{n^2}{m^2}+\frac{m^2}{n^2}\right)}=\left(\frac{m^2}{n^2}-\frac{n^2}{m^2}\right)=\frac{m^4-n^4}{n^2.m^2}.$$

Questão 13. Em uma banca de jornal, são vendidos 02 (dois) tipos diferentes de pacotes de figurinhas especiais do álbum da **Copa do Mundo do Qatar 2022**. Um dos tipos é vendido a R$ 7,00 por pacote, Já o outro é mais caro e comercializado a R$ 11,00 o pacote.

Uma pessoa vai a tal banca de jornal e dispõe de R$ 657,00 para comprar essas figurinhas. Sejam M e m, respectivamente, os números máximo e mínimo de pacotes de figurinhas que ela poderá comprar de modo que não sobre e nem falte dinheiro. Então, M – n vale:

(A) 28. (B) 30. (C) 32. (D) 34. (E) 36.

Solução. Considerando x o número de pacotes que custam R$ 7,00 e y o número de pacotes que custam R$ 11,00, o número máximo de pacotes comprados será aquele que possui o maior número de pacotes custando menos. E o número mínimo de pacotes comprados será aquele possui o maior número de pacotes custanto mais. Temos a equação 7x + 11y = 657.

i) Mínimo: y = $\frac{657-7x}{11}$. Testando valores de x para 1, 2, 3...até que 657 – 7x sejá múltiplo de 11, temos para menor valor x = 9. Logo, y = $\frac{657-7.(9)}{11}=\frac{657-63}{11}=\frac{594}{11}$ = 54. Logo, será comprados 54 pacotes de R$ 11,00 e 9 pacotes de R$ 7,00, totalizando (54 + 9) = 63 pacotes.

ii) Máximo: x = $\frac{657-11y}{7}$. Testando valores de y para 1, 2, 3...até que 657 – 11y sejá múltiplo de 7, temos para menor valor y = 5. Logo, x = $\frac{657-11.(5)}{7}=\frac{657-55}{7}=\frac{602}{7}$ = 86. Logo, será comprados 5 pacotes de R$ 11,00 e 86 pacotes de R$ 7,00, totalizando (86 + 5) = 91 pacotes.

iii) A diferença M – n = 91 – 63 = 28.

Questão 14. Uma empresa de construção ganhou uma licitação para erguer uma vila residencial na Amazônia. Para isso, ela terá de selecionar engenheiros para chefiarem esse projeto. Esses engenheiros deverão ser fluentes em inglês e francês, além de terem especialização em Gestão Ambiental.

Infelizmente, a empresa não tem uma listagem dos profissionais que cumprem com todos os pré requisitos simultaneamente, mas sabe-se que:

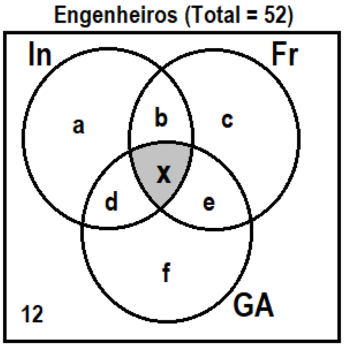
- 67 profissionais são fluentes em inglês;
- 50 profissionais são fluentes em francês;
- 52 profissionais são engenheiros;
- 49 profissionais são especializados em Gestão Ambiental;
- 12 engenheiros não são fluentes em inglês e não são fluentes em francês, além de não serem especializados em Gestão Ambiental.
- 9 engenheiros são especializados em Gestão Ambiental.
- 18 profissionais são fluentes em inglês e francês.
- 38 profissionais especializados em Gestão Ambiental são fluentes em inglês ou francês;
- 6 engenheiros são especializados em Gestão Ambiental e fluentes em inglês;
- 7 engenheiros são especializados em Gestão Ambiental e fluentes em francês;

- 11 profissionais especializados em Gestão Amabiental não são fluentes em inglês e nem em francês, além de não serem engenheiros.
- 10 engenheiros são fluentes em inglês e francês.

Quantos engenheiros estão aptos a serem selecionados pela empresa para chefiar o projeto?

(A) 6. (B) 5. **(C)** 4. (D) 2. (E) nenhum.

Solução. Há 52 engenheiros, dos quais 12 não são fluentes em nenhuma das duas línguas, nem especializado em Gestão Ambiental. Representando em diagramas, temos:



i) X representa o número de engenheiros aptos para a chefia;

ii) a + b + c + d + x + e + f = 40 (Fluentes em líguas e Especializados em GA);

iii) d + x + e + f = 9 (Especializados em Gestão Ambiental);

iv) d + x = 6 (Especializados em GA e fluentes em inglês);

v) e + x = 7 (Especializados em GA e fluentes em francês);

vi) Há 40 profissionais que não são engenheiros, especializados em GA que não são engenheiros.

vii) Há 11 profissionais especialistas em GA que não são fluentes em líguas.

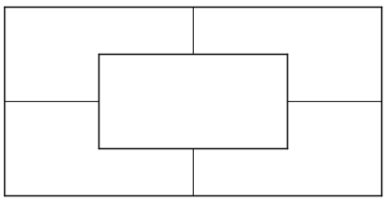
Logo, 29 profissionais que não são engenheiros são fluentes em inglês ou francês.

Se 38 dos profissionais especializados em GA são fluentes em inglês ou francês, e 29 não são engenheiros, então os 9 restantes são engenheiros. Dessa forma, 29 + d + x + e = 38. Logo, d + x + e = 38 – 29 = 9.

Pela relação (iii), então 9 + f = 9 o que indica f = 0.

Pelas relações (iv) e (v), temos: d + e + x + x = 13 => (d + e + x) + x = 13 => 9 + x = 13 => x = 4.

Questão 15. A figura a seguir ilustra uma bandeira formada por 5 regiões.



Deseja-se colori-la de modo que as regiões adjacentes não recebam a mesma cor. Se há 7 cores disponíveis e desconsiderando-se a possibilidade de rotação da bandeira, de quantas formas é possível colori-la?

(A) 5 250. **(B)** 4 410. (C) 3 360. (D) 2 520. (E) 1 050.

Solução. Se há 7 cores, podemos dividir em casos:

i) Com 1 ou 2 não é possível;

ii) Caso 1: Com 3 cores, temos: 1 cor diferente ao centro e as cores diagonais iguais: 7 x 6 x 1 x 5 x 1 = 210;

iii) Caso 2: Com 4 cores: 1 cor diferente ao centro, uma diagonal com cores iguais e outra com cores diferentes. Há duas possibilidades para esse caso: 2 x (7 x 6 x 1 x 5 x 4) = 1 680;

iv) Caso 3: Com 5 cores diferentes entre si: 7 x 6 x 5 x 4 x 3 = 2 520;

v) No total, temos: 210 + 1 680 + 2 520 = 4 410 formas diferentes de colorir a bandeira.