COLÉGIO MILITAR DO RIO DE JANEIRO
(Casa de Thomaz Coelho/1889)
CONCURSO DE ADMISSÃO AO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO 2014/2015
PROVA DE MATEMÁTICA
21 DE SETEMBRO DE 2014

MATEMÁTICA - GABARITO

(Prof. Walter Tadeu Nogueira da Silveira – www.professorwaltertadeu.mat.br)

Questão 1. Há 20 anos, em 1º de julho de 1994, entrava em vigor o real, moeda que pôs fim à hiperinflação que assolava a população brasileira. Nesse novo sistema monetário, cada real valia uma URV (Unidade Real de Valor), que, por sua vez, valia 2750 cruzeiros reais. Dessa forma, 33550 cruzeiros reais valiam:

(A) 10,50 URV. (B) 11,70 URV. (C) 12,50 URV. **(D)** 12,20 URV. (E)13,70 URV.

Solução. Estabelecendo a relação, temos:

$$\frac{1\ URV}{2750} = \frac{x}{33550} \Rightarrow x = \frac{33550}{2750} = \frac{3355}{275} = 12,2\ URV.$$

Questão 2. Um número N é formado por três algarismos cuja soma de seus valores absolutos é 12. O valor absoluto do algarismo das unidades é o triplo do valor absoluto do algarismo das centenas. O valor absoluto do algarismo das dezenas é a média aritmética entre os valores absolutos dos algarismos das unidades e das centenas. O menor inteiro positivo que devemos somar a N para obtermos um quadrado perfeito é:

(A) 11. (B) 12. (C) 8. (D) 9. **(E)** 10.

Solução. O número N é da forma (abc) = 100a + 10b + c. Em relação aos valores absolutos dos algarismos, temos:

i) a + b + c = 12; **ii) c = 3a** **iii)** $b = \frac{a+c}{2} = \frac{a+3a}{2} \Rightarrow a = 2.$

Logo, $\begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \\ c = 6 \end{cases}$**. Então N = 246. Temos que:** $15^2 = 225$ **e** $16^2 = 256$ **são os quadrados perfeitos antes e após 246.**

Devemos, portanto, somar (256 – 246) = 10.

Questão 3. Armílio procura manter sob controle todas as suas despesas. Após anotar todos os seus gastos ao longo deste ano, verificou que a média aritmética de suas despesas durante os seis primeiros meses foi de R$ 3000,00. Contudo, computados os gastos efetuados no sétimo mês, a média aritmética de suas despesas durante os sete primeiros meses foi de R$ 3300,00. O valor das despesas de Armílio no sétimo mês foi de:

(A) R$ 5100,00. (B) R$ 7200,00. (C) R$ 3300,00. (D) R$ 3000,00. (E) R$ 300,00.

Solução. A média aritmética inicial foi $M_6 = \frac{(Soma\ de\ 6\ gastos)}{6} \Rightarrow$ **Soma de 6 gastos = 6.(3000) = 18000.**

Calculando a média para um gasto a mais (7° gasto), vem:

$$M_7 = \frac{(Soma\ de\ 6\ gastos) + G7}{7} \Rightarrow \frac{18000 + G7}{7} = 3300 \Rightarrow G7 = 23100 - 18000 \Rightarrow G7 = R\$\ 5100,00.$$

Questão 4. As idades de Felipe e Márcia há 8 anos estavam na razão de 3 para 7. Hoje, estão na razão de 5 para 9. A soma das idades atuais de Felipe e Márcia é:

(A) 54 anos. **(B)** 56 anos. (C) 58 anos. (D) 60 anos. (E) 62 anos.

Solução. Considerando F e M as idades, respectivamente, de Felipe e Márcia atualmente, temos que há 8 anos, suas idades, respectivamente eram, (F – 8) e (M – 8). Estabelecendo as relações, temos:

i) $\frac{F-8}{M-8} = \frac{3}{7} =>$ **7F – 56 = 3M – 24 => TF – 3M = 56 – 24 => 7F – 3M = 32.**

ii) $\frac{F}{M} = \frac{5}{9} =>$ **9F = 5M => F =** $\frac{5M}{9}$ **.**

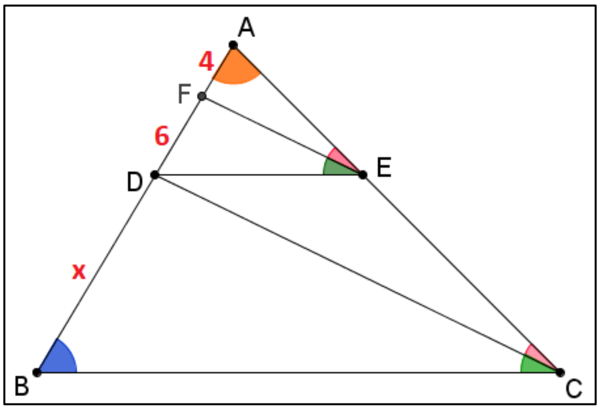
iii) $7.\left(\frac{5M}{9}\right)$ **– 3M = 32 => 35M – 27M = 288 => 8M = 288 => M = 288 ÷ 8 => M = 36. Logo, F =** $\frac{5.(36)}{9}$ **= 20.**

Iv) A soma das idades de Felipe e Mácia é (20 + 36) = 56.

Questão 5. Em um triângulo ABC, os pontos D e E pertencem, respectivamente, aos lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ e são tais que $\overline{DE}//\overline{BC}$. Se F é um ponto de $\overline{AB}$ tal que $\overline{EF}//\overline{CD}$ e as medidas de $\overline{AF}$ e $\overline{FD}$ são, respectivamente, 4 e 6, a medida do segmento $\overline{DB}$ é:

(A) 15. (B) 10. (C) 20. (D) 16. (E) 36.

Solução. Pelo Teorema da Tales, temos:



i) $\overline{EF} // \overline{CD} : \frac{\overline{AF}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{FD}}{\overline{EC}} => \frac{4}{6} = \frac{\overline{AE}}{\overline{EC}}$;

ii) $\overline{DE} // \overline{BC} : \frac{\overline{AD}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{EC}} => \frac{10}{x} = \frac{\overline{AE}}{\overline{EC}}$;

iii) $\frac{4}{6} = \frac{10}{x} =>$ **4x = 60 => x = 15.**

Questão 6. Considere a figura a seguir, em que um dos lados do trapézio retângulo se encontra apoiado sobre o gráfico de uma função real de variável real definida por $f(x) = ax + b$.

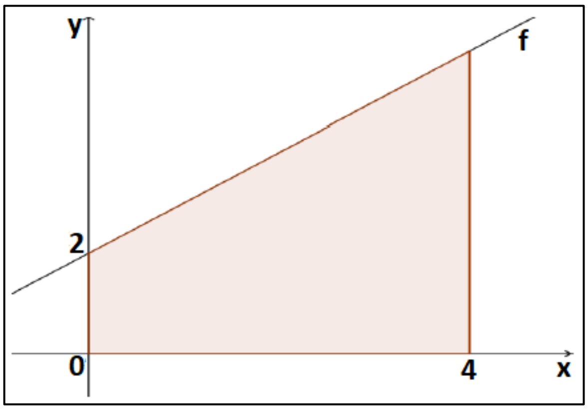
(A) $a - b = -1$.

(B) $a + b = 8$.

(C) $a = b = 2$.

(D) $b - a = 3$.

(E) $a + b = 6$.



Sabendo-se que a área da região sombreada é 16 cm^2, podemos afirmar que:

Solução. Como f(0) = a.(0) + b = b, temos que b = 2 (interseção do gráfico com o eixo y). Este valor corresponde à base menor do trapézio. A imagem de x = 4 é f(4) = a.(4) + 2 = 4a + 2. Essa imagem corresponde à base maior do trapézio. A altura é a distância da origem ao ponto (4,0). Dessa forma, temos:

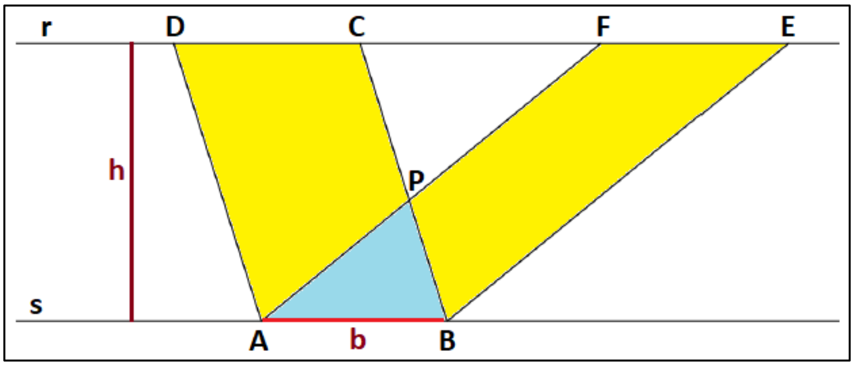
Área = 16 => $\frac{(4a+2+2).4}{2} =$ **16 => 8a +8 = 16 => 8a = 8 => a = 1. Se a = 1 e b = 2, a – b = 1 – 2 = – 1.**

Questão 7. Na figura abaixo, as retas r e s são paralelas, e os paralelogramos ABCD e ABEF têm em comum a base $\overline{AB}$. Considere P o ponto de interseção entre os segmentos $\overline{AF}$ e $\overline{BC}$.

A razão entre as áreas dos quadriláteros APCD e BEFP é:

(A) 2 (B) 1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\sqrt{2}$ (E) $\frac{3}{2}$

Solução. Os paralelogramos ABCD e ABEF possuem a mesma base AB e a mesma altura h. A parte retirada de cada um, o triângulo ABP, também é a mesma. Logo os quadriláteros APCD e BEFP possuem a mesma área e, portanto, a razão é 1.



Questão 8. Na festa junina do CMRJ, com a finalidade de evitar o uso de dinheiro pelos alunos, tia Sandra organizou um sistema que usa fichas de diferentes cores. Uma ficha branca tem o mesmo valor que 3 fichas azuis ou a metade do valor de uma vermelha. Uma ficha preta vale 5 vezes o valor da vermelha. Se cada ficha azul vale R$ 5,00, um aluno que possui 2 fichas pretas, 5 vermelhas, 6 brancas e 10 azuis dispõe de um valor equivalente a:

(A) R$ 650,00. (B) R$ 620,00. (C) R$ 590,00. (D) R$ 550,00. (E) R$ 700,00.

Solução. De acordo com as informações, temos: 1 preta = 5 vermelhas e 1 branca = 3 azuis = 0,5 vermelha.

Escrevendo todas as cores em função da azul, temos:

- $\frac{1}{2}$ vermelha = 3 azuis => 1 vermelha = 6 azuis. Logo, 5 vermelhas = 30 azuis.

- 1 branca = 3 azuis. Logo, 6 brancas = 18 azuis.

- 1 preta = 5 vermelhas = 5.(6 azuis) = 30 azuis. Logo, 2 pretas = 60 azuis.

Dessa forma, 2 pretas + 5 Vermelhas + 6 brancas + 10 azuis = 60 + 30 + 18 + 10 = 118 azuis.

O valor é (118 x R$5,00) = R$ 590,00.

Questão 9. Boente e Amanda, ao praticarem tiro ao alvo, fizeram a seguinte aposta: quem acerta o alvo recebe R$5,00 do seu adversário. Se Boente e Amanda têm, inicialmente, R$560,00 e R$320,00 respectivamente e terminam a série de tiros com o mesmo valor, podemos concluir que o número de tiros que Amanda acertou a mais que Boente foi:

(A) 18. (B) 20. (C) 22. (D) 24. (E) 26.

Solução. Como o dinheiro só foi redistribuído, cada um ficou com a metade do valor total.
Logo, cada um terminou com (560 + 320) ÷ 2 = R$ 440,00.

Se Amanda iniciou com R$ 320,00 e terminou com R$ 440,00, então ela ganhou (440 – 320) = R$ 120,00.

Logo, ela acertou (R$ 120,00 ÷ R$ 5,00) = 24 partidas a mais do que perdeu (ou que Boente ganhou).

Questão 10. Magda foi informada, em dezembro de 2013, que a mensalidade do seu curso de francês a partir de janeiro de 2014 teria um aumento de 60%. Ela não concordou com o aumento e procurou o PROCON, que, após analisar o caso, determinou que o curso desse um desconto de 15% em relação ao valor da nova mensalidade. O curso acatou a decisão do PROCON. Como Magda é professora do CMRJ, o curso, voluntariamente, decidiu dar-lhe 10% de desconto sobre o valor que havia sido determinado pelo PROCON. Dessa forma, o aumento da mensalidade do curso de francês do ano de 2013 para o ano de 2014 passou a ser, em percentual, um número compreendido entre:

(A) 34 e 36. (B) 25 e 26. (C) 23 e 24. (D) 24 e 25. (E) 22 e 23.

Solução. Considerando V o valor da mensalidade em dezembro de 2013, temos:

i) Valor com aumento proposto pelo curso: V + 60%.V = V + 0,6.V = 1,6V.

ii) Valor determinado pelo Procon: 1,6V – 15%.(1,6V) = 1,6V – 0,15.(1,6V) = 1,6V – 0,24V = 1,36V.

iii) Valor após o desconto dado pelo CMRJ: 1,36 – 10%.(1,36V) = 1,36V – 0,136V = 1,224V.

O valor da mensalidade em 2014 é (1 + 0,224)V. Isto é, 22,4% maior que o valor de 2013.

Veja na tabela uma simulação se o valor em 2013 fosse R$100,00.

Valor em 2013	Valor com aumento do curso (60%): multiplicado por 1,6	Valor com desconto do Procon (15%): multiplicado por 0,85	Valor com desconto dado pelo CMRJ (10%): multiplicado por 0,9
R$100,00	R$160,00	R$136,00	R$122,40
Aumento de R$ 122,40 ou 22,4%			

Questão 11. Se x + y = 2 e $\frac{x^3+y^3}{x^2+y^2} = \frac{1}{4}$, então $(xy)^{-1}$ é igual a:

(A) $\frac{11}{14}$ (B) $\frac{11}{13}$ (C) $\frac{11}{12}$ (D) 1 (E) $\frac{11}{10}$

Solução. Utilizando os produtos notáveis, temos:

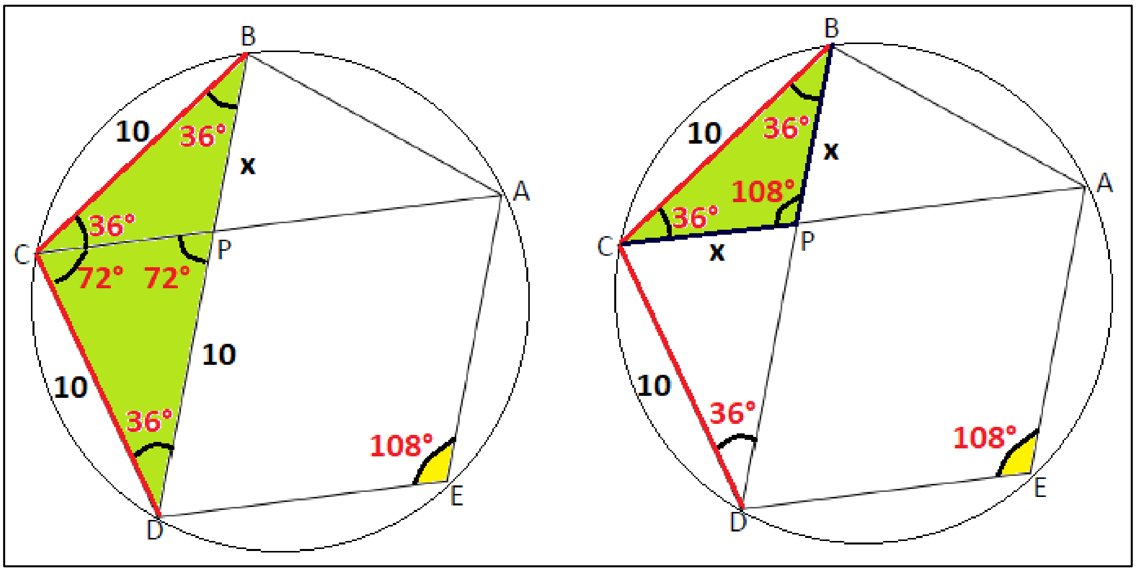
$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 \Rightarrow (2)^2 = (x^2 + y^2) + 2xy \Rightarrow x^2 + y^2 = 4 - 2xy$.

$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 \Rightarrow (2)^3 = (x^3 + y^3) + 3xy.(x + y) = x^3 + y^3 = 8 - 6xy$.

$\frac{x^3+y^3}{x^2+y^2} = \frac{8-6xy}{4-2xy} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{8-6xy}{4-2xy} \Rightarrow 32 - 24xy = 4 - 2xy \Rightarrow 24xy - 2xy = 32 - 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow 22xy = 28 \Rightarrow xy = \frac{28}{22} = \frac{14}{11}$. Então $(xy)^{-1} = \frac{1}{xy} = \frac{11}{14}$.

Questão 12. Em um pentágono regular ABCDE cujos lados medem $10cm$, as diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$ cruzam-se no ponto P, conforme representado na figura abaixo.



A medida do segmento $\overline{CP}$, em centímetros, é:

(A) 5 (B) $5 + 5\sqrt{5}$ **(C)** $-5 + 5\sqrt{5}$ (D) $5\sqrt{2}$ (E) $5\sqrt{5}$

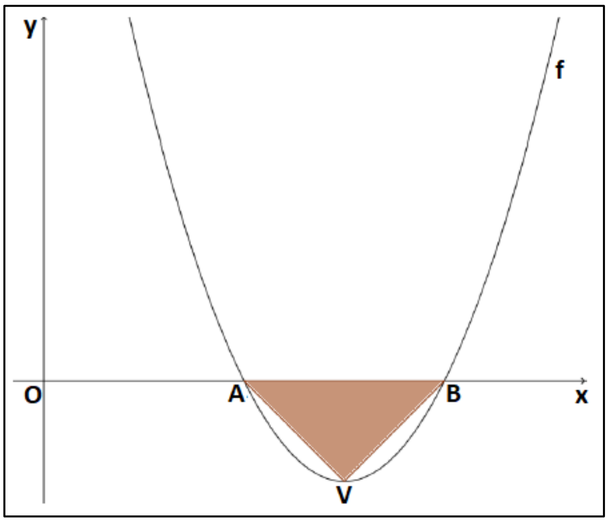
Solução. O pentágono regular é inscritível. Dessa forma podemos calcular os ângulos internos e os ângulos inscritos. Observe na figura que os triângulos BCD, ACP e CPB são isósceles, sendo semelhantes os triângulos BCD e CPB. Estabelecendo a razão, temos:

$\frac{\overline{BD}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{CP}} => \frac{10+x}{10} = \frac{10}{x}$ **=> 10x + x^2 = 100 => x^2 + 10x – 100 = 0 => x =** $\frac{-10\pm\sqrt{100-4.(1).(-100)}}{2}$ **=>**

=> x = $\frac{-10\pm\sqrt{500}}{2} = \frac{-10\pm10\sqrt{5}}{2} => \frac{-10\pm\sqrt{500}}{2} = \frac{-10\pm10\sqrt{5}}{2} => \begin{cases} x_1 = -5-5\sqrt{5} < 0 \\ x_2 = -5+5\sqrt{5} > 0 \end{cases}.$

Como x é medida de segmento, deve ser positiva. Logo, x = – 5 + 5$\sqrt{5}$.

Questão 13. Observe o gráfico abaixo da função quadrática definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com vértice V (3,–1) e que corta o eixo das abscissas nos pontos A e B e o eixo das ordenadas em (0,8).



A área do triângulo isósceles AVB é:

(A) 2 (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{4}$ **(E)** 1

Solução. Utilizando as fórmulas do vértice e utilizando a informação que c = 8 (interseção com o eixo y), temos:

i) 3 = $-\frac{b}{2a}$ **=> b = – 6a.**

ii) – 1 = $-\frac{b^2-4.(a).(8)}{4a}$ **=> (– 6a)^2 = 32a + 4a => b^2 => 36a^2 – 36a = 0 => 36a.(a – 1) = 0.**

Como a ≠ 0, temos que a – 1 = 0 => a =1. Logo, b = – 6(1) = – 6.

iii) A função é: f(x) = x^2 – 6x + 8.

iv) Os zeros são: x^2 – 6x + 8 = 0 => (x – 4).(x – 2) = 0. Logo, A = (2, 0) e B = (4, 0).

v) A altura do triângulo é a ordenada do vértice (em módulo).

Temos: b = B – A = 2 e altura 1. Área = $\frac{(1).(2)}{2}$ **= 1.**

Questão 14. Um grupo de alunos do grêmio estudantil do CMRJ, numa excursão, alugou uma van por R$ 342,00, valor que deveria ser dividido igualmente entre esses alunos. Contudo, no fim do passeio, três alunos ficaram sem dinheiro, e os outros tiveram que completar o total, pagando, cada um deles, R$ 19,00 a mais. Podemos afirmar que o total de alunos é um número:

(A) múltiplo de 2. (B) divisível por 5. **(C)** múltiplo de 3. (D) primo. (E) divisível por 19.

Solução. Considerando N o número de alunos pagantes incialmente. Cada pagaria 342/N. Como 3 alunos não puderam pagar, o total de alunos pagantes passou a ser (N – 3) e cada um desses passou a pagar (342/N + 19).

Resolvendo a equação (N – 3).(342/N + 19) = 342, temos:

$(N-3).\left(\frac{342}{N}+19\right)=342 \Rightarrow 342+19N-\frac{1026}{N}-57=342 \Rightarrow 19N^2-57N-1026=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 19N^2-57N-1026=0 \Rightarrow N=\frac{57\pm\sqrt{3249-4.(19).(1026)}}{38}=\frac{57\pm\sqrt{3249+77976}}{38} \Rightarrow$

$\Rightarrow N=\frac{57\pm\sqrt{81225}}{38}=\frac{57\pm 285}{38} \Rightarrow (parte\ positiva): N=\frac{57+285}{38}=\frac{342}{38}=9.$

Esse número é múltiplo de 3.

OBS: Verificando, temos: Inicialmente são 9 pagantes. Cada um pagaria (342 ÷ 9) = R$38,00. Como 3 alunos não puderam pagar, os seis alunos pagaram (342 ÷ 9) = R$57,00. Este valor é R$19,00 maior que R$38,00.

Questão 15. Uma lanchonete próxima ao CMRJ vende, em média, 400 sanduíches por dia, a um preço de R$ 8,00 a unidade. O proprietário observa que, para cada R$ 1,00 de desconto, as vendas aumentam em 100 unidades. Considerando x o valor, em reais, do desconto dado no preço do sanduíche e R o valor, em reais, da receita obtida com a venda dos sanduíches, então a expressão que relaciona R e x é:

(A) $R=-x^2+4x+32$. **(B)** $R=-100x^2+400x+3200$. (C) $R=100x^2+400x+3200$.

(D) $R=-100x^2-400x+3200$. (E) $R=-100x^2-400x-3200$.

Solução. Observando a situação na tabela abaixo, temos:

	Preço unitário (R$)	Quantidade vendida	Receita (R$)
Sem desconto	8	400	8.(400) = 3200
Desconto de R$1,00	8 – 1	[400 + (1).(100)]	(8 – 1). [400 + (1).(100)]
Desconto de R$2,00	8 – 2	[400 + (2).(100)]	(8 – 2). [400 + (2).(100)]
....	...	...	...
Desconto de x reais	8 – x	[400 + (x).(100)]	(8 – x). [400 + (x).(100)]

$R=(8-x).[400+(x).(100)]=(8-x).(400+100x)=3200+800x-400x-100x^2$.

$R=-100x^2+400x+3200$.

Questão 16. Sabendo que α e β são as raízes da equação $(x-2)(x-3)+(x-3)(x+1)+(x+1)(x-2)=0$, o valor de $\frac{1}{(\alpha+1)(\beta+1)}+\frac{1}{(\alpha-2)(\beta-2)}+\frac{1}{(\alpha-3)(\beta-3)}$ está entre:

a) 2 e 4 b) – 3 e – 2 c) 1 e 2 **d)** – 1 e 1 e) 5 e 7

Solução. Desenvolvendo a equação, temos:

$(x-2).(x-3)+(x-3).(x+1)+(x+1).(x-2)=0 \Rightarrow x^2-5x+6+x^2-2x-3+x^2-x-2=0 \Rightarrow$

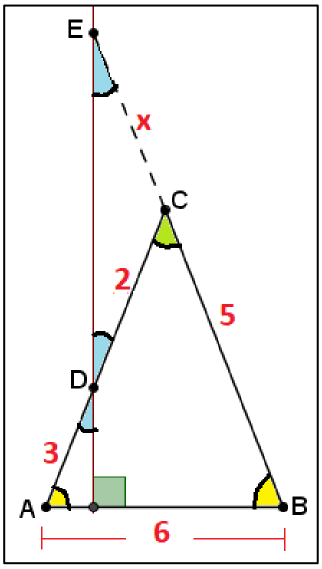
$\Rightarrow 3x^2-8x+1=0$. Pelas relações de Girard, temos: $\begin{cases} Soma: \alpha+\beta=-\frac{(-8)}{3}=\frac{8}{3} \\ Produto: \alpha.\beta=\frac{1}{3}\end{cases}$.

Desenvolvendo a expressão fracionária, temos: $\frac{1}{(\alpha+1)(\beta+1)}+\frac{1}{(\alpha-2)(\beta-2)}+\frac{1}{(\alpha-3)(\beta-3)}=$

$=\frac{1}{\alpha.\beta+(\alpha+\beta)+1}+\frac{1}{\alpha.\beta-2(\alpha+\beta)+4}+\frac{1}{\alpha.\beta-3(\alpha+\beta)+9}=\frac{1}{\frac{1}{3}+\frac{8}{3}+1}+\frac{1}{\frac{1}{3}-\frac{16}{3}+4}+\frac{1}{\frac{1}{3}-\frac{24}{3}+9}=$

$=\frac{1}{3+1}+\frac{1}{-5+4}+\frac{1}{-\frac{23}{3}+9}=\frac{1}{4}-1+\frac{1}{\frac{4}{3}}=\frac{1}{4}-1+\frac{3}{4}=-1+1=0.$

Questão 17. O triângulo ABC é isósceles de base $\overline{AB}$ e perímetro 16 cm. Sobre o lado $\overline{AC}$, toma-se um ponto D tal que $\overline{AD}$ mede 3 cm. A reta perpendicular a $\overline{AB}$ passando por D intersecta o prolongamento de $\overline{BC}$ no ponto E. Se $\overline{AB}$ mede 6 cm, a medida de $\overline{CE}$, em centímetros, é:



(A) 5. (B) 4,5. (C) 3. **(D)** 2. (E) 6.

Solução. Como AB mede 6 cm, os outros dois lados do triângulo isósceles medem 5 cm, pois o perímetro vale 16 cm.

No prolongamento de BC formamos dois triângulos retângulos semelhantes e devido aos ângulos opostos pelo vértice serem congruentes, o triângulo EDC é isósceles.

Como DC mede 2 cm, CE também medirá 2 cm.

Questão 18. O número irracional $\dfrac{1}{\sqrt[4]{49+20\sqrt{6}}}$ é igual a:

(A) $\sqrt{7}-\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{7}-2$ (D) $\sqrt[4]{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$ **(E)** $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

Solução. Reescrevendo o número da forma $\dfrac{1}{\sqrt[2]{\sqrt[2]{49+20\sqrt{6}}}}$ e utilizando radicais duplos duas vezes, temos:

$$\text{i) } \sqrt[2]{49+20\sqrt{6}} = \sqrt[2]{49+\sqrt{2400}} = \sqrt[2]{\frac{49+\sqrt{49^2-2400}}{2}} + \sqrt[2]{\frac{49-\sqrt{49^2-2400}}{2}} =$$

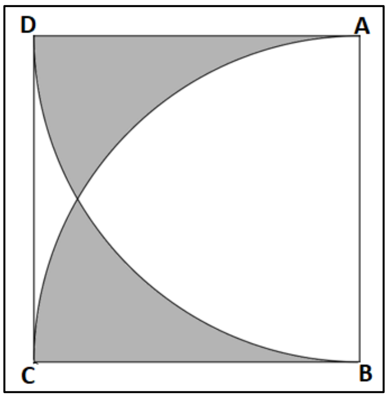
$$= \sqrt[2]{\frac{49+\sqrt{2401-2400}}{2}} + \sqrt[2]{\frac{49-\sqrt{2401-2400}}{2}} = \sqrt[2]{\frac{49+1}{2}} + \sqrt[2]{\frac{49-1}{2}} = \sqrt[2]{25} + \sqrt[2]{24} = 5 + \sqrt[2]{24};$$

$$\text{ii) } \sqrt[2]{\sqrt[2]{49+20\sqrt{6}}} =) \sqrt[2]{5+\sqrt[2]{24}} = \sqrt[2]{\frac{5+\sqrt{5^2-24}}{2}} + \sqrt[2]{\frac{5-\sqrt{5^2-24}}{2}} = \sqrt{3}+\sqrt{2};$$

$$\text{iii) } \frac{1}{\sqrt[4]{49+20\sqrt{6}}} = \frac{1}{\sqrt[2]{\sqrt[2]{49+20\sqrt{6}}}} = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right) = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3}-\sqrt{2}.$$

Questão 19. Na figura a seguir, o lado do quadrado ABCD tem medida 8 cm e, com centros nos pontos B e A respectivamente, traçam-se os arcos de circunferência AC e BD.

A área da parte hachurada da figura mede:

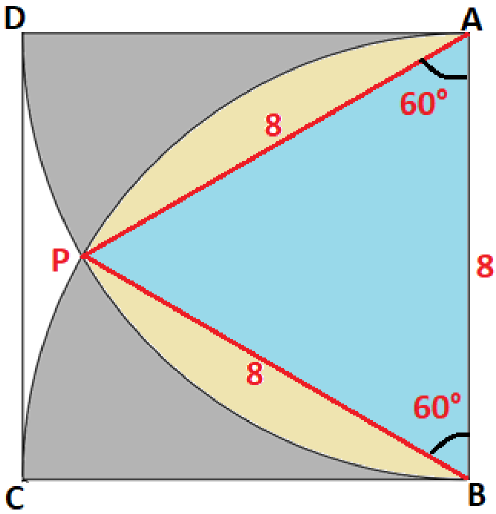


(A) $16.\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}\right)$ cm^2 **(B)** $32.\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}\right)$ cm^2

(C) $32.\left(\sqrt{3}+\frac{2\pi}{3}\right)$ cm^2 (D) $32.\pi$ cm^2

(E) $\left(\sqrt{3}+\pi\right)$ cm^2

Solução. A área pedida será a diferença entre as somas das áreas de dois setores circulares de 90° e a soma das áreas de 1 triângulo equilátero com dois segmentos circulares iguais, como mostra a figura.



i) Área dos setores circulares de 90° (CBA e BAD): $\frac{\pi.(8)^2}{4} = 16\pi$ **cm²** **(cada um);**

ii) Área do triângulo equilátero APB: $\frac{(8)^2.\sqrt{3}}{4} = 16.\sqrt{3}$ **cm²;**

iii) Área dos segmentos circulares (PBA e PAB) = $\frac{\pi.(8)^2}{6} - 16.\sqrt{3} = \frac{32\pi}{3} - 16.\sqrt{3}$ **(cada um);**

iv) Uma parte hachurada vale a área do segmento de 90° - 2 x área do segmento – área do triângulo equilátero:

$16\pi - 2 \times \left(\frac{32\pi}{3} - 16.\sqrt{3}\right) - 16.\sqrt{3} = 16\pi - \frac{64\pi}{3} + 32.\sqrt{3} - 16.\sqrt{3} = -\frac{16\pi}{3} + 16.\sqrt{3}$.

v) As duas partes hachuradas = $2.\left(16\sqrt{3} - \frac{16\pi}{3}\right) = 2.16.\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 32.\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right)$ **cm².**

Questão 20. O vértice A de um hexágono regular ABCDEF pertence à reta r conforme a figura abaixo.
Se os pontos F e B distam da reta r, respectivamente, $2cm$ e $3cm$, a área de ABCDEF mede:

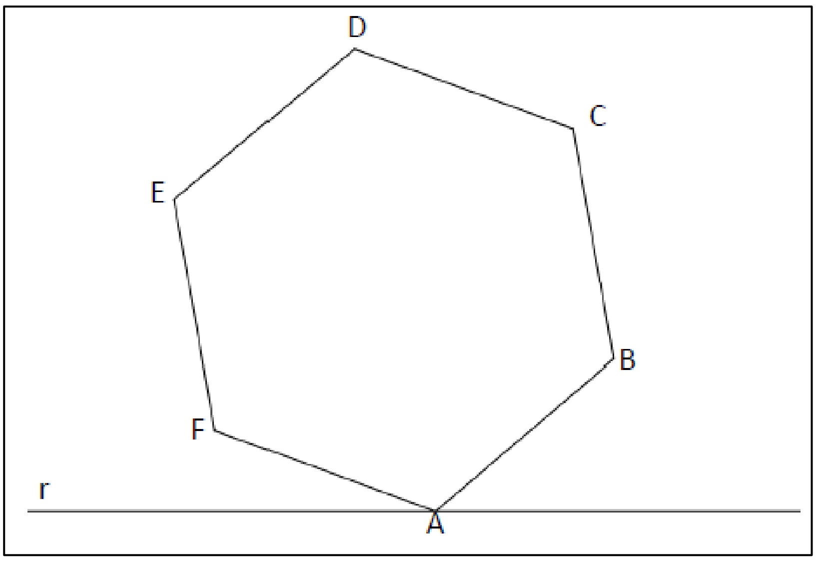
(A) 36 cm²

(B) $13\sqrt{3}$ cm²

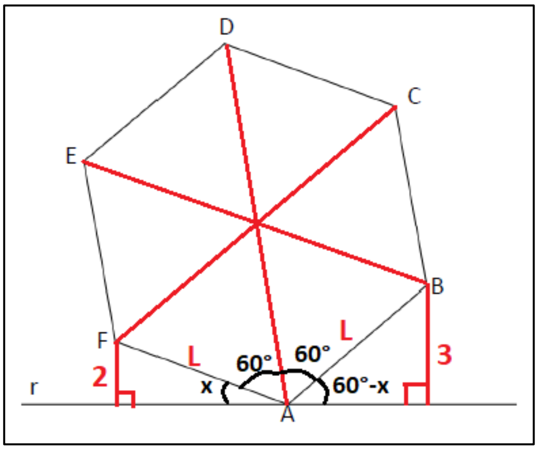
(C) 13 cm²

(D) $38\sqrt{3}$ cm²

(E) 25 cm²



Solução. Os ângulos internos de um hexágono regular medem 120°. A área desse hexágono vale o sêxtuplo da área do triângulo equilátero formado unindo o centro do hexágono aos vértices. Desse modo, observando a figura e utilizando as relações trigonométricas, temos:



i) sen x = $\frac{2}{L}$;

ii) sen(60° – x) = $\frac{3}{L}$ **=> sen60° cosx – senx.cos60° =** $\frac{3}{L}$ **=>**

$$=> \frac{\sqrt{3}}{2}.\cos x - \frac{2}{L}.\frac{1}{2} = \frac{3}{L} => \frac{\sqrt{3}}{2}.\cos x = \frac{3}{L} + \frac{1}{L} =>$$

$$=> \cos x = \frac{8}{\sqrt{3}L} => \cos x = \frac{8/\sqrt{3}}{L}.$$

iii) Pela razão trigonométrica, o segmento adjacente ao ângulo x mede $\frac{8}{\sqrt{3}}$.

iv) Aplicando a relação de Pitágoras, temos: $L^2 = 2^2 + \left(\frac{8}{\sqrt{3}}\right)^2 => L^2 = 4 + \frac{64}{3} = \frac{76}{3}$.

v) A área do hexágono vale: $\frac{3.L^2.\sqrt{3}}{2} = \frac{3.(76/3).\sqrt{3}}{2} = 38\sqrt{3}$ **cm²**.