

**MATEMÁTICA - GABARITO**

(Prof. Walter Tadeu Nogueira da Silveira – [www.professorwaltertadeu.mat.br](http://www.professorwaltertadeu.mat.br))

Questão 1. A expressão  $\sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{\frac{2}{5}}$  é igual a:

- (A) -1                      (B)  $\sqrt{\frac{10}{3}}$                       (C)  $\frac{3}{\sqrt{11}}$                       (D)  $\frac{10}{\sqrt{3}}$                       (E)  $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

**Solução. Racionalizando cada termo, temos:**

$$\sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{(\sqrt{2})}{(\sqrt{2})} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{(\sqrt{5})}{(\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{10}}{2} - \frac{\sqrt{10}}{5} = \frac{5\sqrt{10} - 2\sqrt{10}}{10} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

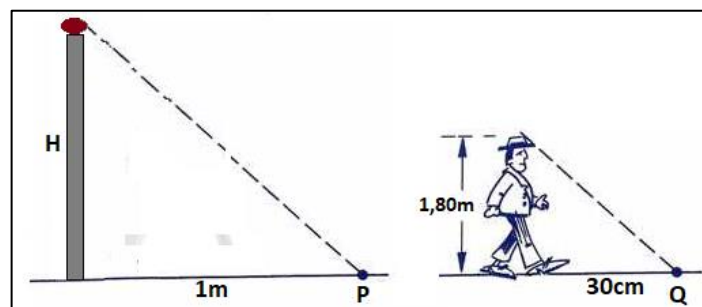
Questão 2. A sombra de um homem que tem 1,80 m de altura mede 30 cm. No mesmo instante, ao seu lado, a sombra projetada de um poste mede 1 m. Se, após algumas horas, a sombra do poste diminui 60 cm, a sombra do referido homem passou a medir:

- (A) 6 cm                      (B) 12 cm                      (C) 18 cm                      (D) 24 cm                      (E) 30 cm

**Solução. Os triângulos são semelhantes, pois a luz incide sobre o poste e o homem ao mesmo tempo. No**

**instante em questão, temos:**  $\frac{H}{100 \text{ cm}} = \frac{180 \text{ cm}}{30 \text{ cm}} \Rightarrow H = \frac{(180) \cdot (100)}{30 \text{ cm}} = 600 \text{ cm}$ .

**No segundo momento, temos:**  $\frac{600}{(100-60)} = \frac{180}{x} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{3}{x} \Rightarrow x = 12 \text{ cm}$ .



Questão 3. A diferença entre as medidas do ângulo interno e do ângulo externo de um polígono regular vale 144°. O número de lados deste polígono é igual a:

- (A) 18                      (B) 20                      (C) 22                      (D) 24                      (E) 26

**Solução. Utilizando as fórmulas, temos:**

$$\frac{180^\circ(n-2)}{n} - \frac{360^\circ}{n} = 144^\circ \Rightarrow 180^\circ n - 360^\circ - 360^\circ = 144^\circ n \Rightarrow 180^\circ n - 144^\circ n = 720^\circ \Rightarrow n = \frac{720^\circ}{36^\circ} = 20$$

Questão 4. Em um dado triângulo retângulo, o perímetro é 30 cm e a soma dos quadrados das medidas dos lados é 338 cm<sup>2</sup>. O módulo da diferença entre as medidas, em cm, dos catetos desse triângulo é igual a:

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

**Solução.** Considerando  $a$  como hipotenusa,  $b$  e  $c$  catetos, temos:

i)  $a + b + c = 30$ ;

ii)  $a^2 + b^2 + c^2 = 338$ . Pela relação de Pitágoras,  $a^2 = b^2 + c^2$ . Logo,  $2a^2 = 338 \Rightarrow a^2 = 169 \Rightarrow a = \sqrt{169} = 13$  cm.

iii)  $b + c = 30 - 13 = 17$ . Logo, os catetos medem 5 cm e 12 cm. A diferença entre eles é de  $(12 - 5) = 7$  cm.

Questão 5. Simplificando a expressão  $\frac{\frac{x}{x-a} + \frac{a}{x+a}}{\frac{x}{x-a} - \frac{a}{x+a}} + \frac{2a}{a - \frac{x(x+a)}{x-a}}$  definida no conjunto dos números reais, encontramos o valor:

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

**Solução.** Efetuando as operações algébricas convenientes, temos:

$$\begin{aligned} \frac{\frac{x}{x-a} + \frac{a}{x+a}}{\frac{x}{x-a} - \frac{a}{x+a}} + \frac{2a}{a - \frac{x(x+a)}{x-a}} &= \frac{\frac{x(x+a) + a(x-a)}{x^2 - a^2}}{\frac{x(x+a) - a(x-a)}{x^2 - a^2}} + \frac{2a}{\frac{a(x-a) - x(x+a)}{x-a}} = \frac{\frac{x^2 + 2ax - a^2}{x^2 - a^2}}{\frac{x^2 - a^2}{x^2 + a^2}} + \frac{2a}{\frac{-(a^2 + x^2)}{x-a}} = \\ &= \frac{\frac{x^2 + 2ax - a^2}{x^2 - a^2}}{\frac{x^2 + a^2}{x^2 - a^2}} + \frac{2a}{\frac{-(a^2 + x^2)}{x-a}} = \frac{x^2 + 2ax - a^2}{x^2 - a^2} \cdot \frac{x^2 - a^2}{x^2 + a^2} - \frac{2a(x-a)}{x^2 + a^2} = \frac{x^2 + 2ax - a^2 - 2ax + 2a^2}{x^2 + a^2} = \\ &= \frac{x^2 + a^2}{x^2 + a^2} = 1. \end{aligned}$$

Questão 6. Reduzindo  $\frac{\sqrt[3]{\frac{a^{-2}}{b^{-1}} \sqrt{\frac{b^{-2}}{a^{-1}}}}}{\sqrt[4]{\frac{a}{b} \sqrt{\frac{a^{-3}}{b^{-5}}}}} \times \sqrt{\sqrt{\sqrt{\frac{a^{-1}}{b}}}}$  à expressão mais simples, encontramos:

- (A)  $\sqrt{\frac{a}{b}}$  (B)  $\sqrt{\frac{b}{a}}$  (C)  $\sqrt{\frac{1}{ab}}$  (D)  $\sqrt{ab}$  (E)  $\sqrt{\frac{a^2}{b}}$

**Solução.** Utilizando as propriedades das potências e radicais, temos:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[3]{\frac{a^{-2}}{b^{-1}} \sqrt{\frac{b^{-2}}{a^{-1}}}}}{\sqrt[4]{\frac{a}{b} \sqrt{\frac{a^{-3}}{b^{-5}}}}} \times \sqrt{\sqrt{\sqrt{\frac{a^{-1}}{b}}}} &= \frac{\sqrt[3]{\frac{b}{a^2} \sqrt{\frac{a}{b^2}}}}{\sqrt[4]{\frac{a}{b} \sqrt{\frac{b^5}{a^3}}}} \times \sqrt[8]{\frac{1}{ab}} = \frac{\sqrt[6]{\frac{b^2 a}{a^4 b^2}}}{\sqrt[8]{\frac{a^2 b^5}{b^2 a^3}}} \times \sqrt[8]{\frac{1}{ab}} = \frac{\sqrt[6]{\frac{1}{a^3}}}{\sqrt[8]{\frac{b^3}{a}}} \times \sqrt[8]{\frac{1}{ab}} = \\ &= \sqrt[6]{\frac{1}{a}} \times \sqrt[8]{\frac{a}{b^3}} \times \sqrt[8]{\frac{1}{ab}} = \sqrt[6]{\frac{1}{a}} \times \sqrt[8]{\frac{1}{b^4}} = \sqrt[6]{\frac{1}{a}} \times \sqrt[8]{\frac{1}{b}} = \sqrt[24]{\frac{1}{ab}}. \end{aligned}$$

Questão 7. Sendo  $a = \frac{7}{18}$ ,  $b = \frac{5}{8}$  e  $c = \frac{2}{9}$ , o valor numérico da expressão abaixo vale:

$$\boxed{(3a + b - 2c)^2 - (2a - 3c)^2 + 5(c - a)(a + c) + b(2a - b)}$$

- (A) 0                      (B)  $\frac{4}{9}$                       (C) 1                      (D)  $\frac{35}{27}$                       (E)  $\frac{25}{18}$

**Solução.** Simplificando a expressão antes da substituição, temos:

$$\begin{aligned} \text{i) } & 9a^2 + b^2 + 4c^2 + 6ab - 12ac - 4bc - (4a^2 - 12ac + 9c^2) + 5c^2 - 5a^2 + 2ab - b^2 = \\ & = 9a^2 + b^2 + 4c^2 + 6ab - 12ac - 4bc - 4a^2 + 12ac - 9c^2 + 5c^2 - 5a^2 + 2ab - b^2 = \\ & = 8ab - 4bc = 4b \cdot (2a - c). \end{aligned}$$

$$\text{ii) Substituindo, vem: } 4 \cdot \left(\frac{5}{8}\right) \cdot \left(\frac{14}{18} - \frac{2}{9}\right) = \left(\frac{5}{2}\right) \cdot \left(\frac{14 - 4}{18}\right) = \left(\frac{5}{2}\right) \cdot \left(\frac{10}{18}\right) = \left(\frac{5}{2}\right) \cdot \left(\frac{5}{9}\right) = \frac{25}{18}.$$

Questão 8. Considere a função afim  $f$ , representada no gráfico abaixo. Sabendo-se que A (3,1); B (0,1) e que C é o ponto de interseção do gráfico de  $f$  com o eixo das ordenadas, a área do triângulo ABC é, em unidades de área, igual a:

- (A) 10                      (B) 9                      (C) 8,5                      (D) 7,5                      (E) 6

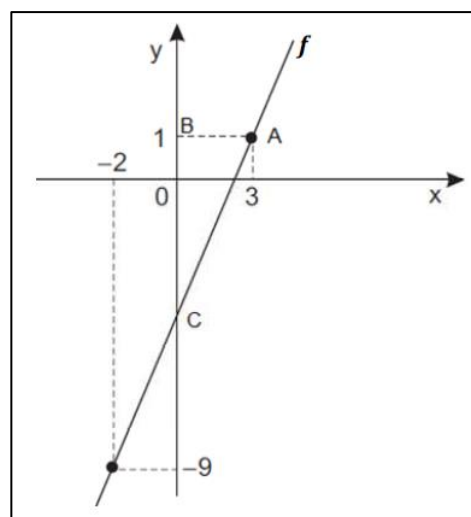
**Solução.** Os pontos (-2, 9) e A (3, 1) pertencem ao gráfico da função afim. Logo, satisfazem à lei da função, temos:

$$\text{i) } \begin{cases} -9 = a \cdot (-2) + b \\ 1 = a(3) + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a + b = -9 \rightarrow \times (-1) \\ 3a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5a = 10 \Rightarrow a = 2. \text{ Logo, } b = 1 - 2 \cdot (3) = -5.$$

ii) A função afim é  $f(x) = 2x - 5$ . O ponto C é (0, -5).

iii) Os catetos do triângulo ABC medem: BC = 6 e AB = 3. Dessa forma a área vale:  $\frac{(6) \cdot (3)}{2} = 9$ .



Questão 9. Incumbidos de distribuir 380 envelopes de provas, Jean e Marcelo dividiram entre si essa quantidade, de modo que Jean necessitou de 110% do tempo gasto por Marcelo. Se Marcelo, por questões de logística, trabalhou com 80% da capacidade de Jean, é correto afirmar que:

- (A) Jean distribuiu 220 envelopes.  
 (B) Jean distribuiu 50 envelopes a mais que Marcelo.  
 (C) Jean e Marcelo distribuíram a mesma quantidade de envelopes.  
 (D) Marcelo distribuiu 200 envelopes.  
 (E) Marcelo distribuiu 40 envelopes menos que Jean.

**Solução.** Capacidade é a razão entre um trabalho e o tempo para execução desse trabalho. Se a capacidade C de uma pessoa é de entregar N envelopes em um tempo t, então o total de envelopes entregues é (N x t). Dessa forma, temos:

i) Número de envelopes entregues por Marcelo:  $C(M) \times t(M)$ ;

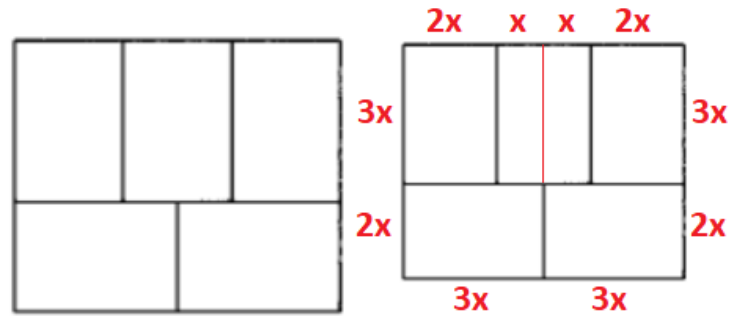
ii) Número de envelopes entregues por Jean:  $C(J) \times t(J)$ ;

$$\text{iii) } C(M) = 0,8 \cdot C(J) = \frac{8 \cdot C(J)}{10} \text{ e } t(J) = 1,1 \cdot t(M) \Rightarrow t(J) = \frac{11 \cdot t(M)}{10} \Rightarrow t(M) = \frac{10 \cdot t(J)}{11} \Rightarrow ;$$

$$\text{iv) } C(J) \cdot t(J) + C(M) \cdot t(M) = 380 \Rightarrow C(J) \cdot t(J) + \frac{8 \cdot C(J)}{10} \cdot \frac{10 \cdot t(J)}{11} = 380 \Rightarrow C(J) \cdot t(J) + \frac{8 \cdot C(J) \cdot t(J)}{11} = 380 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 11 \cdot C(J) \cdot t(J) + 8 \cdot C(J) \cdot t(J) = 4180 \Rightarrow 19 \cdot C(J) \cdot t(J) = 4180 \Rightarrow C(J) \cdot t(J) = \frac{4180}{19} = 220. \text{ Este é o número de envelopes distribuídos por Jean.}$$

Questão 10. O retângulo da figura, cujo perímetro é 176 cm, está dividido em cinco retângulos congruentes entre si. A área de cada um desses 5 retângulos, em  $\text{cm}^2$ , é:



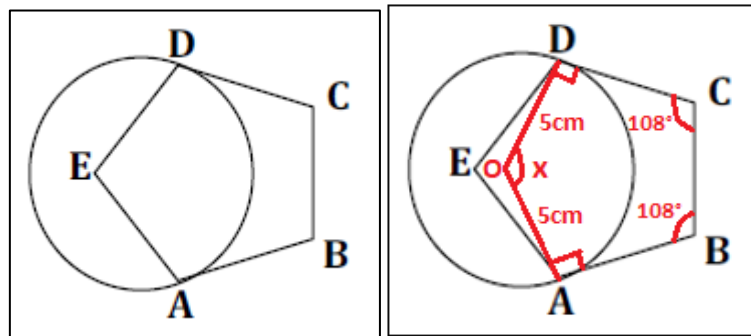
- (A) 246                      (B) 320                      (C) 384                      (D) 408                      (E) 510

**Solução.** Observando as medidas expressas na figura, temos:

i)  $2 \cdot (6x + 5x) = 176 \Rightarrow 22x = 176 \Rightarrow x = \frac{176}{22} = 8 \text{ cm};$

ii) A área de cada retângulo é:  $A = (2x) \cdot (3x) = (16) \cdot (24) = 384 \text{ cm}^2.$

Questão 11. Os lados **AB** e **CD** do pentágono regular da figura abaixo são tangentes à circunferência de raio 5 cm nos pontos **A** e **D**, respectivamente. Nestas condições, a medida do comprimento do menor arco  $\widehat{AD}$  da figura, em centímetros, vale:



- (A)  $4\pi$                       (B)  $5\pi$                       (C)  $\frac{4\pi}{3}$                       (D)  $\frac{9\pi}{2}$                       (E)  $7\pi$

**Solução.** A soma dos ângulos internos de qualquer pentágono é  $S_i = 180^\circ \cdot (5 - 2) = 180^\circ \cdot (3) = 540^\circ.$

Cada ângulo interno do pentágono regular é  $A_i = \frac{180^\circ \cdot (5-2)}{5} = \frac{180^\circ \cdot 3}{5} = (36^\circ) \cdot (3) = 108^\circ.$

O ângulo entre o raio e a tangente à circunferência é  $90^\circ.$  Dessa forma  $x = 540^\circ - (180^\circ + 216^\circ) = 144^\circ.$

Calculando o comprimento do menor arco  $\widehat{AD}$  vem:  $\frac{360^\circ}{2 \cdot \pi \cdot (5)} = \frac{144^\circ}{\widehat{AD}} \Rightarrow \widehat{AD} = \frac{(144^\circ) \cdot (10\pi)}{360} = \frac{(144^\circ) \cdot \pi}{36} = 4\pi.$

Questão 12. Os professores Sobral, Euler e Gil dividiram entre si a tarefa de corrigir 561 provas de um concurso para o Magistério Militar. Sabe-se que Euler corrigiu 60% do número de provas corrigidas por Sobral e que Gil, por sua vez, corrigiu 45% da quantidade que coube a Euler. Com base nesses dados, é correto concluir que o número de provas corrigidas por um dos três é:

- (A) 120                      (B) 90                      (C) 81                      (D) 75                      (E) 60

**Solução.** Considerando **S**, **E** e **G**, o número de provas, respectivamente, de Sobral, Euler e Gil, temos:

i) Sobral corrigiu **S**, Euler corrigiu  $0,6 \cdot S$  e Gil corrigiu  $0,45 \cdot (0,6 \cdot S) = 0,27 \cdot S;$

ii)  $S + 0,6 \cdot S + 0,27 \cdot S = 561 \Rightarrow 1,87 \cdot S = 561 \Rightarrow S = \frac{561}{1,87} = 300.$

iii) Substituindo, temos:  $E = 0,6 \cdot (300) = 180$  e  $G = 561 - (180 + 300) = 561 - 480 = 81.$

Questão 13. Resolvendo a equação  $x^2 - 6x + 9 = 4\sqrt{x^2 - 6x + 6}$ , encontramos para soma das raízes inteiras o valor:

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

**Solução. Utilizando produtos notáveis e completando quadrados no radicando do 2º membro, temos:**

$$i) (x^2 - 6x + 9)^2 = 4\sqrt{x^2 - 6x + 6} \Rightarrow (x - 3)^2 = 4\sqrt{x^2 - 6x + 6 + 3 - 3} \Rightarrow (x - 3)^2 = 4\sqrt{x^2 - 6x + 9 - 3} \Rightarrow \\ \Rightarrow (x - 3)^2 = 4\sqrt{(x - 3)^2 - 3}.$$

$$ii) \text{ Substituindo } y = (x - 3)^2, \text{ temos: } y = 4\sqrt{y - 3} \Rightarrow y^2 = 16(y - 3) \Rightarrow y^2 - 16y + 48 = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow (y - 12)(y - 4) = 0 \Rightarrow y = 12 \text{ ou } y = 4.$$

$$iii) \text{ Se } y = 12, \text{ temos: } (x - 3)^2 = 12 \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = \sqrt{12} \Rightarrow x = 3 + \sqrt{12} \\ x - 3 = -\sqrt{12} \Rightarrow x = 3 - \sqrt{12} \end{cases} \text{ Essas raízes não são inteiras.}$$

$$\text{Se } y = 4, \text{ temos: } (x - 3)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = \sqrt{4} \Rightarrow x = 3 + 2 \Rightarrow x = 5 \\ x - 3 = -\sqrt{4} \Rightarrow x = 3 - 2 \Rightarrow x = 1 \end{cases} \text{ Essas raízes são inteiras com soma } 6.$$

Questão 14. Quatro irmãos possuem juntos um total de R\$ 71,00. Se a quantidade de dinheiro do primeiro fosse aumentada de R\$ 4,00, a do segundo diminuída de R\$ 3,00, a do terceiro reduzida a metade e, ainda a do quarto fosse duplicada, todos os irmãos teriam a mesma importância. O valor da importância final de cada um dos irmãos, em reais, é:

- (A) R\$ 13,00 (B) R\$ 14,00 (C) R\$ 15,00 (D) R\$ 16,00 (E) R\$ 17,00

**Solução. Considerando as quantidades dos irmãos são  $1^\circ = x, 2^\circ = y, 3^\circ = z$  e  $4^\circ = w$ .**

$$i) x + y + z + w = 71;$$

$$ii) (x + 4) = (y - 3) = z/2 = 2w \Rightarrow \begin{cases} x + 4 = y - 3 \Rightarrow x = y - 7 \\ y - 3 = \frac{z}{2} \Rightarrow y = 3 + \frac{z}{2} \\ \frac{z}{2} = 2w \Rightarrow z = 4w \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 + 2w - 7 = 2w - 4 \\ y = 3 + \frac{4w}{2} = 3 + 2w \\ \frac{z}{2} = 2w \Rightarrow z = 4w \end{cases}.$$

$$iii) 2w - 4 + 3 + 2w + 4w + w = 71 \Rightarrow 9w - 1 = 71 \Rightarrow 9w = 72 \Rightarrow w = 8.$$

$$iv) \text{ Os valores iniciais são: } w = 8, z = 4 \cdot (8) = 32, y = 3 + 2(8) = 19 \text{ e } x = 2 \cdot (8) - 4 = 12.$$

$$(\text{OBS: } 8 + 32 + 19 + 12 = 71)$$

$$v) \text{ Com as mudanças propostas, temos: } (12 + 4) = (19 - 3) = 32/2 = 2 \cdot (8) = \text{R\$16,00.}$$

Questão 15. Em uma reunião havia apenas oficiais de Marinha, do Exército e da Aeronáutica. Se todos os oficiais da Aeronáutica se retirassem da reunião, os oficiais de Marinha passariam a representar 40% dos restantes. Se, ao contrário, fossem retirados todos os oficiais de Marinha, os militares do Exército representariam 90% dos presentes à reunião. A razão entre a quantidade de militares da Aeronáutica e a quantidade de militares de Marinha presentes à reunião seria igual a:

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{4}$  (C)  $\frac{1}{5}$  (D)  $\frac{1}{6}$  (E)  $\frac{1}{9}$

**Solução. De acordo com as informações e considerando M, E, A as quantidades de oficiais, respectivamente, da Marinha, Exército e Aeronáutica, temos: Total = M + E + A.**

$$i) \text{ Saindo todos os oficiais da Aeronáutica: } M = 0,4 \cdot (M + E);$$

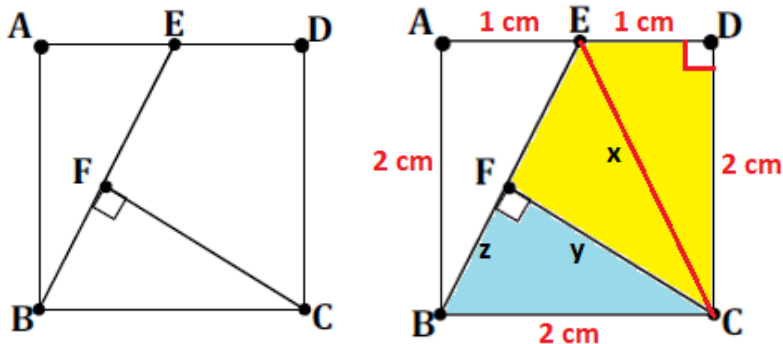
$$ii) \text{ Saindo todos os oficiais da Marinha: } E = 0,9 \cdot (A + E);$$

$$iii) M = 0,4M + 0,4E \Rightarrow 0,6M = 0,4E \Rightarrow M = \frac{4E}{6} = \frac{2E}{3};$$

$$E = 0,9A + 0,9E \Rightarrow 0,9A = 0,1E \Rightarrow A = \frac{1E}{9};$$

$$\text{Logo, } \frac{A}{M} = \frac{1E/9}{2E/3} = \frac{1E}{9} \cdot \frac{3}{2E} = \frac{1}{6}.$$

Questão 16. Na figura, **ABCD** é um quadrado de lado 2 cm, **E** é o ponto médio de **AD** e **F** está sobre **BE**. Se **CF** é perpendicular a **BE**, então a área do quadrilátero **CDEF**, em **cm<sup>2</sup>**, é:



(A)  $\frac{11}{5}$

(B)  $3 - \frac{\sqrt{3}}{2}$

(C)  $\sqrt{5}$

(D) 2

(E)  $\frac{7}{4}$

**Solução.** Calculando as medidas e áreas convenientes, temos:

i) Área do quadrado =  $2^2 = 4 \text{ cm}^2$ ;

ii) Área do triângulo EDC =  $\frac{(2) \cdot (1)}{2} = 1 \text{ cm}^2$ ;

iii) Área do triângulo EBC =  $\frac{(2) \cdot (2)}{2} = 2 \text{ cm}^2$ ;

iv) Medida do segmento (hipotenusa) EC =  $x = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} \text{ cm}$ ;

v) BE = EC. A altura do triângulo EBC é y (em relação à BE). Logo,  $\frac{(\sqrt{5}) \cdot (y)}{2} = 2 \Rightarrow y = \frac{4 \cdot \sqrt{5}}{5} \text{ cm}^2$ ;

vi) Medida de BF =  $z = \sqrt{2^2 - \left(\frac{4 \cdot \sqrt{5}}{5}\right)^2} = \sqrt{4 - \left(\frac{16}{5}\right)} = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \text{ cm}$ ;

vii) Área do triângulo FBC =  $\frac{\left(\frac{4 \cdot \sqrt{5}}{5}\right) \cdot \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)}{2} = \frac{\left(\frac{8}{5}\right)}{2} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \text{ cm}^2$ ;

viii) Área do triângulo EFC =  $2 - \frac{4}{5} = \frac{6}{5} \text{ cm}^2$ ;

A área do quadrilátero CDEF =  $1 + \frac{6}{5} = \frac{11}{5} \text{ cm}^2$ .

Questão 17. Paulo é mais velho que Rebecca. Ele observou que quando trocava a ordem dos dois algarismos de sua idade (um número inteiro), obtinha a idade de Rebecca. Além disso, a diferença entre os quadrados de suas idades é o quadrado de um número inteiro. Assim, a soma das idades de Paulo e Rebecca é igual a:

(A) 55

(B) 77

(C) 121

(D) 99

(E) 187

**Solução.** A idade de Paulo é (ab) =  $10a + b$  e a idade de Rebecca é (ba) =  $10b + a$ . De acordo, ainda com o enunciado, temos:

$$(10a + b)^2 - (10b + a)^2 = k^2, \text{ k inteiro.}$$

$$100a^2 + 20ab + b^2 - (100b^2 + 20ab + a^2) = k^2$$

$$100a^2 + 20ab + b^2 - 100b^2 - 20ab - a^2 = k^2$$

$$99a^2 - 99b^2 = k^2$$

$$99 \cdot (a + b) \cdot (a - b) = k^2$$

$$3^2 \cdot 11 \cdot (a + b) \cdot (a - b) = k^2$$

Como  $3^2$  já é um quadrado perfeito, temos que  $(a + b) \cdot (a - b) = 11$ . A opção é (11) \cdot (1) = 11.

Logo,  $\begin{cases} a + b = 11 \\ a - b = 1 \end{cases} \Rightarrow 2a = 12 \Rightarrow a = 6 \text{ e } b = 5$ . Dessa forma, Paulo tem 65 anos e Rebecca, 56.

A soma de suas idades é:  $65 + 56 = 121$ .

Questão 18. Uma loja de departamentos possui um grande estoque de aparelhos de DVD. Ao realizar uma pesquisa de mercado verificou-se que ao preço unitário de R\$ 150,00 seriam vendidas 270 unidades e que cada redução de R\$ 10,00, no valor do produto, resultaria em um acréscimo de venda de 30 unidades. Qual valor de venda, em reais, permite que a receita seja máxima?

- (A) 90,00 (B) 100,00 (C) 110,00 (D) 120,00 (E) 130,00

**Solução.** Observe a construção dessa situação.

Preço unitário (R\$)	Quantidade	Receita (R\$)
150	270	$(150) \cdot (270) = 40.500$
$150 - 1 \cdot (10)$	$270 + 1 \cdot (30)$	$[150 - 1 \cdot 10] \cdot [270 + 1 \cdot (30)]$
$150 - 2 \cdot (10)$	$270 + 2 \cdot (30)$	$[150 - 2 \cdot 10] \cdot [270 + 2 \cdot (30)]$
...	...	....
$150 - x \cdot (10)$	$270 + x \cdot (30)$	$[150 - 10x] \cdot [270 + 30x]$

A receita é uma função quadrática com coeficiente do termo  $x^2$  negativo. Logo, possui máximo. Temos:

$$R(x) = -300x^2 + 4500x - 2700x + 40.500 = -300x^2 + 1800x + 40.500.$$

A redução máxima corresponde à abscissa do vértice:  $x_v = -\frac{1800}{2 \cdot (-300)} = \frac{1800}{600} = 3.$

Logo, a redução máxima será de  $3 \cdot (10) = R\$30,00$ . O valor de venda será:  $R\$150,00 - R\$30,00 = R\$120,00$ .

Questão 19. Sendo  $n$  um número inteiro e positivo, o valor do produto abaixo vale:

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{2n}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{2n+1}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{200}\right).$$

- (A) 0 (B)  $\frac{198}{200}$  (C) 1 (D)  $\frac{200}{199}$  (E)  $\frac{201}{200}$

**Solução.** O produto tem a seguinte forma:

$$= \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{5}{4} \cdot \frac{4}{5}\right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{2n+1}{2n} \cdot \frac{2n}{2n+1}\right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{199}{198} \cdot \frac{198}{199}\right) \cdot \frac{201}{200} = (1) \cdot (1) \cdot \dots \cdot (1) \cdot \frac{201}{200} = \frac{201}{200}.$$

Questão 20. A soma do triplo do suplemento do dobro da medida de um ângulo com a quarta parte do complemento da medida desse ângulo tem como resultado  $125^\circ$ . Então, podemos afirmar que o replemento da medida desse ângulo, em graus, é:

- (A) 200 (B) 210 (C) 240 (D) 260 (E) 290

**Solução.** Considerando  $x$  a medida do ângulo, temos:

$$3 \cdot (180^\circ - 2x) + \frac{90^\circ - x}{4} = 125^\circ \Rightarrow 12 \cdot (180^\circ - 2x) + 90^\circ - x = 500^\circ \Rightarrow 2160^\circ - 24x + 90^\circ - x = 500^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -25x = 500^\circ - 2250^\circ \Rightarrow 25x = 1750^\circ \Rightarrow x = 70^\circ.$$

O replemento é:  $360^\circ - 70^\circ = 290^\circ$ .