COLÉGIO MILITAR DO RIO DE JANEIRO
(Casa de Thomaz Coelho / 1889)
CONCURSO DE ADMISSÃO AO 1° ANO DO ENSINO MÉDIO 2007/2008
PROVA DE MATEMÁTICA
20 DE OUTUBRO DE 2007

MATEMÁTICA - GABARITO

(Prof. Walter Tadeu Nogueira da Silveira – www.professorwaltertadeu.mat.br)

Questão 1. O número de divisores positivos de 35 280 que, por sua vez, são divisíveis por 12, é

(A) 24 **(B)** 36 (C) 48 (D) 54 (E) 72

Solução. Observando as decomposições em fatores primos, temos:

35280	2
17640	2
8820	2
4410	2
2205	3
735	3
245	5
49	7
7	7
1	

12	2
6	2
3	3
1	

i) $\frac{35\,280}{12} = \frac{2^4 \times 3^2 \times 5 \times 7^2}{2^2 \times 3} = 2^2 \text{ x } 3 \text{ x } 5 \text{ x } 7^2$.

ii) N° de divisores de 2^2 x 3 x 5 x 7^2: (2 + 1). (1 + 1).(1 + 1).(2 + 1) = (3).(2).(2).(3) = 36.

Questão 2. Do quadrado de cada número natural maior do que 2 subtraímos o sucessor desse número. Desse modo, formamos a sequência 5, 11, 19, ... O primeiro elemento dessa sequência que não é um número primo é o:

(A) Quarto **(B)** Sexto (C) Sétimo (D) Nono (E) Décimo

Solução. Identificando a sequência, temos:

1° termo (n = 3): $3^2 – 4 = 9 – 4 = 5$;

2° termo (n = 4): $4^2 – 5 = 16 – 5 = 11$;

3° termo (n = 5): $5^2 – 6 = 25 – 6 = 19$;

4° termo (n = 6): $6^2 – 7 = 36 – 7 = 29$;

5° termo (n = 7): $7^2 – 8 = 49 – 8 = 41$;

6° termo (n = 8): $8^2 – 9 = 64 – 9 = 55$.

O número 55 não é primo: D(55) = {1, 5, 11, 55}.

O próximo é o 11° termo. Veja a tabela.

Termos	n	n^2	n + 1	n^2 - (n + 1)	
1º	3	9	4	5	
2º	4	16	5	11	
3º	5	25	6	19	
4º	6	36	7	29	
5º	7	49	8	41	
6º	8	64	9	55	Não é primo
7º	9	81	10	71	
8º	10	100	11	89	
9º	11	121	12	109	
10º	12	144	13	131	
11º	13	169	14	155	Não é primo

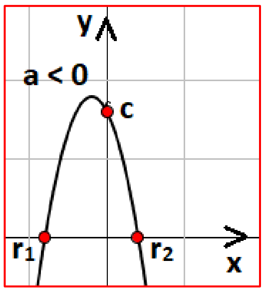
Questão 3. Dada a função ***f(x) = ax*^{2} + *bx* + *c*,** com ***a* < *0*** e ***c* > *0***, podemos concluir que o gráfico desta função:

(A) Não intercepta o eixo dos ***x.*** (B) É tangente ao eixo dos x.

(C) É secante ao eixo dos x e o intercepta em dois pontos, ambos de abscissa negativa

(D) É secante ao eixo dos x e o intercepta em dois pontos, ambos de abscissa positiva

(E) É secante ao eixo dos x e o intercepta em dois pontos, um de abscissa positiva e o outro, negativa



Solução. Se a < 0, a concavidade é para baixo. Como c > 0, então o produto dos zeros da função é negativo.

Logo, elas possuem sinais contrários. O gráfico é secante ao eixo x em dois pontos.

Questão 4. Na expansão decimal de $\frac{5}{39}$ o 2 007° algarismo depois da vírgula é:

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 5 **(E)** 8

Solução. Dividindo 5 por 39 encontramos a dízima periódica: 0,128205128205128205...

O período é 128205. São seis algarismos. Ordenando os algarismos desse período numa tabela onde as posições representam restos na divisão por seis, temos:

Posição	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Expansão	1	2	8	2	0	5	1	2	8	2	0	5

Repare que o algarismo 5 está sempre numa posição que é um múltiplo de 6 e, por isso deixa resto zero.

Os demais seguem esse padrão deacordo com o resto na divisão por 6.

Dividindo 2 007 por 6, encontramos quociente 334 e resto 3.

O algarismo que ocupa a posição que deixa resto 3 na divisão por 6 é 8.

Questão 5. O conjunto de todos os valores de **m** para os quais a função f(x) = $\frac{x^2+2.(m+1)x+(m^2+2)}{\sqrt{x^2+2(m+1)x+(m^2+4)}}$ está definida e é não-negativa para todo **x** real é:

(A) $\left[\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right[$ (B) $\left]\frac{1}{2},+\infty\right[$ (C) $\left]0,\frac{3}{2}\right[$ **(D)** $\left]-\infty,\frac{1}{2}\right]$ (E) $\left]\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right[$

Solução. O denominador não pode ser nulo e, no caso, será estritamente positivo, pois está sob um radical de índice par. Isto é, $x^2 + 2.(m + 1)x + (m^2 + 4) > 0$. Como o coeficiente do termo x^2 é positivo, a concavidade do gráfico é para cima. Dessa forma o discriminante deve ser negativo para que não exista x que anule a equação.

$\Delta < 0 \Rightarrow 4(m + 1)^2 - 4.(1).(m^2 + 4) < 0 \Rightarrow 4m^2 + 8m + 4 - 4m^2 - 16 < 0 \Rightarrow 8m - 12 < 0 \Rightarrow 2m < 3 \Rightarrow m < \frac{3}{2}$.

A função ser não-negativa implica em $f(x) \geq 0$. No caso, o numerador deverá ser maior ou igual a zero. O coeficiente do termo x^2 é positivo. Logo, basta que o discriminante seja negativo ou nulo para que o numerador seja nulo ou não tenha raízes reais.

$\Delta \leq 0 \Rightarrow 4(m + 1)^2 - 4.(1).(m^2 + 2) \leq 0 \Rightarrow 4m^2 + 8m + 4 - 4m^2 - 8 \leq 0 \Rightarrow 8m - 4 \leq 0 \Rightarrow 2m \leq 1 \Rightarrow m \leq \frac{1}{2}$.

Fazendo a interseção das desigualdades temos que $f(x) \geq 0$ para todo $m \leq \frac{1}{2}$, que equivale a $m \in \left]-\infty,\frac{1}{2}\right]$.

Questão 6. Se, ao multiplicarmos o número inteiro e positivo **n** por outro número inteiro e positivo de 2 algarismos, invertermos a ordem dos algarismos deste segundo número, o resultado fica aumentado de 261.
A soma dos algarismos que constituem o número **n** será:

(A) 10 **(B)** 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

Solução. Considere (ab) = 10.a + b 0 número a ser multiplicado por n. Temos:

i) (10.a + b).n = 10.a.n + b.n **ii) Inverter o resultado: 10.b.n + a.n**

iii) Diferença: 10.b.n + a.n – (10.a.n + b.n) = 261 => 10.b.n + a.n – 10.a.n – b.n = 261 => 9.b.n – 9.a.n = 261 =>

=> 9.(b.n – a.n) = 261 => n(b – a) = 29.

Como a decomposição de 29 = 29 x 1, temos que n = 29 e a soma dos termos é 2 + 9 = 11. Os algarismos a e b são consecutivos. Veja na tabela.

		n	Produto	Diferença
12	x	29	348	261
21	x	29	609	

		n	Produto	Diferença
23	x	29	667	261
32	x	29	928	

		n	Produto	Diferença
34	x	29	986	261
43	x	29	1247	

		n	Produto	Diferença
45	x	29	1305	261
54	x	29	1566	

		n	Produto	Diferença
56	x	29	1624	261
65	x	29	1885	

		n	Produto	Diferença
67	x	29	1943	261
76	x	29	2204	

		n	Produto	Diferença
78	x	29	2262	261
87	x	29	2523	

		n	Produto	Diferença
89	x	29	2581	261
98	x	29	2842	

Questão 7. Se $\left(n+\frac{1}{n}\right)^2 = 5$, então $n^6 + \frac{1}{n^6}$ vale:

(A) 9 (B) $5\sqrt{5}$ **(C)** 18 (D) 27 (E) 125

Solução. Utilizando produtos notáveis, temos:

i) $\left(n+\frac{1}{n}\right)^2 = 5 \Rightarrow n^2 + 2.(n).\left(\frac{1}{n}\right) + \frac{1}{n^2} = 5 \Rightarrow n^2 + 2 + \frac{1}{n^2} = 5 \Rightarrow n^2 + \frac{1}{n^2} = 5 - 2 \Rightarrow n^2 + \frac{1}{n^2} = 3;$

ii) $\left(n^2+\frac{1}{n^2}\right)^3 = n^6 + 3.(n^4).\left(\frac{1}{n^2}\right) + 3.(n^2).\left(\frac{1}{n^4}\right) + \frac{1}{n^6} = n^6 + 3.n^2 + 3.\left(\frac{1}{n^2}\right) + \frac{1}{n^6} = n^6 + \frac{1}{n^6} + 3.\left(n + \frac{1}{n^2}\right);$

iii) Substuindo (i) em (ii), temos: $(3)^3 = n^6 + \frac{1}{n^6} + 3.(3) \Rightarrow n^6 + \frac{1}{n^6} = 27 - 9 = 18.$

Questão 8. Na fatoração do trinômio $a^5 - 5a^3 + 4a$ aparecem os seguintes fatores:

(A) a + 2 e a – 3 (B) a + 3 e a – 2 (C) a + 4 e a – 1 (D) a + 1 e a – 3 **(E)** a + 2 e a – 1

Solução. Utilizando as técnicas de fatoração, temos:

i) Colocando a em evidência: $a.(a^4 - 5a^2 + 4);$

ii) Produto de Stevin: $a.(a^4 - 5a^2 + 4) = a.(a^2 - 1).(a^2 - 4);$

iii) Diferença de quadrados: $a.(a + 1).(a - 1).(a + 2).(a - 2)$

Questão 9. O maior inteiro que não excede a $\sqrt{n^2 - 10n + 29}$, para n = 20 072 007, é igual a:

(A) 20 072 002 (B) 20 072 003 (C) 20 072 004 (D) 20 072 005 (E) 20 072 006

Solução. O radical pode ser escrito da seguinte forma: $\sqrt{n^2 - 10n + 25 + 4} = \sqrt{(n-5)^2 + 4}.$

Substituindo n = 20 072 007, temos: $\sqrt{(20\,072\,007 - 5)^2 + 4} = \sqrt{(20\,072\,002)^2 + 4}.$

OBS: $\sqrt{(20\,072\,002)^2 + 4} < \sqrt{(20\,072\,002)^2 + 2,(20\,072\,002).(1) + 1} < \sqrt{(20\,072\,002 + 1)^2} = 20\,072\,003.$

Dessa forma temos que o maior inteiro é 20 072 002 < $\sqrt{(20\,072\,002)^2 + 4}.$

Questão 10. Sendo $A = \sqrt{17 - 2\sqrt{30}} - \sqrt{17 + 2\sqrt{30}}$, o valor de $(A + 2\sqrt{2})^{2007}$ é

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Solução. Utilizando radicais duplos, vem:

i) $\sqrt{17 - 2\sqrt{30}} = \sqrt{17 - \sqrt{120}} = \sqrt{\frac{17+\sqrt{17^2-120}}{2}} - \sqrt{\frac{17-\sqrt{17^2-120}}{2}} = \sqrt{\frac{17+\sqrt{169}}{2}} - \sqrt{\frac{17-\sqrt{1169}}{2}} =$

$= \sqrt{\frac{17+13}{2}} - \sqrt{\frac{17-13}{2}} = \sqrt{\frac{30}{2}} - \sqrt{\frac{4}{2}} = \sqrt{15} - \sqrt{2}.$

ii) $\sqrt{17 + 2\sqrt{30}} = \sqrt{17 + \sqrt{120}} = \sqrt{\frac{17+\sqrt{17^2-120}}{2}} + \sqrt{\frac{17-\sqrt{17^2-120}}{2}} = \sqrt{\frac{17+\sqrt{169}}{2}} + \sqrt{\frac{17-\sqrt{1169}}{2}} =$

$= \sqrt{\frac{17+13}{2}} + \sqrt{\frac{17-13}{2}} = \sqrt{\frac{30}{2}} = \sqrt{\frac{4}{2}} = \sqrt{15} + \sqrt{2}.$

iii) $A = \sqrt{17 - 2\sqrt{30}} - \sqrt{17 + 2\sqrt{30}} = (\sqrt{15} - \sqrt{2}) - (\sqrt{15} + \sqrt{2}) = \sqrt{15} - \sqrt{2} - \sqrt{15} - \sqrt{2} = -2\sqrt{2}.$

iv) $(A + 2\sqrt{2})^{2007} = (-2\sqrt{2} + 2\sqrt{2})^{2007} = (0)^{2007} = 0.$

Questão 11. O valor da razão $\frac{x}{y}$ na solução do sistema $\begin{cases} x^2y + xy^2 = 70 \\ (x+y).(x^2+y^2) = 203 \end{cases}$, considerando x < y, é:

(A) 0,20 (B) 0,25 (C) 0,30 (D) 0,35 **(E)** 0,40

Solução. Resolvendo utilizando fatoração, temos:

i) $\begin{cases} xy. = 70 \\ (x^2+y^2) = 203 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy.(x+y) = 70 \\ (x+y).(x^2+y^2) = 203 \end{cases} \Rightarrow \frac{(x+y).(x^2+y^2)}{xy.(x+y)} = \frac{203}{70} \Rightarrow \frac{x^2+y^2}{xy} = 2{,}9.$

ii) $x^2 - 2{,}9yx + y^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2{,}9y \pm \sqrt{8{,}41y^2 - 4y^2}}{2} = \frac{2{,}9y \pm \sqrt{4{,}41y^2}}{2} = \frac{2{,}9y \pm 2{,}1y}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2{,}9y - 2{,}1y}{2} = \frac{0{,}8y}{2} \\ x_2 = \frac{2{,}9y + 2{,}1y}{2} = \frac{5y}{2} \end{cases}$. **Como x < y, temos que** $x = \frac{0{,}8y}{2} \Rightarrow \frac{x}{y} = 0{,}4.$

Questão 12. A forma simplificada da expressão $\frac{a^2c-(b^2c+b^2d)+a^2d}{c(a^2+b^2)+2(abc+abd)+d(a^2+b^2)}$ é:

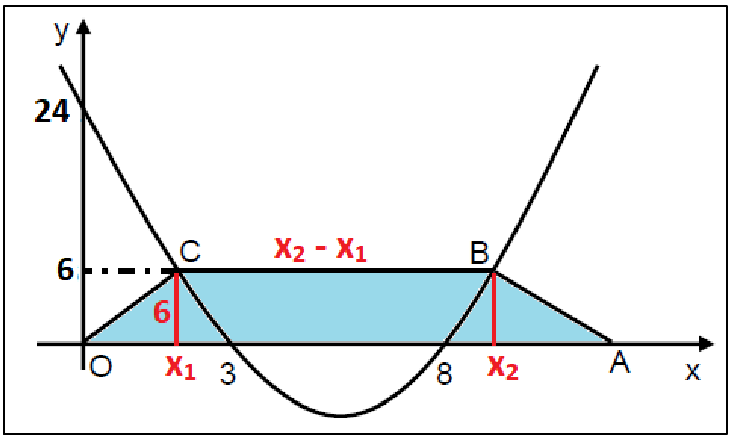
(A) $\frac{a+b}{ab}$ (B) $\frac{c-d}{c+d}$ (C) $\frac{a-b}{ab}$ **(D)** $\frac{a-b}{a+b}$ (E) $\frac{d+c}{dc}$

Solução. Utilizando produtos notáveis e fatoração, temos:

$$\frac{a^2c-(b^2c+b^2d)+a^2d}{c(a^2+b^2)+2(abc+abd)+d(a^2+b^2)} = \frac{a^2c-b^2c-b^2d+a^2d}{(a^2+b^2).(c+d)+2ab(c+d)} = \frac{c(a^2-b^2)+d(a^2-b^2)}{(a^2+b^2+2ab).(c+d)} =$$

$$= \frac{(c+d)(a^2-b^2)}{(a+b)^2.(c+d)} = \frac{(a-b)(a+b)}{(a+b)^2} = \frac{a-b}{a+b}.$$

Questão 13. Dado o gráfico da função do 2º grau abaixo e sabendo que a área do trapézio **OABC** é 51 m^2, então a abscissa do vértice **A** pertence ao intervalo:



(A)]9,5 ; 11,5[(B)]11,5 ; 13,5[(C)]13,5 ; 15,5[(D)]15,5 ; 17,5[(E)]17,5 ; 19,5[

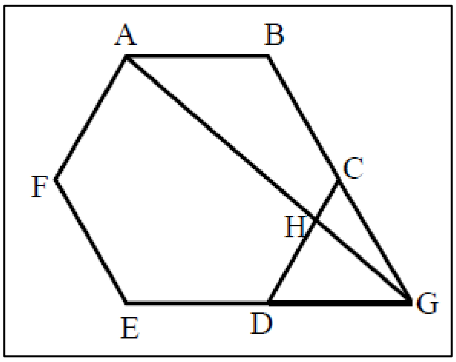
Solução. O comprimento da base menor CB possui o mesmo valor da distância entre as abscissas dos pontos C e B. Os pontos (3, 0) e (8, 0) são zeros da função quadrática. Utilizando a forma fatorada da função quadrática e as informações do gráfico, temos:

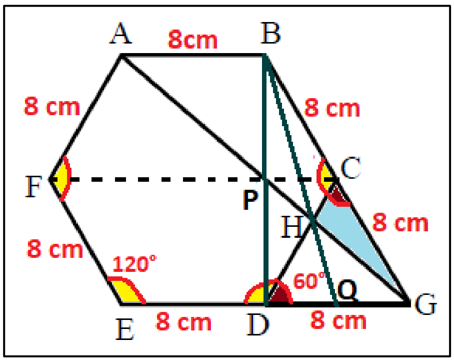
i) $f(x) = a.(x-3).(x-8)$. **Como** $f(0) = 24$, **temos:** $24 = a.(0-3).(0-8) \Rightarrow 24 = 24.a \Rightarrow a = 1$. **Logo, a expressão da função é** $f(x) = 1.(x-3).(x-8) = x^2 - 11x + 24$.

ii) Abscissas de C e B: $6 = x^2 - 11x + 24 \Rightarrow x^2 - 11x + 18 = 0 \Rightarrow (x-2).(x-9) = 0 \Rightarrow x_1 = 2$ **e** $x_2 = 9$.

iii) Área do trapézio = 51 $\Rightarrow \frac{[(9-2)+A].6}{2} = 51 \Rightarrow 3.(7+A) = 51 \Rightarrow 7 + A = 17 \Rightarrow A = 17 - 7 \Rightarrow A = 10.$

Questão 14. Sabendo-se que o polígono ABCDEF é um hexágono regular com lado medindo 8 cm, determine, em cm^2, a área do triângulo CGH.





(A) $\frac{64\sqrt{2}}{3}$ (B) $\frac{19\sqrt{3}}{3}$ **(C)** $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ (D) $\frac{13\sqrt{2}}{3}$ (E) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

Solução. Repare que os ângulos internos do triângulo DCG são de 60° e, portanto ele é equilátero. Dessa forma, CG = DG = 8 cm. Como BC = CG, o segmento DC é mediana.

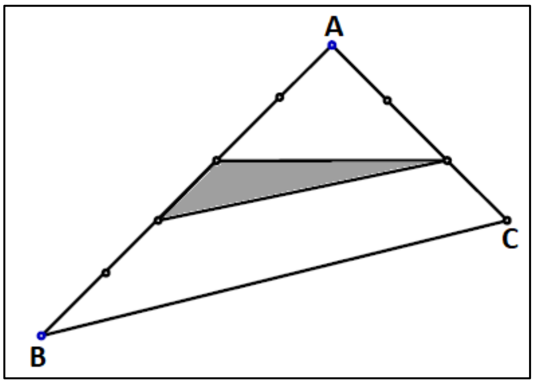
A interseção de AG e BD está no ponto médio de BD, pois PC é base média e está sobre a diagonal FC.

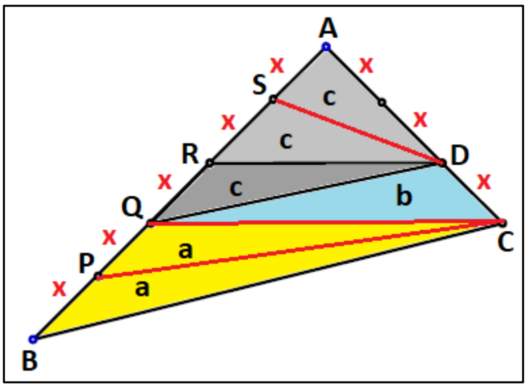
Pela propriedade das medianas do triângulo, o triângulo HCG possui área medindo a sexta parte da área do triângulo BDG.

i) Área do triângulo BDG: $\frac{(8).(16).sen60°}{2} = \frac{(128).\left(\sqrt{3}/2\right)}{2} = \frac{(128).(\sqrt{3})}{4} = 32\sqrt{3}$ **cm^2.**

ii) Área do triângulo CGH: $\left(\frac{1}{6}\right).(32\sqrt{3}) = \frac{16\sqrt{3}}{3}$ **cm^2.**

Questão 15. Determine a área do triângulo hachurado em função da área **S** do triângulo ABC, sabendo que os pontos assinalados em cada lado dividem esse lado em partes iguais.





(A) $\frac{S}{5}$ (B) $\frac{2S}{7}$ **(C)** $\frac{2S}{15}$ (D) $\frac{S}{15}$ (E) $\frac{S\sqrt{12}}{15}$

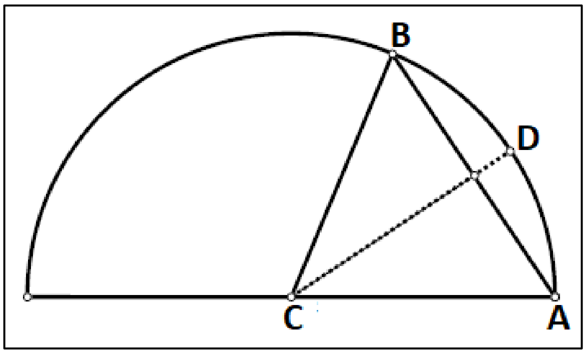
Solução. Utilizando o fato que triângulos com mesma base e altura possuem a mesma área, temos:

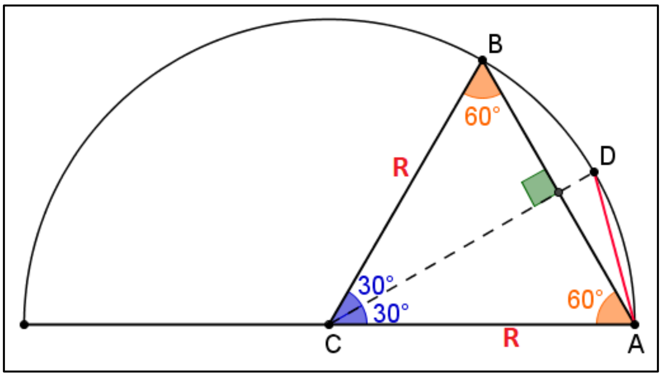
i) O lado AB está dividido em 5 segmentos de mesma medida. Considerando C como vértice dos triângulos CBP e CPQ, cada um desses triângulos possui área a = $\frac{S}{5}$. A área do triângulo QAC vale S – $\frac{2S}{5}$ = $\frac{3S}{5}$.

ii) A base AC do triângulo QAC está dividida em 3 segmentos de mesma medida. Dessa forma o triângulo QCD possui área b = $\left(\frac{1}{3}\right).\left(\frac{3S}{5}\right) = \frac{S}{5}$**. Dessa forma o triângulo DAQ possui área** $\frac{3S}{5} - \frac{S}{5} = \frac{2S}{5}$**.**

iii) triângulo DAQ está dividido em 3 triângulos de mesma área e o hachurado mede c = $\left(\frac{1}{3}\right).\left(\frac{2S}{5}\right) = \frac{2S}{15}$**.**

Questão 16. Em um semicírculo de centro C e raio R, inscreve-se um triângulo equilátero ABC, como mostra a figura. Seja D o pontoonde a bissetriz do ângulo $\widehat{ACB}$ intersecta a semicircunferência. O comprimento da corda $\overline{AD}$ é:





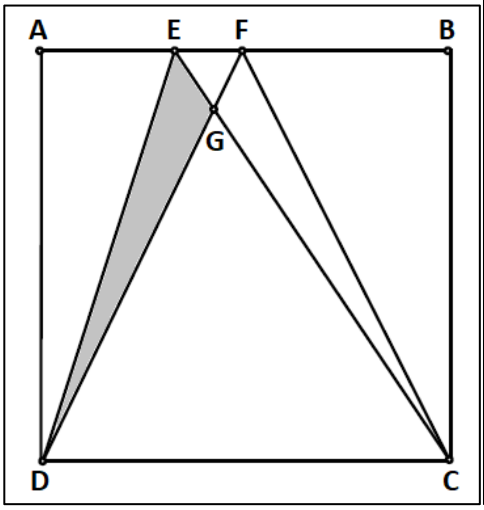
(A) R.$\sqrt{2-\sqrt{3}}$ (B) R.$\sqrt{3-\sqrt{3}}$ (C) R.$\sqrt{\sqrt{2}-1}$ (D) $\sqrt{\sqrt{3}-1}$ (E) R.$\sqrt{3-\sqrt{2}}$

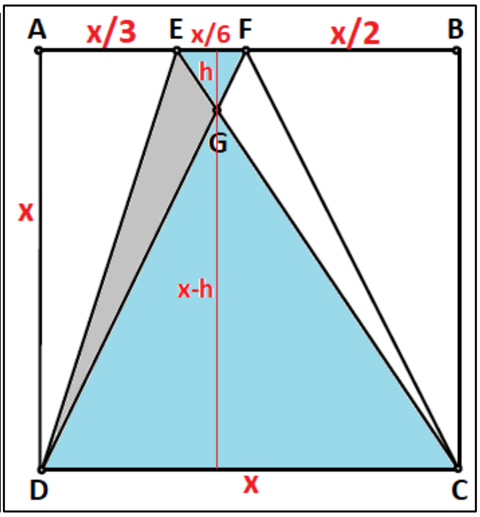
Solução. O segmento CD e CA são raios da semicircunferência. A corda $\overline{AD}$ está oposta ao ângulo de 30°. Aplicando a lei dos cossenos, temos:

$\overline{AD}^2 = R^2 + R^2 - 2.(R).(R).\cos 30° \Rightarrow \overline{AD}^2 = 2R^2 - 2.R^2.\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow \overline{AD}^2 = 2R^2 - \sqrt{3}R^2 \Rightarrow \overline{AD}^2 = R^2\,(2-\sqrt{3}) \Rightarrow$

$\Rightarrow \overline{AD} = \sqrt{R^2\,(2-\sqrt{3})} = R.\sqrt{2-\sqrt{3}}.$

Questão 17. Na figura abaixo, o quadrado ABCD possui área S. Se AF = $\frac{1}{2}$.AB e AE = $\frac{1}{3}$.AB, a área hachurada mede:





(A) $\frac{S}{12}$ **(B)** $\frac{S}{14}$ (C) $\frac{S}{18}$ (D) $\frac{11S}{70}$ (E) $\frac{31S}{420}$

Solução. Considerando o lado do quadrado como x , o segmento EF vale $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = \frac{3x-2x}{6} = \frac{x}{6}$.

Os triângulos GEF e GDC são semelhantes então calculando suas alturas, temos:

$\frac{h}{x/6} = \frac{x-h}{x} \Rightarrow \frac{x^2-xh}{6} = xh \Rightarrow x^2 - xh = 6xh \Rightarrow x^2 - 7xh = 0 \Rightarrow (x).(x-7h) = 0 \Rightarrow x = 7h$, **pois** $x \neq 0$.

Dessa forma a área do triângulo GEF vale: $\frac{(x/6).h}{2} = \frac{(x/6).(x/7)}{2} = \frac{x^2/42}{2} = \frac{x^2}{84}$.

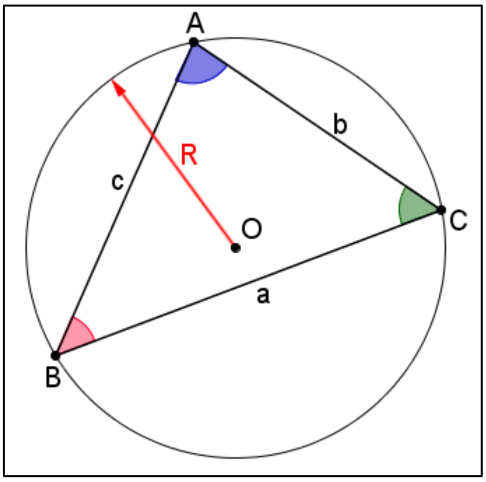
A área do triângulo DEF vale: $\frac{(x/6).(x)}{2} = \frac{x^2/6}{2} = \frac{x^2}{12}$.

A área da região hachurada vale: $\frac{x^2}{12} - \frac{x^2}{84} = \frac{7x^2-x^2}{84} = \frac{6x^2}{84} = \frac{x^2}{14}$. **Como $x^2 = S$, a área vale $\frac{S}{14}$.**

Questão 18. Se o perímetro de um triângulo inscrito num círculo medir ***18k*** cm e a soma dos senos de seus ângulos internos for igual a ***k,*** então, a área do círculo, em **cm²**, é:

A) 144π B) 100π C) 98π **D)** 81π E) 72π

Solução. A lei dos senos relaciona os lados de um triângulo com os respectivos senos dos ângulos opostos a eles e o raio da circunferência circunscrita da seguinte forma: $\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC} = 2R$**.**

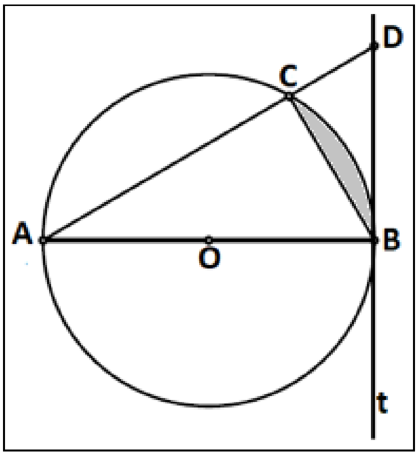


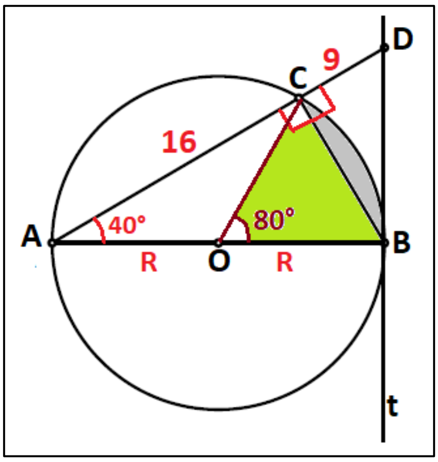
Utilizando a propriedade das proporções, temos:

i) $\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC} = \frac{a+b+c}{senA+senB+sen\,C} = \frac{18k}{k} = 18$**.**

ii) 2R = 18 => R = 9. Logo, a área do círculo é: π.(9)² = 81π cm².

Questão 19. Na figura abaixo, $\overline{AB}$ é um diâmetro do círculo, **t** é tangente à circunferência em B, $\overline{AD}$ = 25 cm e $\overline{CD}$ = 9 cm. Considerando π = 3,14, $\widehat{CAB}$ = 40° e sen 40° = 0,6 a medida da área hachurada é uma dízima periódica de período:





(A) 4 (B) 5 (C) 6 **(D)** 7 (E) 8

Solução. O triângulo ACB é retângulo e a hipotenusa é o diâmetro. A área hachurada é a diferença entre a área do setor circular de ângulo central de 80° (dobro do ângulo inscrito de 40°) e a área do triângulo OCB.

i) cos² 40° + sen² 40° = 1 => cos² 40° = 1 – (0,6)² => cos² 40° = 1 – 0,36 => cos² 40° = 0,64 => cos 40° = 0,8.

ii) Raio da circunferência: $\frac{16}{2R} = \cos 40°$ **=> 16 = 2R.(0,8) => 2R =** $\frac{16}{0,8}$ **=> 2R = 20 => R = 10 cm.**

iii) Área do setor de 80° = $\frac{\pi.(10)^2.80°}{360°} = \frac{200\pi}{9} = \frac{200.(3,14)}{9} = \frac{628}{9}$ **cm².**

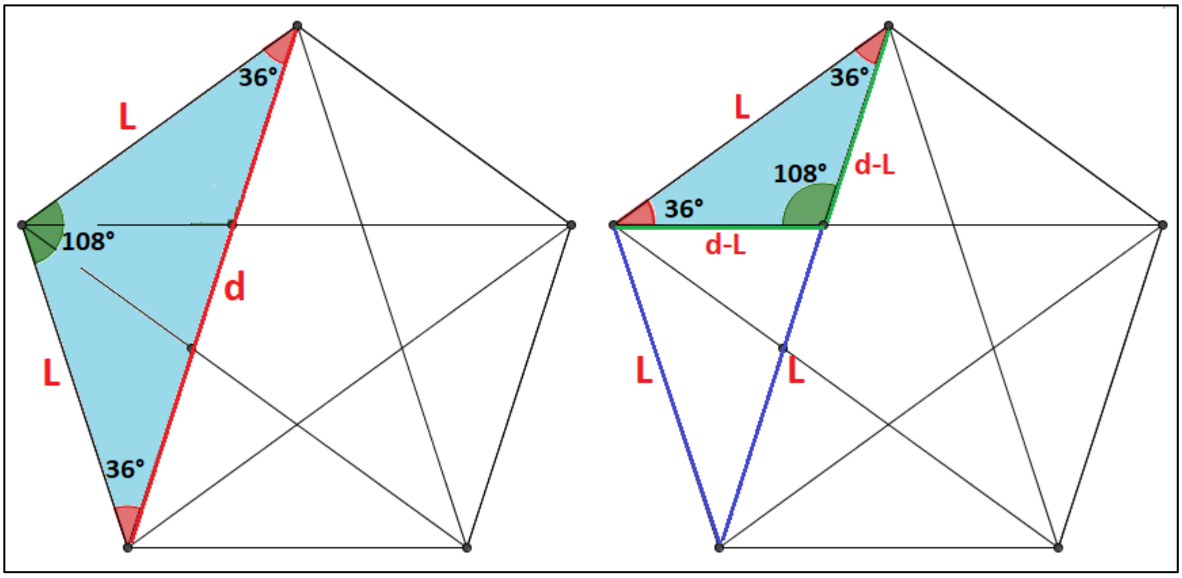
iv) Área do triângulo OCB = Área do triângulo AOC: $\frac{(20).(16).sen\,40°}{2} =$ **(80).(0,6) = 48 cm².**

v) Área hachurada: $\frac{628}{9} - 48 = \frac{628-432}{9} = \frac{196}{9}$ **= 21,77777.... = 21,$\overline{7}$.**

Questão 20. A medida, em cm, do lado de um pentágono regular cujas diagonais medem $(3 + \sqrt{5})$ cm é:

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

Solução. Os ângulos internos de um pentágono regular medem $A_i = \frac{180°.(5-2)}{5} = (36°).(3) = 108°$.
Observe a figura com os ângulos e medidas marcados e os triângulos semelhantes.



i) $\frac{d}{L} = \frac{L}{d-L} \Rightarrow L^2 = d^2 - dL \Rightarrow L^2 + dL - d^2 = 0 \Rightarrow L = \frac{-d \pm \sqrt{d^2 - 4.(1).(d^2)}}{2} = \frac{-d \pm \sqrt{5d^2}}{2} = \frac{-d \pm d\sqrt{5}}{2}$.

ii) Como $L > 0$, $L = \frac{-d + d\sqrt{5}}{2} = \frac{d(\sqrt{5}-1)}{2}$.

iii) Substituindo o valor de $d = (3 + 3\sqrt{5})$, vem: $L = \frac{(3 + 3\sqrt{5})(\sqrt{5}-1)}{2} = \frac{3\sqrt{5} - 3 + 15 - 3\sqrt{5}}{2} = \frac{12}{2} = 6$ cm.