



MATEMÁTICA - GABARITO

(Prof. Walter Tadeu Nogueira da Silveira – www.professorwaltetadeu.mat.br)

Questão 1. Considere a função $f: R \rightarrow R$ em, tal que:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \text{ é racional;} \\ -1, & \text{se } x \text{ é irracional.} \end{cases}$$

O valor de $f\left(\frac{1}{2}\right) + f(\pi) + f(2,1313 \dots) - f(\sqrt{2}) + f(3,14)$ é:

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Solução. Identificando a natureza dos argumentos da função, temos:

Racionais: $\frac{1}{2}, 2,1313\dots = \frac{213-2}{99} = \frac{211}{99}$ e $3,14 = \frac{314}{100} = \frac{157}{50}$.

Irracionais: π e $\sqrt{2}$.

Dessa forma, $f\left(\frac{1}{2}\right) + f(\pi) + f(2,1313 \dots) - f(\sqrt{2}) + f(3,14) = 1 - 1 + 1 - (-1) + 1 = 1 + 1 + 1 = 3$.

Questão 2. Assinale a única FALSA, dentre as alternativas abaixo.

- (A) $(3^{-4})^5 = \left(\frac{1}{3}\right)^{20}$ (B) $2^{-3} \div 2^{-8} = 2^5$ (C) $\frac{16^2 \cdot 8^3}{2^9} = 2^8$ (D) $\sqrt[3]{8} + \sqrt{2} = 1$ (E) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} = 1$

Solução. Verificando as igualdades, temos:

(A) Verdadeira. $(3^{-4})^5 = (3^{-1})^{20} = \left(\frac{1}{3}\right)^{20}$.

(B) Verdadeira. $2^{-3} \div 2^{-8} = 2^{-3-8} = 2^{-3+8} = 2^5$.

(C) Verdadeira. $\frac{16^2 \cdot 8^3}{2^9} = \frac{(2^4)^2 \cdot (2^3)^3}{2^9} = \frac{2^8 \cdot 2^9}{2^9} = 2^8$.

(D) Falsa. $\sqrt[3]{8} + \sqrt{2} = \sqrt[3]{2^3} + \sqrt{2} = \sqrt[3]{2^2 \cdot 2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2} \neq 1$.

(E) Verdadeira. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 1$.

Questão 3. Dois jogadores de futebol-de-botão disputam um desafio em 65 partidas. Nas 30 partidas iniciais, o vencedor ganha 3 pontos e, nas 35 partidas restantes, o vencedor ganha 2 pontos. O perdedor não ganha ponto e nenhuma partida pode terminar empatada. Um dos jogadores ganhou 17 das 30 partidas iniciais. Calcule o número mínimo de partidas que o outro jogador deve ganhar para ser o campeão do desafio.

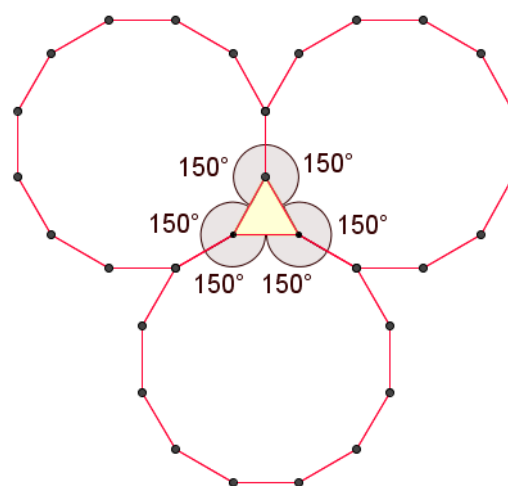
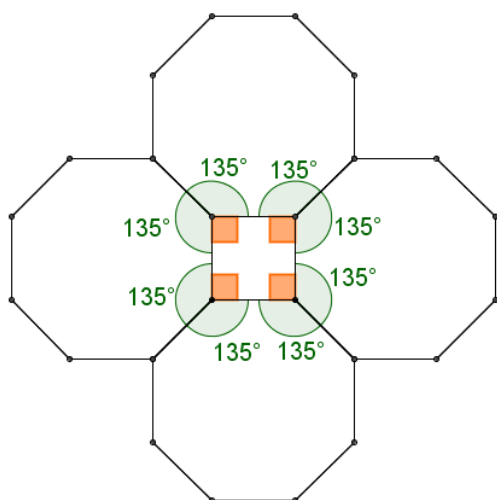
- (A) 14. (B) 15. (C) 17. (D) 20. (E) 21.

Solução. O jogador que venceu as 17, fez $(17 \times 3) = 51$ pontos. O outro jogador, portanto, fez $(13 \times 3) = 39$ pontos. Faltam $(35 \times 2) = 70$ pontos a serem disputados.

A diferença de pontos está em 12. O outro jogador precisar tirar essa diferença nas 35 partidas restantes, que corresponde a 6 vitórias. A partir daí faltam 29 partidas. Ele deve ganhar uma a mais. Isto é, 15 das 29.

No total, então, o outro jogador deve ganhar $6 + 15 = 21$ partidas.

Questão 4. A figura abaixo mostra um quadrado emoldurado por octógonos regulares convexos, isto é, cada lado do quadrado é lado de um octógono e cada par de octógonos adjacentes tem um lado comum. Se, de modo análogo, considerarmos um triângulo equilátero emoldurado por polígonos regulares de mesmo gênero, determine o número de diagonais do polígono usado nesta moldura.



- (A) 54. (B) 35. (C) 27. (D) 14. (E) 9.

Solução. A soma dos ângulos ao redor de cada vértice da figura central deve ser 360° . No caso do quadrado, o polígono foi o octaedro regular, pois cada ângulo interno mede $\frac{180^\circ \cdot (8-2)}{8} = \frac{45^\circ \cdot (6)}{2} = (45^\circ) \cdot (3) = 135^\circ$ e a soma dos três ângulos em volta do vértice do quadrado é $(135^\circ + 135^\circ + 90^\circ) = 360^\circ$.

Para o triângulo equilátero, cujo ângulo interno é de 60° , a soma dos dois outros ângulos deve ser 300° . Logo, o polígono regular deve ter ângulo interno de 150° . Temos:

i) $\frac{180^\circ \cdot (n-2)}{n} = 150^\circ \Rightarrow 180^\circ \cdot n - 360^\circ = 150^\circ \cdot n \Rightarrow 30^\circ \cdot n = 360^\circ \Rightarrow n = \frac{360^\circ}{30^\circ} = 12$. O polígono é o dodecágono.

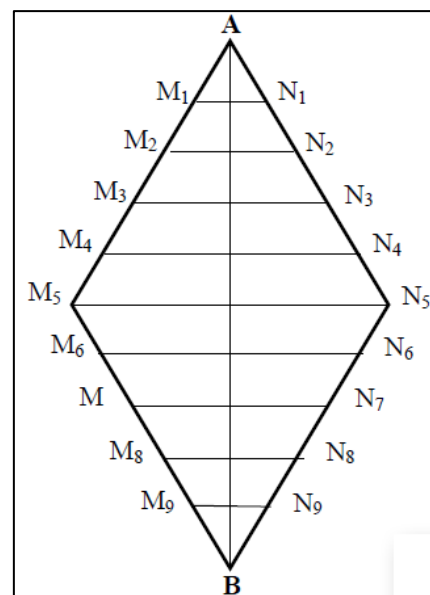
ii) Número de diagonais do dodecágono: $d = \frac{12 \cdot (12-3)}{2} = (6) \cdot (9) = 54$.

Questão 5. A figura abaixo representada é um losango. Sabendo-se que os nove segmentos $\overline{M_1N_1}, \overline{M_2N_2}, \overline{M_3N_3}, \dots, \overline{M_9N_9}$ são todos paralelos e dividem o segmento \overline{AB} em dez partes iguais, pode-se afirmar que, para a igualdade $\overline{M_1N_1} = L$, a soma $\overline{M_1N_1} + \overline{M_2N_2} + \overline{M_3N_3} + \dots + \overline{M_9N_9}$ é igual a:

- (A) 30L. (B) 25L. (C) 20L. (D) 18L. (E) 15L.

Solução. Como a figura é um losango, os quatro ângulos são iguais. Por semelhança, $\frac{\overline{M_1N_1}}{\overline{M_2N_2}} = \frac{1}{2}$, $\frac{\overline{M_1N_1}}{\overline{M_3N_3}} = \frac{1}{3}$, $\frac{\overline{M_1N_1}}{\overline{M_4N_4}} = \frac{1}{4}$ e $\frac{\overline{M_1N_1}}{\overline{M_5N_5}} = \frac{1}{5}$. Por simetria ocorre o mesmo para os segmentos na parte inferior da diagonal menor. Temos a soma:

$$\overline{M_1N_1} + \overline{M_2N_2} + \overline{M_3N_3} + \dots + \overline{M_9N_9} = 2 \cdot (L + 2L + 3L + 4L) + 5L = 2 \cdot (10L) + 5L = 20L + 5L = 25L.$$



Questão 6. Um grupo de pessoas foi dividido em duas metades. Na primeira metade, a razão do número de homens para o de mulheres é de 1 para 2 e, na segunda metade, a razão do número de mulheres para o de homens é de 2 para 3. No grupo todo, a razão do número de mulheres para o de homens é de:

- (A) 19 para 11. (B) 15 para 11. (C) 8 para 7. (D) 16 para 15. (E) 15 para 14.

Solução. Suponto que o total de pessoas, homens (h) e mulheres (m) seja T e estabelecendo as razões, temos:

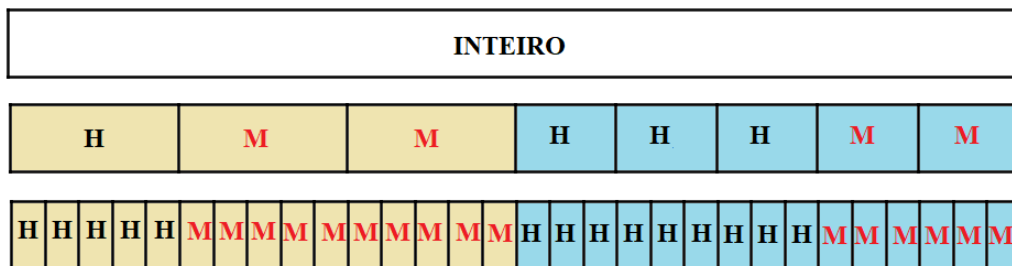
i) 1º grupo $\frac{T}{2}$ (h_1 homens e m_1 mulheres): $\frac{h_1}{m_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{h_1}{h_1+m_1} = \frac{1}{1+2} \Rightarrow \frac{h_1}{h_1+m_1} = \frac{1}{3} \Rightarrow h_1 = \frac{T/2}{3} = \frac{T}{6}$.

Dessa forma, $\frac{m_1}{h_1+m_1} = \frac{2}{3} \Rightarrow m_1 = \frac{2 \cdot (T/2)}{3} = \frac{T}{3}$.

ii) 2º grupo $\frac{T}{2}$ (h_2 homens e m_2 mulheres): $\frac{m_2}{h_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{m_2}{h_2+m_2} = \frac{2}{5} \Rightarrow m_2 = \frac{2 \cdot (T/2)}{5} = \frac{T}{5}$.

Dessa forma, $\frac{h_2}{h_2+m_2} = \frac{3}{5} \Rightarrow h_2 = \frac{3 \cdot (T/2)}{5} = \frac{3T}{10}$.

iii) Razão pedida: $\frac{m}{h} = \frac{m_1+m_2}{h_1+h_2} = \frac{\frac{T}{3} + \frac{T}{5}}{\frac{T}{6} + \frac{3T}{10}} = \frac{\frac{5T+3T}{15}}{\frac{5T+9T}{30}} = \frac{8T}{15} \cdot \frac{30}{14T} = \frac{8}{7}$.



Questão 7. Trabalhando no conjunto dos números naturais, efetuamos a divisão de P por D, obtendo quociente Q e resto R. Em seguida, dividimos Q por D', obtendo quociente Q' e resto R'. Caso dividíssemos o número P pelo produto D · D', o resto seria:

- (A) R · D + R' (B) R' · D + R (C) R · R' (D) R (E) R'

Solução. Utilizando a expressão $D = d \times q + r$, que representa a divisão de D por d, com quociente q e resto r, temos:

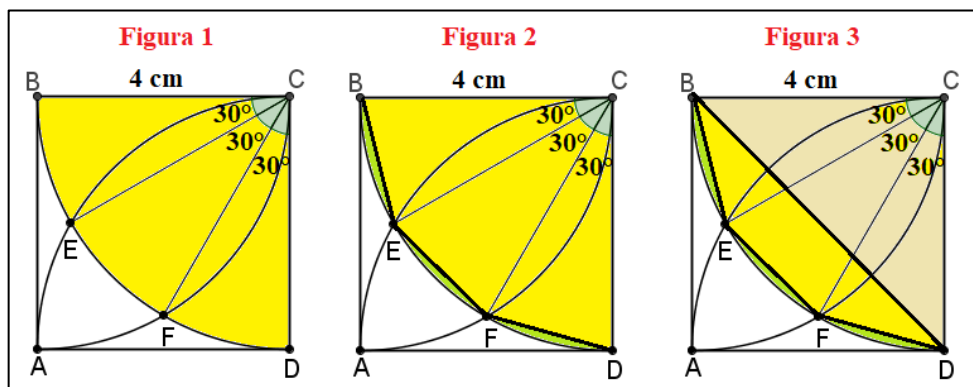
i) $P = D \times Q + R$; ii) $Q = D' \times Q' + R'$;

Substituindo (ii) em (i), temos: $P = D \times (D' \times Q' + R') + R \Rightarrow P = (D \times D') \times Q' + D \times R' + R$, onde:

P é dividendo, D x D' é divisor, Q' é quociente e D x R' + R é o resto.

Questão 8. Na figura abaixo, ABCD é um quadrado, cujo lado mede 4 cm, e as curvas são arcos de circunferências, cujas medidas dos raios são iguais à medida do lado do quadrado. A área do quadrilátero formado pelos pontos BDEF mede:

- (A) 2 cm². (B) 4 cm². (C) 6 cm². (D) 8 cm². (E) 16 cm².



Solução. Observando as três figuras, temos:

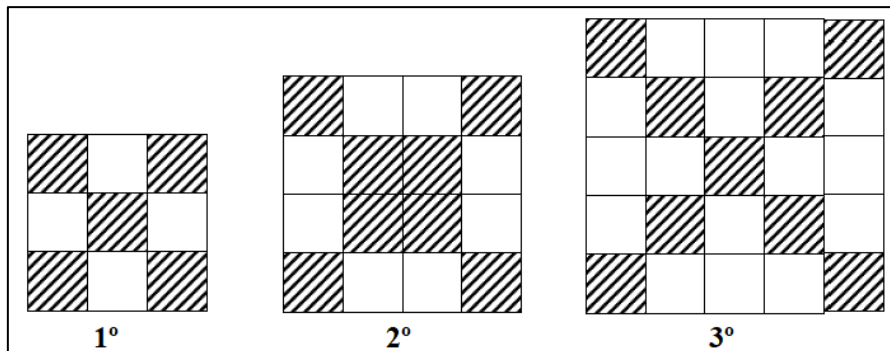
i) Figura 1: Temos três setores circulares de 30° . A área de cada um é: $\frac{\pi \cdot (4)^2}{12} = \frac{16\pi}{12} = \frac{4\pi}{3} \text{ cm}^2$;

ii) Figura 2: Temos três segmentos circulares de 30° . A área de cada um é a diferença entre a área do setor circular de 30° e a área do triângulo isósceles: $\frac{4\pi}{3} - \frac{(4) \cdot (4) \cdot \text{sen}30^\circ}{2} = \frac{4\pi}{3} - \frac{(16) \cdot (1/2)}{2} = \left(\frac{4\pi}{3} - 4\right) \text{ cm}^2$;

iii) Figura 3: A área de BDEF é a diferença entre a área do setor circular de 30° e a soma das áreas dos segmentos circulares com a área do triângulo retângulo de catetos iguais a 4:

$$\text{Área (BDEF)} = 3 \times \frac{4\pi}{3} - \left[3 \times \left(\frac{4\pi}{3} - 4\right) + \frac{(4) \cdot (4)}{2} \right] = 4\pi - 4\pi + 12 - 8 = 4 \text{ cm}^2.$$

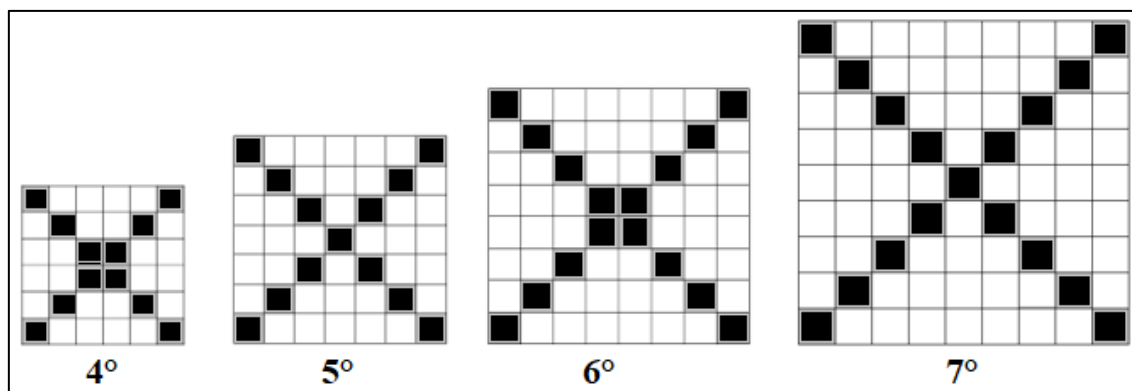
Questão 9. Observe a sucessão de quadrados abaixo:



A quantidade de quadrados em BRANCO que estão contidos na figura de posição 3 999° é:

- (A) 15 984 004. (B) 15 992 001. (C) 16 000 000. (D) 16 008 001. (E) 20 000 000.

Solução. Quando a posição é ímpar, isto é, o número de quadrados dos lados é ímpar, o número de quadrados brancos é o quadrado de base uma unidade maior que a posição. Observe as novas figuras e a tabela.



	ímpar		ímpar		ímpar		ímpar	...	ímpar
Posição	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º		3999º
Nº de quadrados	4	8	16	24	36	48	64		16 000 000
	$(1+1)^2 = 2^2$		$(3+1)^2 = 4^2$		$(5+1)^2 = 6^2$		$(7+1)^2 = 8^2$		$(3\ 999+1)^2 = 4\ 000^2$

Dessa forma o número de quadrados brancos na posição 3 999°, ímpar, é $(4\ 000)^2 = 16\ 000\ 000$.

OBSERVAÇÃO: A lei de formação para as posições pares é da forma $n^2 + 2n$. Veja.

- Posição 2: N° de quadrados brancos = $2^2 + 2 \cdot (2) = 4 + 4 = 8$;
- Posição 4: N° de quadrados brancos = $4^2 + 2 \cdot (4) = 16 + 8 = 24$;
- Posição 6: N° de quadrados brancos = $6^2 + 2 \cdot (6) = 36 + 12 = 48$.

Questão 10. Numa fábrica de peças de automóveis, o número de peças produzidas por dia, nas primeiras t horas diárias de trabalho, é dado por $f(t) = 50(t^2 + t)$, onde $0 \leq t \leq 12$. Assim, o número de peças produzidas na quarta hora de trabalho é:

- (A) 1 000. (B) 800. (C) 600. (D) 400. (E) 200.

Solução. A fábrica produz nas primeiras 3 horas, $f(3) = 50.(3^2 + 3) = 50.(12) = 600$ peças. Nas 4 primeiras horas, produz $f(4) = 50.(4^2 + 4) = 50.(20) = 1\ 000$ peças. Logo, na quarta hora, produz $(1\ 000 - 600) = 400$ peças.

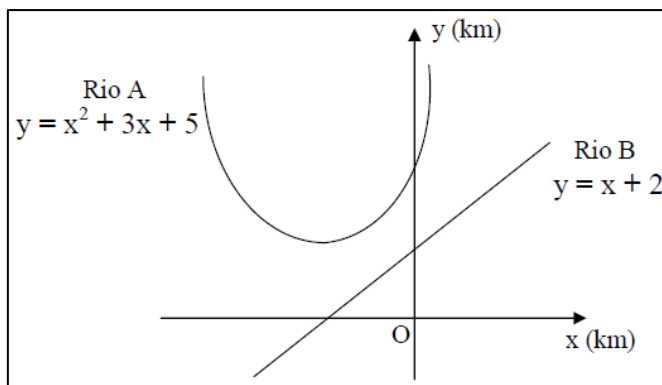
Questão 11. O produto de dois números inteiros positivos, que não são primos entre si, é igual a 650. Então, o quociente entre o MMC e o MDC desses dois números é:

- (A) 35. (B) 29. (C) 26. (D) 24. (E) 23.

Solução. A decomposição de 650 é $2 \times 5 \times 5 \times 13$. Esta decomposição também é do produto entre o MMC e o MDC. A divisão entre o MMC e o MDC é inteira e 5 é fator comum de um dos números.

A possibilidade é $\text{MMC} = 2 \times 5 \times 13$ e o $\text{MDC} = 5$. O quociente é $(130 \div 5) = 26$.

Questão 12. No plano cartesiano, abaixo indicado, estão representadas as trajetórias dos rios A e B, com as respectivas equações; nesse plano, a unidade adotada para a medida de comprimento é o quilômetro. Um canal retilíneo e paralelo ao eixo Oy foi construído para interligar esses rios, sendo o seu comprimento o menor possível. Sabendo que a empresa que construiu a obra cobrou R\$ 100.000,00 por quilômetro linear de canal, quanto ela recebeu?



- (A) R\$ 200.000,00. (B) R\$ 400.000,00. (C) R\$ 600.000,00. (D) R\$ 800.000,00. (E) R\$ 1.000.000,00.

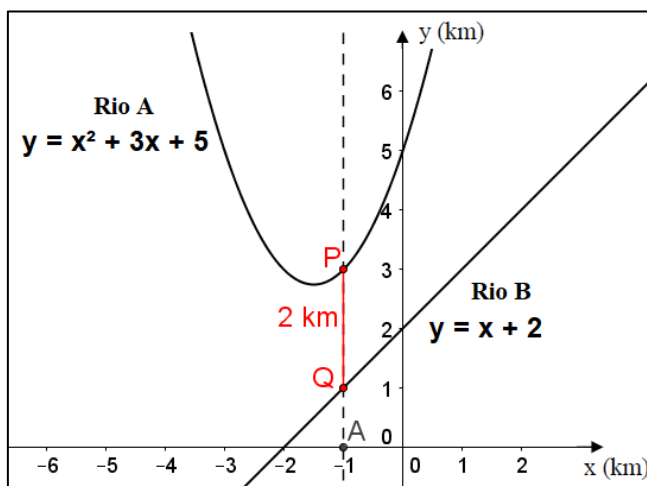
Solução. A menor distância possível entre os rios será a menor diferença entre as expressões de suas equações.

i) $D = x^2 + 3x + 5 - (x + 2) \Rightarrow D = x^2 + 2x + 3$.

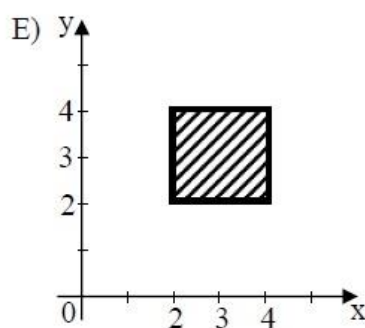
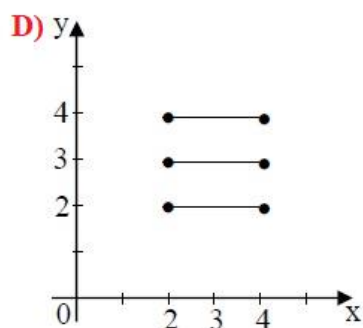
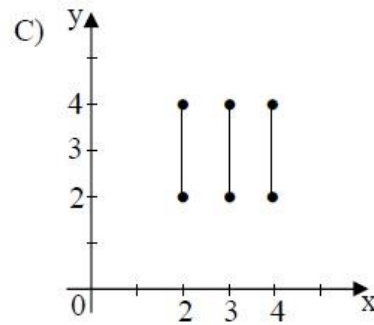
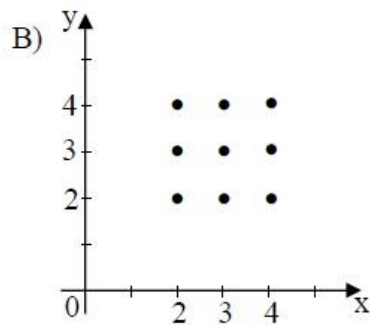
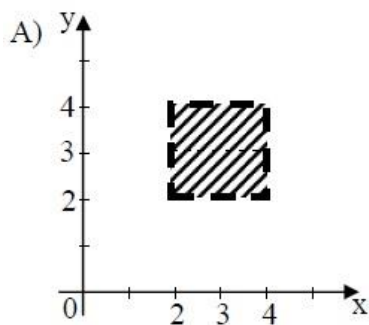
ii) $D(\text{mínima}) = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(2)^2 - 4.(1).(3)}{4.(1)} = -\frac{4 - 12}{4} = -\frac{(-8)}{4} = 2 \text{ km}$.

iii) A empresa recebeu $(2).(R\$ 100.000,00) = R\$ 200.000,00$.

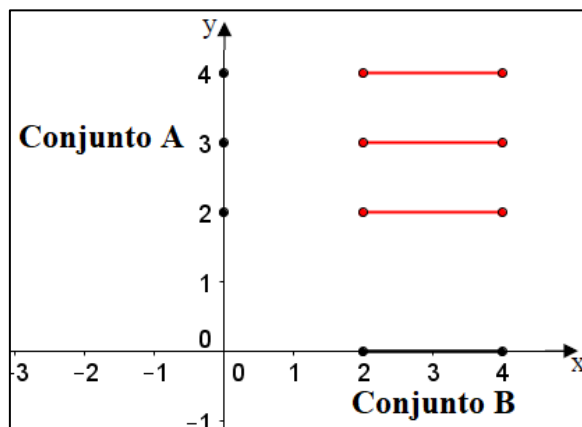
OBS: Quando $D = 2$, $x^2 + 2x + 3 = 2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x + 1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1$. Logo, a reta paralela ao eixo Oy que intersecta as duas funções possui equação $x = -1$.



Questão 13. A alternativa que representa o gráfico do conjunto $B \times A$, onde $A = \{2, 3, 4\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} / 2 \leq x \leq 4\}$ é:



Solução. O conjunto A é um conjunto com somente 3 elementos, representados por pontos isolados e o conjunto B é um intervalo com infinitos elementos, representado por uma linha cheia. No produto cartesiano os segundos elementos dos pares ordenados serão apenas 2, 3 e 4. Logo, a representação é da letra D.



Questão 14. Dada a desigualdade $\frac{-2x^2 + kx - 2}{x^2 - x + 1} > -3$, os valores de k para os quais ela é VERDADEIRA para quaisquer valores de x são:

- (A) $1 < k < 5$ (B) $-1 < k < 4$ (C) $k < 1$ ou $k > 5$ (D) $k < -1$ ou $k > 4$ (E) $k < 1$ ou $k > 4$

Solução. Desenvolvendo a desigualdade, temos:

$$i) \frac{-2x^2 + kx - 2}{x^2 - x + 1} + 3 > 0 \Rightarrow \frac{-2x^2 + kx - 2 + 3x^2 - 3x + 3}{x^2 - x + 1} > 0 \Rightarrow \frac{x^2 + (k-3)x + 1}{x^2 - x + 1} > 0.$$

ii) O denominador é sempre positivo, pois $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (1) = 1 - 4 = -3 < 0$. Logo, não intersecta o eixo X.

iii) Para que o quociente seja positivo, o numerador precisa ser positivo: $x^2 + (k-3)x + 1 > 0$. Logo, o discriminante deve ser negativo.

$$(k-3)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (1) < 0 \Rightarrow k^2 - 6k + 9 - 4 < 0 \Rightarrow k^2 - 6k + 5 < 0 \Rightarrow (k-1) \cdot (k-5) < 0. \text{ As raízes são 1 e 5.}$$

Os valores negativos são assumidos entre as raízes. Logo, $1 < k < 5$.

Questão 15. Num auditório, o número de filas de poltronas era igual ao número de poltronas em cada fila. Após sofrer uma reforma, o número de filas foi dobrado e foram removidas 10 poltronas de cada fila. Assim, o número de poltronas no auditório aumentou de 300. Quantas poltronas passou a ter o auditório após a referida obra?

- (A) 900. (B) 1 200. (C) 1 500. (D) 2 500. (E) 3 200.

Solução. Considere F e P , respectivamente, as quantidades de filas e poltronas, em cada fila, inicialmente.

Dessa forma, antes da reforma havia $F \cdot P = P \cdot P = P^2$ poltronas. Após a reforma, o número de poltronas passou a ser $(2P) \cdot (P - 10)$.

A relação indicada foi: $(2P) \cdot (P - 10) - P^2 = 300 \Rightarrow 2P^2 - 20P - P^2 = 300 \Rightarrow P^2 - 20P - 300 = 0$.

Resolvendo, vem: $(P - 30) \cdot (P + 10) = 0 \Rightarrow P = 30$, pois $P > 0$.

O número de poltronas após a reforma é $(2)(30) \cdot (30 - 10) = (60) \cdot (20) = 1\ 200$.

Questão 16. Considere o conjunto $C = \{1, 2, 3\}$. Para $n \in C$, sejam:

$$A_n = \{x \in \mathbb{R} / 2n - 2 < x < 2n\} \quad \text{e} \quad B_n = \{x \in \mathbb{R} / 2n - 1 < x < 2n + 1\}.$$

Podemos afirmar que:

- (A) a interseção da união dos conjuntos A_n com a união dos conjuntos B_n é o intervalo $]0, 7[$.
 (B) a união de todos os conjuntos da forma $A_n \cap B_n$ é o intervalo $]1, 6[$.
 (C) a interseção de todos os conjuntos da forma $A_n \cup B_n$ é vazia.
 (D) a união da interseção dos conjuntos A_n com a interseção dos conjuntos B_n é o intervalo $]2, 4[$.
 (E) a interseção da interseção dos conjuntos A_n com a interseção dos conjuntos B_n é o intervalo $]1, 7[$.

Solução. Encontrando os conjuntos A_n e B_n , temos:

$$A_1 = \{x \in \mathbb{R} / 2 \cdot (1) - 2 < x < 2 \cdot (1)\} = \{x \in \mathbb{R} / 0 < x < 2\} =]0, 2[.$$

$$A_2 = \{x \in \mathbb{R} / 2 \cdot (2) - 2 < x < 2 \cdot (2)\} = \{x \in \mathbb{R} / 2 < x < 4\} =]2, 4[.$$

$$A_3 = \{x \in \mathbb{R} / 2 \cdot (3) - 2 < x < 2 \cdot (3)\} = \{x \in \mathbb{R} / 4 < x < 6\} =]4, 6[.$$

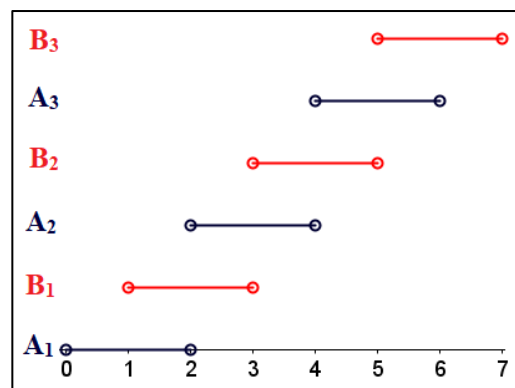
$$B_1 = \{x \in \mathbb{R} / 2 \cdot (1) - 1 < x < 2 \cdot (1) + 1\} = \{x \in \mathbb{R} / 1 < x < 3\} =]1, 3[.$$

$$B_2 = \{x \in \mathbb{R} / 2 \cdot (2) - 1 < x < 2 \cdot (2) + 1\} = \{x \in \mathbb{R} / 3 < x < 5\} =]3, 5[.$$

$$B_3 = \{x \in \mathbb{R} / 2 \cdot (3) - 1 < x < 2 \cdot (3) + 1\} = \{x \in \mathbb{R} / 5 < x < 7\} =]5, 7[.$$

Analisando as afirmativas de acordo com os conjuntos, temos:

- (A) Falsa. O intervalo $]0, 1[$ não está na união dos conjuntos B_n .
 (B) Falsa. A interseção de A_1 com B_1 é $]1, 2[$ e a interseção de A_2 com B_2 é $]3, 4[$. Logo, $]2, 3[$ não está na união.
 (C) Verdadeira. Não há interseção entre a união de A_1 com $B_1 =]0, 3[$ e a união de A_3 com $B_3 =]4, 7[$.
 (D) Falsa. Tanto a interseção dos conjuntos A_n quanto a interseção dos conjuntos B_n é vazia. Logo a união é vazia.
 (E) Falsa. Tanto a interseção dos conjuntos A_n quanto a interseção dos conjuntos B_n é vazia. Logo a interseção é vazia.



Questão 17. Ao pesquisar as condições de compra de sua boina nova, um aluno do Colégio Militar soube, pelo lojista, que poderia pagar das seguintes maneiras: à vista, com 10 % de desconto sobre o preço de tabela, que era de R\$ 50,00, ou então, em duas vezes sem juros, através de duas parcelas de R\$ 25,00, sendo a primeira paga no ato da compra. Embora o lojista tenha afirmado que não há juros no pagamento a prazo, percebemos a existência de juros embutidos, que são omitidos do cliente. A taxa de juros cobrada pelo lojista é de:

- (A) 8,75 %. (B) 10 %. (C) 11,11 %. (D) 15 %. (E) 25 %.

Solução. Com o pagamento à vista, e o desconto de 10 %, o aluno para 90%. $(R\$ 50,00) = R\$ 45,00$.

Parcelando ele paga no ato R\$ 25,00. Pelo valor à vista, faltaria pagar $R\$ 45,00 - R\$ 25,00 = R\$ 20,00$.

Se o aluno vai pagar a segunda parcela no valor de R\$ 25,00, estará pagando R\$ 5,00 a mais.

Este valor corresponde a $5/20 = 1/4 = 0,25 = 25\%$ a mais do que o correto.

Logo, o juro embutido é de 25%.

OBS: Repare que $R\$ 20,00 \times (1 + 0,25) = R\$ 20,00 \times (1,25) = R\$ 25,00$.

Questão 18. Dois barcos partem do mesmo ponto, navegando em linha reta, em trajetórias que formam entre si um ângulo de 60° . Eles viajam a uma velocidade constante de, respectivamente, 5 km/h e 8 km/h. Após uma hora de viagem, a distância entre eles será de:

- (A) 7 km. (B) $\sqrt{61}$ km. (C) $\sqrt{129}$ km. (D) 9 km. (E) 10,2 km.

Solução. Após uma hora, um barco terá percorrido 5 km e o outro 8 km. A distância pode ser encontrada aplicando a lei dos cossenos no triângulo mostrado na figura.

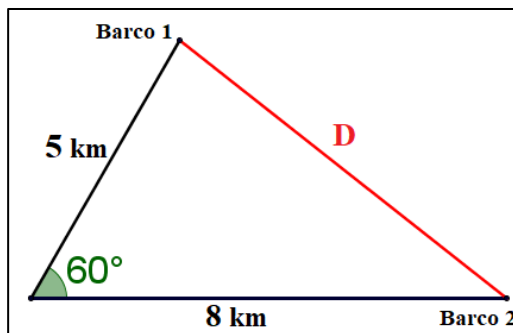
$$D^2 = (5)^2 + (8)^2 - 2 \cdot (5) \cdot (8) \cdot \cos 60^\circ$$

$$D^2 = 25 + 64 - 80 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$D^2 = 89 - 40$$

$$D^2 = 49$$

$$D = \sqrt{49} = 7 \text{ km.}$$



Questão 19. O valor de k , de modo que as raízes da equação $4kx^2 - kx + k + 2 = 0$ sejam inversas, é:

- (A) 0. (B) $\frac{1}{3}$. (C) $\frac{2}{3}$. (D) 1. (E) $\frac{4}{3}$.

Solução. Considerando as raízes como r e $\frac{1}{r}$, temos:
$$\begin{cases} \text{Soma} = r + \frac{1}{r} = \frac{r^2+1}{r} \\ \text{Produto} = (r) \cdot \left(\frac{1}{r}\right) = 1 \end{cases}$$

Na equação, temos:
$$\begin{cases} \text{Soma} = -\frac{(-k)}{4k} = \frac{1}{4} \\ \text{Produto} = \frac{k+2}{4k} \end{cases}$$

Igualando os produtos, vem: $\frac{k+2}{4k} = 1 \Rightarrow k + 2 = 4k \Rightarrow 3k = 2 \Rightarrow k = \frac{2}{3}$.

OBS: Neste caso as raízes não são reais. São complexas. Na equação $\frac{r^2+1}{r} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4r^2 - r + 4 = 0$, o discriminante será negativo: $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (4) \cdot (4) = 1 - 64 = -63 < 0$.

Questão 20. O ponto P é a interseção da reta que passa pelos pontos $A(1, 2)$ e $B(3, 0)$ com a reta vertical que passa pelo ponto $C(2, 0)$. A área do triângulo OPB , onde O é a origem do sistema de eixos, vale:

- (A) 4. (B) 3. (C) 2,5. (D) 2. (E) 1,5.

Solução. A reta que passa por $(1, 2)$ e $(3, 0)$ representa o gráfico de uma função afim:

$$\begin{aligned} \text{i) } \begin{cases} 2 = a \cdot (1) + b \\ 0 = a \cdot (3) + b \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} a + b = 2 \\ 3a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow 3a - a = -2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2a = -2 \Rightarrow a = -1. \text{ Logo } b = 2 - (-1) = 2 + 1 = 3. \end{aligned}$$

A equação da reta é $y = -x + 3$.

ii) A interseção da reta $y = -x + 3$ com a reta $x = 2$ é o ponto $P(2, 1)$, pois se $x = 2$, então $y = -(2) + 3 = 1$.

iii) O triângulo OPB possui base igual a 3 e altura 1.

$$\text{Sua área vale } A = \frac{(3) \cdot (1)}{2} = 1,5.$$

