

MATEMÁTICA - GABARITO

(Prof. Walter Tadeu Nogueira da Silveira – www.professorwaltetadeu.mat.br)

Questão 1. Durante este ano de 2003, o preço da gasolina sofreu os seguintes reajustes (sucessivos e nesta ordem):

- aumento de 10 %
- aumento de 8 %
- redução de 5 %

Em relação a seu preço inicial neste ano, podemos afirmar que:

- (A) houve aumento de 13 %. (B) houve aumento de 12,86 %. (C) houve aumento de 10,5 %.
(D) houve aumento de 7 %. (E) houve aumento de 5,8 %.

Solução. Aplicando as multiplicações sucessivas pelos fatores de variação nos preços, temos:

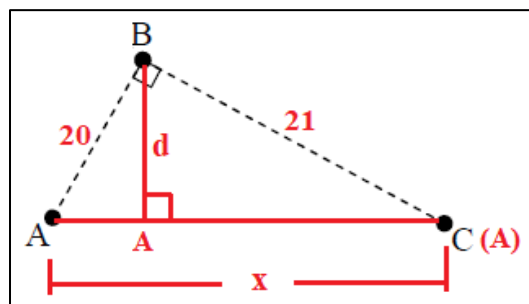
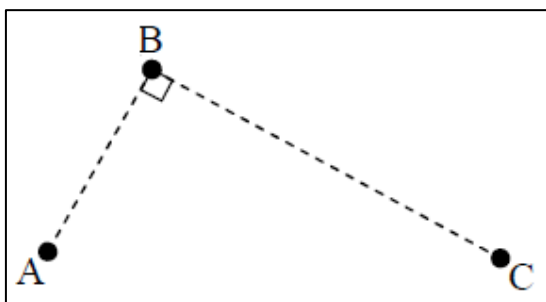
P = preço antes dos reajustes;

P' = preço após os reajustes.

Um aumento de i% representa uma multiplicação por (1 + i). Uma redução de i% representa a multiplicação de (1 - i).

$P' = P.(1,1).(1,08).(0,95) = P.(1,1286) = P.(1 + 0,1286)$. Houve um aumento de 12,86%.

Questão 2. O esquema abaixo representa uma jogada ensaiada entre dois craques de um time de futebol: o jogador que está em A toca a bola para o seu colega que está em B e a recebe de volta em C. As trajetórias que a bola descreveu são segmentos de reta perpendiculares; o jogador que estava em B ficou parado e o que estava em A se deslocou até C em linha reta. Inicialmente, a distância entre os jogadores é de 20 metros e, no instante final da jogada, essa distância é de 21 metros. A menor distância que existiu entre os dois jogadores no decorrer da jogada foi de, aproximadamente:



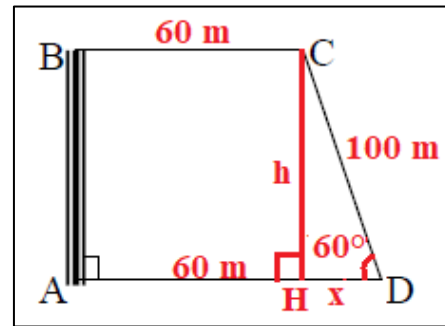
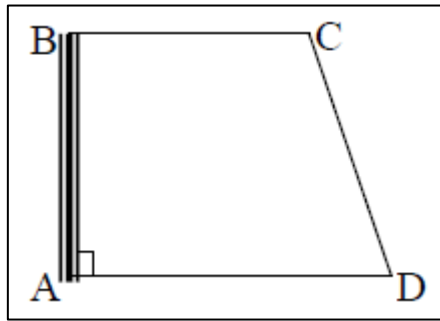
- (A) 24 m. (B) 20 m. (C) 18,6 m. (D) 14,5 m. (E) 12 m.

Solução. A menor distância será o segmento d, perpendicular à distância AC. Aplicando as relações métricas no triângulo retângulo, temos:

i) $(x)^2 = (20)^2 + (21)^2 \Rightarrow x^2 = 400 + 441 \Rightarrow x = \sqrt{841} = 29$ m.

ii) $(20).(21) = (x).(d) \Rightarrow 420 = 29.d \Rightarrow d = \frac{420}{29} \cong 14,5$ m.

Questão 3. Diogo resolveu cercar o seu terreno, que tem a forma de um trapézio retângulo, como mostra a figura. Para tal, ele aproveitará que já existe o muro AB para cercar apenas BC, CD e DA. O ângulo agudo existente nesse terreno mede 60°. Os lados BC e CD têm, respectivamente, 60 metros e 100 metros de comprimento.



Diogo fez um levantamento de preços e recebeu as propostas abaixo indicadas. Assinale a mais vantajosa para Diogo.

(A) A do Sr. José, que cobra uma cota única de R\$ 1.600,00 por todo o serviço.

(B) A do Sr. Gomes, que cobra R\$ 6,00 para cada metro de cerca.

(C) A do Sr. Reinaldo, que cobra uma cota de R\$ 150,00 e mais R\$ 5,00 para cada metro de cerca.

(D) A do Sr. Marcelo, que cobra uma cota de R\$ 700,00 e mais R\$ 3,00 para cada metro de cerca.

(E) A do Sr. Genaro, que cobra uma cota de R\$ 2.000,00 e concede um desconto, em reais, de valor igual ao número de metros da cerca que será feita.

Solução. Traçando a altura CH, determinamos o segmento HD, que complementar a base maior. Aplicando as relações trigonométricas e calculando a área, temos:

i) $\cos 60^\circ = \frac{x}{100} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{100} \Rightarrow 2x = 100 \Rightarrow x = 50 \text{ m.}$ A base maior mede, portanto, $(60 + 50) = 110 \text{ m.}$

ii) Medida da cerca = $110 + 100 + 60 = 270 \text{ m.}$

iii) Analisando as propostas, temos:

(A) Custo de R\$ 1.600,00.

(B) Custo de $(6 \times 270) = \text{R\$ } 1.620,00.$

(C) Custo de $(150 + 5 \times 270) = (150 + 1.350) = \text{R\$ } 1.500,00.$ (Mais vantajoso)

(D) Custo de $(700 + 3 \times 270) = (700 + 810) = \text{R\$ } 1.510,00.$

(E) Custo de $(2.000 - 110) = \text{R\$ } 1.890,00.$

Questão 4. Considere as expressões $M = \frac{1 + \sqrt[3]{2}}{1 + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}}$ e $N = \frac{\sqrt[3]{16} - 1}{\sqrt[3]{4} + 1}$. O valor de $\frac{M}{N}$ é:

(A) 1

(B) $\sqrt[3]{2} + 1$

(C) $\sqrt[3]{4} - 1$

(D) $\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2}$

(E) $\sqrt[3]{2} - 1$

Solução. Utilizando produtos notáveis e fatoração, temos:

i) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$; ii) $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$; iii) $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$;

iv) $\sqrt[3]{16} - 1 = (\sqrt[3]{4} - 1)(\sqrt[3]{4} + 1)$;

v) $(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1)(\sqrt[3]{2} - 1) = (\sqrt[3]{2})^3 - 1^3 = 2 - 1 = 1. \Rightarrow (\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1) = \frac{1}{\sqrt[3]{2} - 1}$;

$$\text{vi) } \frac{M}{N} = \frac{\frac{1 + \sqrt[3]{2}}{1 + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}}}{\frac{\sqrt[3]{16} - 1}{\sqrt[3]{4} + 1}} = \frac{1 + \sqrt[3]{2}}{1 + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}} \cdot \frac{\sqrt[3]{4} + 1}{\sqrt[3]{16} - 1} = \frac{1 + \sqrt[3]{2}}{\frac{1}{\sqrt[3]{2} - 1}} \cdot \frac{\sqrt[3]{4} + 1}{(\sqrt[3]{4} + 1)(\sqrt[3]{4} - 1)} = \frac{1 + \sqrt[3]{2}}{\frac{1}{\sqrt[3]{2} - 1}} \cdot \frac{1}{(\sqrt[3]{4} - 1)} =$$

$$= \frac{(\sqrt[3]{2} + 1)(\sqrt[3]{2} - 1)}{1} \cdot \frac{1}{(\sqrt[3]{4} - 1)} = \frac{\sqrt[3]{4} - 1}{\sqrt[3]{4} - 1} = 1.$$

Questão 5. Seja $a \in \mathbb{R}^*$ e $y \in \mathbb{R}$, onde \mathbb{R} é o conjunto dos números reais. Então, podemos afirmar que

$$\left(\frac{a}{a+y} + \frac{y}{a-y}\right) \div \left(\frac{y}{a+y} - \frac{a}{a-y}\right) = -1:$$

- (A) só para dois valores reais de y . (B) para todos os valores reais de y .
 (C) para todos os valores reais de y , exceto dois deles. (D) só para um valor real de y .
 (E) para nenhum valor real de y .

Solução. Resolvendo a equação, temos:

$$\left(\frac{a}{a+y} + \frac{y}{a-y}\right) \div \left(\frac{y}{a+y} - \frac{1}{a-y}\right) = -1 \Rightarrow \left(\frac{a^2 - ay + ay + y^2}{a^2 - y^2}\right) \div \left(\frac{ay - y^2 - a^2 - ay}{a^2 - y^2}\right) = -1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a^2 + y^2}{a^2 - y^2}\right) \div \left(\frac{-y^2 - a^2}{a^2 - y^2}\right) = -1 \Rightarrow \left(\frac{a^2 + y^2}{a^2 - y^2}\right) \times \left(\frac{a^2 - y^2}{-(a^2 + y^2)}\right) = -1.$$

i) Para que as simplificações possam ser feitas, $a^2 - y^2 \neq 0 \Rightarrow (a + y)(a - y) \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} y \neq a \\ y \neq -a \end{cases}$

ii) No caso de $a^2 + y^2$, temos a soma de dois números reais, positivos e como $a \neq 0$, $a^2 + y^2 \neq 0$.

Logo, só há dois valores que y não pode assumir.

Questão 6. Seja D o domínio da função $f(x) = \sqrt{\frac{(2x^2 - 7x + 6)(2x^2 - 7x + 5)}{x^2 - 5x - 6}}$. O complementar de D em relação a \mathbb{R} , onde \mathbb{R} é o conjunto dos números reais, é:

- (A) $] -\infty, -1[\cup \left[1, \frac{3}{2}\right] \cup \left[2, \frac{5}{2}\right] \cup]6, +\infty[$. (B) $] -\infty, 1] \cup \left[\frac{5}{2}, +\infty[$.
 (C) $[-1, 1[\cup \left[\frac{3}{2}, 2\right[\cup \left[\frac{5}{2}, 6\right]$. (D) $] -\infty, \frac{3}{2}] \cup [2, +\infty[$.
 (E) $] -1, \frac{3}{2}[\cup \left]2, \frac{5}{2}\right] \cup [6, +\infty[$.

Solução. O radicando deve ser maior ou igual a zero. O denominador não pode ser nulo. Analisando, temos:

i) $2x^2 - 7x + 6$ é uma função quadrática com concavidade para cima. Encontrando as interseções com o eixo

$$X, \text{ temos: } x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot (2) \cdot (6)}}{2(2)} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{4} = \frac{7 \pm 1}{4} \Rightarrow x = 2 \text{ e } x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}.$$

Os valores são positivos para $x > 2$ e $x < \frac{3}{2}$.

ii) $2x^2 - 7x + 5$ é uma função quadrática com concavidade para cima. Encontrando as interseções com o eixo

$$X, \text{ temos: } x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot (2) \cdot (5)}}{2(2)} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 40}}{4} = \frac{7 \pm 3}{4} \Rightarrow x = 1 \text{ e } x = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}.$$

Os valores são positivos para $x < 1$ e $x > \frac{5}{2}$.

iii) $x^2 - 5x - 6$ é uma função quadrática com concavidade para cima. Encontrando as interseções com o eixo

X , temos: $(x + 1)(x - 6) = 0 \Rightarrow x = -1$ e $x = 6$. Os valores são positivos para $x < -1$ e $x > 6$.

	-1	1	3/2	2	5/2	6
$2x^2 - 7x + 6$	+	+	+	-	+	+
$2x^2 - 7x + 5$	+	+	-	-	-	+
$x^2 - 5x - 6$	+	-	-	-	-	+
D	+	-	+	-	+	-

Complementar de D

$$\left[-1, 1[\cup \left[\frac{3}{2}, 2\right[\cup \left[\frac{5}{2}, 6\right]$$

Questão 7. A respeito da equação $\sqrt{x+1} = x$, é verdadeiro afirmar que:

- (A) possui uma só raiz real, que pertence ao intervalo $]0, 2[$.
 (B) possui uma só raiz real, que pertence ao intervalo $[2, +\infty[$.
 (C) possui duas raízes reais, cuja soma é 1.
 (D) possui duas raízes reais, cujo produto é um número racional.
 (E) possui duas raízes reais simétricas.

Solução. Elevando ambos os membros ao quadrado, temos:

$$(\sqrt{x+1})^2 = x^2 \Rightarrow x+1 = x^2 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0. \text{ Resolvendo, temos:}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-4 \cdot (1) \cdot (-1)}}{2 \cdot (1)} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \\ x_2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Verificando as raízes, temos:

i) $\sqrt{\frac{1-\sqrt{5}}{2} + 1} = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}} = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$. Raiz estranha, pois $\sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}} > 0$ e $\frac{1-\sqrt{5}}{2} < 0$.

ii) $\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2} + 1} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{3+\sqrt{5}}{2} = \frac{1+2\sqrt{5}+5}{4} \Rightarrow \frac{3+\sqrt{5}}{2} = \frac{6+2\sqrt{5}}{4} \Rightarrow \frac{3+\sqrt{5}}{2} = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \cong 1,6 \in]0, 2[$.

Questão 8. Se r e s são raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$, o valor de $r^4 + r^2 \cdot s^2 + s^4$ é:

- (A) $\frac{(a^2+b^2)}{c^2}$. (B) $(a^2 + b^2 - c^2) \cdot b^2$. (C) $\frac{(b^2 - c^2) \cdot (b^2 - 3c^2)}{a^2}$.
 (D) $\frac{(b^2 + a^2) \cdot (c^2 + b^2)}{a^2}$. (E) $\frac{(b^2 - ac) \cdot (b^2 - 3ac)}{a^4}$.

Solução. Utilizando as relações de Girard, produtos notáveis e fatoração, temos:

i) $r + s = -\frac{b}{a} \Rightarrow r^2 + 2r \cdot s + s^2 = \frac{b^2}{a^2}$; ii) $r \cdot s = \frac{c}{a}$; iii) $r^2 + s^2 = \frac{b^2}{a^2} - 2r \cdot s = \frac{b^2}{a^2} - \frac{2c}{a} = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$;

iv) $(r^2 + s^2)^2 = \left(\frac{b^2 - 2ac}{a^2}\right)^2 \Rightarrow r^4 + 2r^2s^2 + s^4 = \frac{b^4 - 4b^2ac + 4a^2c^2}{a^4} \Rightarrow r^4 + r^2s^2 + s^4 = \frac{b^4 - 4b^2ac + 4a^2c^2}{a^4} - r^2s^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow r^4 + r^2 \cdot s^2 + s^4 = \frac{b^4 - 4b^2ac + 4a^2c^2}{a^4} - \frac{c^2}{a^2} = \frac{b^4 - 4b^2ac + 4a^2 \cdot c^2 - a^2 \cdot c^2}{a^4} = \frac{b^4 - 4b^2ac + 3a^2 \cdot c^2}{a^4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r^4 + r^2 \cdot s^2 + s^4 = \frac{b^4 - b^2ac - 3b^2ac + 3a^2 \cdot c^2}{a^4} = \frac{b^2 \cdot (b^2 - ac) - 3ac \cdot (b^2 - ac)}{a^4} = \frac{(b^2 - ac) \cdot (b^2 - 3ac)}{a^4}.$$

Questão 9. Seja $f(x)$ uma função real, tal que $f(1) = 1$ e $f(x+1) = 2 \cdot f(x) + 1$. O valor de $f(5)$ é:

- (A) 5. (B) 6. (C) 9. (D) 16. (E) 31.

Solução. Utilizando o valor inicial indicado, temos:

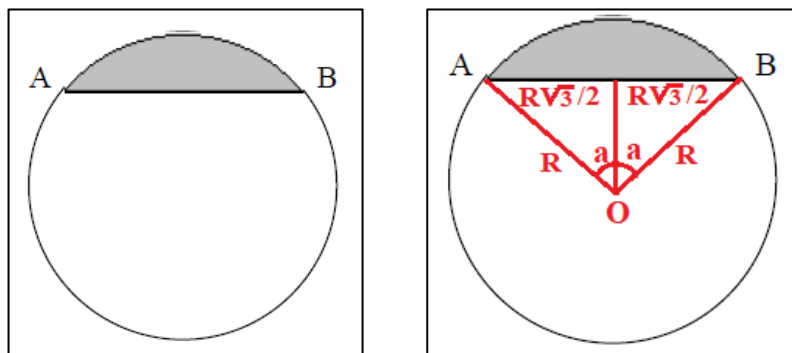
i) $f(2) = f(1+1) = 2 \cdot f(1) + 1 = 2 \cdot (1) + 1 = 3$;

ii) $f(3) = f(2+1) = 2 \cdot f(2) + 1 = 2 \cdot (3) + 1 = 7$;

iii) $f(4) = f(3+1) = 2 \cdot f(3) + 1 = 2 \cdot (7) + 1 = 15$;

iv) $f(5) = f(4+1) = 2 \cdot f(4) + 1 = 2 \cdot (15) + 1 = 31$.

Questão 10. Um aluno do CMRJ traçou uma circunferência de raio R cm e dividiu o círculo correspondente em duas regiões, usando uma corda AB de comprimento $R\sqrt{3}$ cm, conforme mostra a figura abaixo. Sabendo que a área da região sombreada é $(4\pi - 3\sqrt{3})$ cm², então, a medida de R é:



- (A) $2\sqrt{3}$ cm (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm (C) $2\pi\sqrt{3}$ cm (D) 3π cm (E) $(5\pi - \sqrt{3})$ cm

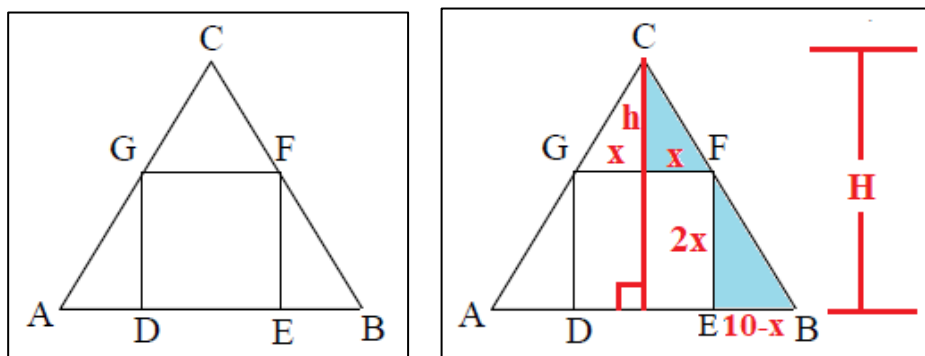
Solução. De acordo com a figura, temos: $\text{sen}(a) = \frac{R\sqrt{3}/2}{R} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = 60^\circ$.

Dessa forma o ângulo central vale 120° . A área sombreada é a diferença entre a área do setor circular de 120° e a área do triângulo OAB. Temos:

$$4\pi - 3\sqrt{3} = \frac{\pi.R^2}{3} - \frac{R.R.\text{sen}120^\circ}{2} \Rightarrow 4\pi - 3\sqrt{3} = \frac{\pi.R^2}{3} - \frac{R^2.\sqrt{3}}{4} \Rightarrow 4\pi - 3\sqrt{3} = \frac{4\pi.R^2 - 3R^2.\sqrt{3}}{12} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4\pi - 3\sqrt{3} = \frac{R^2.(4\pi - 3.\sqrt{3})}{12} \Rightarrow R^2 = 12 \Rightarrow R = \sqrt{12} = \sqrt{2^2.3} = 2\sqrt{3} \text{ cm.}$$

Questão 11. Considere o triângulo equilátero ABC, de 20 cm de lado, e o quadrado DEFG nele inscrito, conforme mostrado na figura abaixo. A razão, em porcentagem, entre a quadrado DEFG e a área do triângulo ABC é, aproximadamente: (Use $\sqrt{3} = 1,73$.)



- (A) 40 %. (B) 45 %. (C) 50 %. (D) 55 %. (E) 60 %.

Solução. Observando os triângulos semelhantes destacados e as medidas informadas, temos:

i) $H = \frac{L.\sqrt{3}}{2} = \frac{20.\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} = 10.(1,73) = 17,3 \text{ cm};$ ii) $h = H - 2x = 17,3 - 2x;$

ii) $\frac{h}{x} = \frac{2x}{10-x} \Rightarrow \frac{17,3-2x}{x} = \frac{2x}{10-x} \Rightarrow 173 - 17,3x - 20x + 2x^2 = 2x^2 \Rightarrow 37,3x = 173 \Rightarrow x = \frac{173}{37,3} \cong 4,64 \text{ cm}^2.$

iii) Área do triângulo equilátero: $\frac{L^2.\sqrt{3}}{4} = \frac{(20)^2.\sqrt{3}}{4} = \frac{400\sqrt{3}}{4} = 100.(1,73) = 173 \text{ cm}^2;$

iv) Área do quadrado: $(2x)^2 = (9,28)^2 \cong 86 \text{ cm}^2;$

v) $\frac{\text{Área do quadrado}}{\text{Área do triângulo}} = \frac{86}{173} \cong 0,49 = 0,50 = 50\%.$

Questão 12. Numa confraternização no CMRJ, todos os participantes cumprimentaram-se com um aperto de mão, uma única vez. Sabendo que houve 105 apertos de mão, então, o número de pessoas que havia na confraternização era:

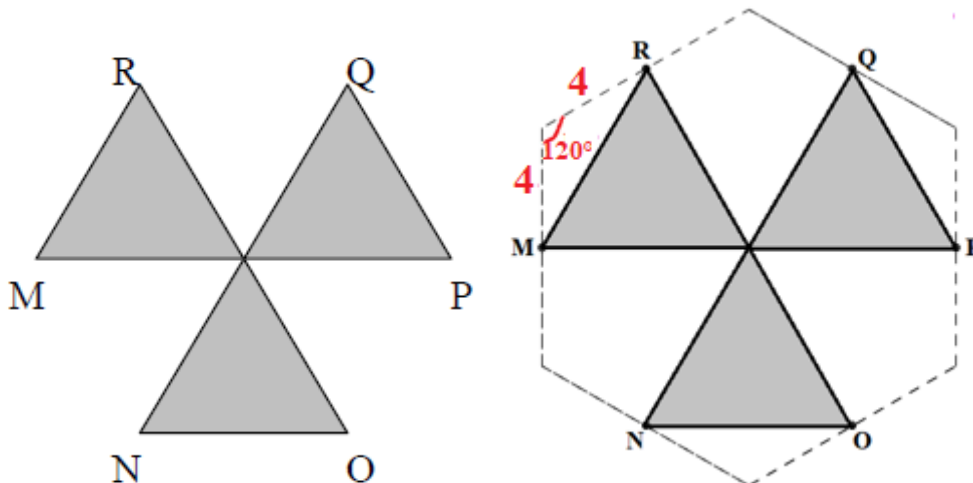
- (A) 210. (B) 106. (C) 105. (D) 53. (E) 15.

Solução. Considere N o número de participantes. Como um participante não cumprimenta a si mesmo, então, N pessoas aperta a mão de $(N - 1)$ pessoas. Mas se A aperta a mão de B , B está apertando a mão de A .

Dessa forma, temos: $\frac{N \cdot (N-1)}{2} = 105 \Rightarrow N^2 - N = 210 \Rightarrow N^2 - N - 210 = 0 \Rightarrow (N - 15) \cdot (N + 14) = 0$.

Como o número de pessoas é um número inteiro e positivo, $N = 15$.

Questão 13. Na figura abaixo, M , N , O , P , Q e R são pontos médios dos lados de um hexágono regular de lado 8 m. A medida da área da figura é:



- (A) $96\sqrt{3} \text{ m}^2$ (B) $48\sqrt{3} \text{ m}^2$ (C) $36\sqrt{3} \text{ m}^2$ (D) $96\sqrt{3} \text{ m}^2$ (E) $8\sqrt{3} \text{ m}^2$

Solução. A área da figura corresponde à soma das áreas de três triângulos equiláteros de lado RM , que pode ser calculado através da lei dos cossenos, pois todos os ângulos internos do hexágono regular medem 120° .

i) $(RM)^2 = (4)^2 + (4)^2 - 2 \cdot (4) \cdot (4) \cdot \cos 120^\circ = 16 + 16 - 32 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 16 + 16 + 16 = 48$.

ii) Área da figura $= 3 \cdot \left[\frac{(RM)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \right] = 3 \cdot \left[\frac{(48) \cdot \sqrt{3}}{4} \right] = 3 \cdot (12\sqrt{3}) = 36\sqrt{3} \text{ m}^2$.

Questão 14. Dividindo o trinômio $x^2 - x + 2$ por $x + 3a$, obtém-se quociente $x - b$ e resto $2a + 3b$, com a e b inteiros. A soma desses valores inteiros de a e b é:

- (A) 5. (B) 3. (C) 1. (D) -2. (E) -3.

Solução. Utilizando a comparação entre o trinômio e o resultado da expressão $D = d \cdot x + q + r$, com os termos informados, temos:

i) $(x + 3a) \cdot (x - b) + 2a + 3b = x^2 - xb + 3ax - 3ab + 2a + 3b = x^2 + (3a - b)x + 2a + 3b - 3ab$;

ii) $x^2 - x + 2 = x^2 + (3a - b)x + 2a + 3b - 3ab \Rightarrow \begin{cases} 3a - b = -1 \Rightarrow a = \frac{b-1}{3} \\ 2a + 3b - 3ab = 2 \end{cases}$;

iii) $2 \cdot \frac{(b-1)}{3} + 3b - 3 \cdot \frac{(b-1)}{3} \cdot b = 2 \Rightarrow 2b - 2 + 9b - 3b^2 + 3b = 6 \Rightarrow 14b - 3b^2 - 8 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3b^2 - 14b + 8 = 0 \Rightarrow b = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 4 \cdot (3) \cdot (8)}}{2 \cdot (3)} = \frac{14 \pm \sqrt{100}}{6} = \frac{14 \pm 10}{6} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = \frac{14+10}{6} = 4 \\ b_2 = \frac{14-10}{6} = \frac{2}{3} \end{cases}$

Como b é inteiro, $b = 4$. Logo, $a = \frac{4-1}{3} = 1$. A soma $(a + b)$ é $4 + 1 = 5$.

Questão 15. O salário mensal de um determinado bancário é composto por uma parte fixa de R\$ 650,00 mais uma parte variável, que depende do número de horas extras que ele faz no mês. Para cada hora extra trabalhada ele recebe R\$ 15,00. O número mínimo de horas extras que ele deverá fazer, em um determinado mês, para que ele receba mais de R\$ 1.000,00 é:

- (A) um número menor que 10. (B) um número maior ou igual a 10, mas menor que 15.
 (C) um número maior ou igual a 15, mas menor que 20. (D) um número maior ou igual a 20, mas menor que 25.
 (E) um número maior ou igual a 25.

Solução. Considerando t o número de horas extras, temos:

$$650 + t.(15) = 1\ 000 \Rightarrow 15t = 1\ 000 - 650 \Rightarrow 15t = 350 \Rightarrow t = \frac{350}{15} \cong 23,33. \text{ M\u00ednimo de 24 horas extras.}$$

Questão 16. A \u00e1rea da regi\u00e3o limitada pelos gr\u00e1ficos das inequa\u00e7\u00f5es abaixo \u00e9: (Unidade de medida: cm)

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ 3x + 5y \leq 31 \\ x + 5y \geq 17 \end{cases}$$

- (A) 1,5 cm². (B) 3 cm². (C) 4 cm². (D) 5 cm². (E) 7 cm².

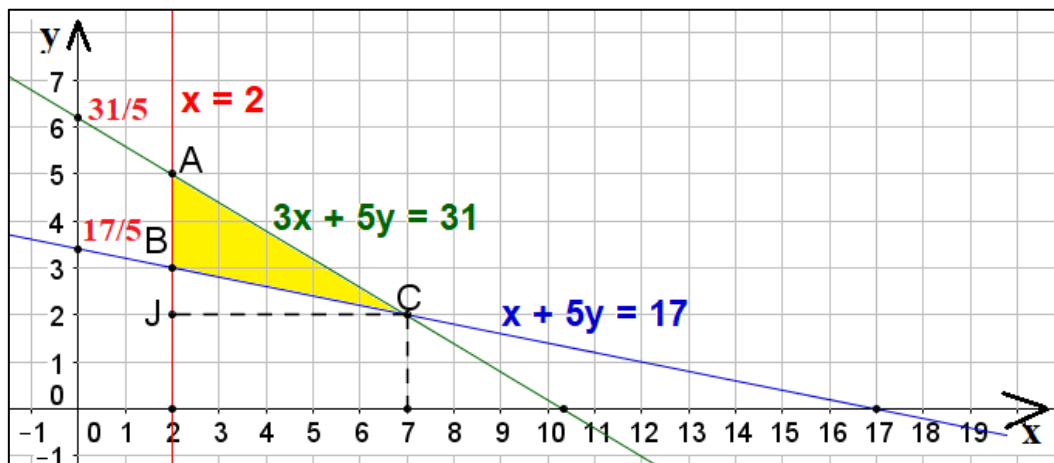
Solu\u00e7\u00e3o. As equa\u00e7\u00f5es representam retas. Encontrando as representa\u00e7\u00f5es gr\u00e1ficas de cada uma, temos:

i) $x = 2$ \u00e9 uma reta vertical.

ii) $3x + 5y = 31 \Rightarrow y = -\frac{3x}{5} + \frac{31}{5}$. Quando $y = 0$, temos $-3x + 31 = 0 \Rightarrow x = \frac{31}{3}$. Se $x = 0$, $y = \frac{31}{5}$.

iii) $x + 5y = 17 \Rightarrow y = -\frac{x}{5} + \frac{17}{5}$. Quando $y = 0$, temos $-x + 17 = 0 \Rightarrow x = 17$. Se $x = 0$, $y = \frac{17}{5}$.

iv) identificando as regi\u00f5es atrav\u00e9s com as desigualdades, temos:



v) A interse\u00e7\u00e3o entre as retas $3x + 5y = 31$ e $x + 5y = 17$ \u00e9: $\begin{cases} 3x + 5y = 31 \\ x + 5y = 17 \rightarrow (\times -1) \end{cases} \Rightarrow 2x = 14 \Rightarrow x = 7$.

Logo, $3(7) + 5y = 31 \Rightarrow 5y = 31 - 21 \Rightarrow 5y = 10 \Rightarrow y = 2$. O ponto C (7, 2) \u00e9 a interse\u00e7\u00e3o entre essas retas.

vi) A interse\u00e7\u00e3o entre as retas $x = 2$ e $3x + 5y = 31$ \u00e9: $3(2) + 5y = 31 \Rightarrow 5y = 25 \Rightarrow y = 5$. Ponto A (2, 5).

vii) A interse\u00e7\u00e3o entre as retas $x = 2$ e $x + 5y = 17$ \u00e9: $(2) + 5y = 17 \Rightarrow 5y = 15 \Rightarrow y = 3$. Ponto B (2, 3).

viii) A \u00e1rea pedida \u00e9 a \u00e1rea do tri\u00e2ngulo ABC. Ela vale a diferen\u00e7a entre a \u00e1rea do tri\u00e2ngulo ret\u00e2ngulo AJC e do tri\u00e2ngulo ret\u00e2ngulo BJC. Temos:

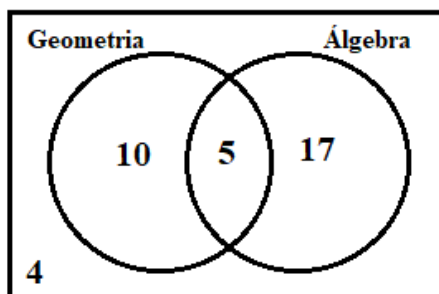
$$\text{\u00c1rea (ABC)} = \frac{(5-2).(7-2)}{2} - \frac{(3-2).(7-2)}{2} = \frac{15}{2} - \frac{5}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}^2.$$

Questão 17. Os alunos de uma turma de oitava série do Colégio Militar foram entrevistados, em relação a suas preferências matemáticas. O resultado dessa pesquisa mostrou que 10 alunos gostam de geometria, mas não gostam de álgebra; 5 gostam de geometria e álgebra; 22 gostam de álgebra e 4 não gostam desses ramos da matemática.

Em relação ao total de alunos dessa turma, podemos afirmar que:

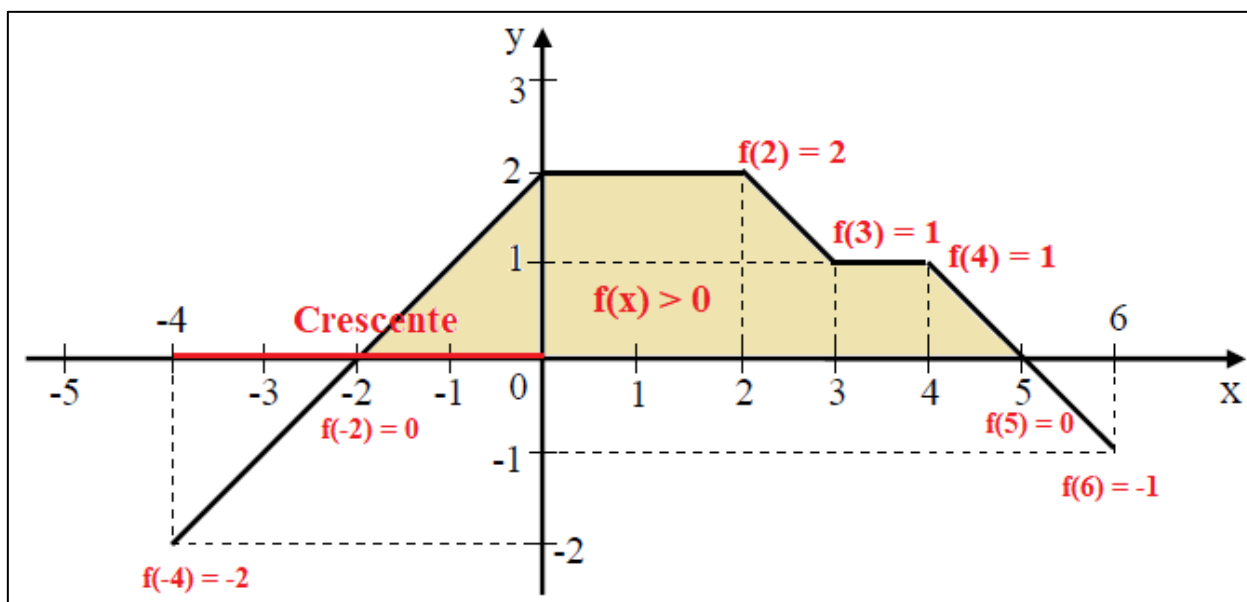
- (A) é um número primo. (B) é um quadrado perfeito. (C) é divisível por 5.
 (D) é múltiplo de 7. (E) possui apenas 4 divisores positivos.

Solução. Representando as informações, subtraindo as interseções, temos:



O total é: $10 + 5 + 17 + 4 = 36$. Um quadrado perfeito, pois $36 = 6^2$.

Questão 18. Observe o gráfico abaixo de uma função real f e, em seguida, assinale a afirmativa FALSA, relativa a esse gráfico.



- (A) Os zeros da função são -2 e 5 .
 (B) A função é crescente para os valores de x que pertencem a $]-4, 0[$.
 (C) $f(2) = f(3) + f(4)$.
 (D) $f(x) > 0$ se $-2 \leq x \leq 5$.
 (E) A soma das imagens dos elementos -4 e 6 do domínio de f é -3 .

Solução. Analisando as afirmações, temos:

- (A) Verdadeira. Os zeros da função são os pontos onde o gráfico intersecta o eixo X.
 (B) Verdadeira. Neste intervalo o gráfico é uma reta que faz um ângulo agudo com o eixo X.
 (C) Verdadeira. Observando os pontos, temos que $f(2) = 2$, $f(3) = 1$ e $f(4) = 1$. Logo, $f(2) = 1 + 1 = 2$.
 (D) Falsa. A função é positiva para $-2 < x < 5$, pois nos pontos $x = -2$ e $x = 5$ a função é zero.
 (E) Verdadeira. Somando, temos: $f(-4) + f(6) = (-2) + (-1) = -3$.

Questão 19. Com uma velocidade V , o satélite Alfa 45 leva 1 h e 30 min para percorrer uma órbita circular, em torno da Terra, de 36 000 km de raio. O satélite Beta 32, com $\frac{2}{3}$ da velocidade do Alfa 45, obedece a uma órbita circular de 28 000 km de raio.

O tempo que o satélite Beta 32 dará uma volta completa por sua órbita é:

- (A) 1 h e 55 min. (B) 1 h e 45 min. (C) 1 h e 35 min. (D) 1 h e 25 min. (E) 1 h e 15 min.

Solução. Calculando o comprimento da órbita em cada caso, temos:

i) Alfa 45: $C = 2 \cdot \pi \cdot R = 2 \cdot \pi \cdot (36\ 000) = 72\ 000\pi$ km; ii) Beta 32: $C' = 2 \cdot \pi \cdot R' = 2 \cdot \pi \cdot (28\ 000) = 56\ 000\pi$ km;

iii) Velocidade de Alfa 45 = $\frac{72\ 000\pi\ km}{1\ h\ 30\ min} = \frac{72\ 000\pi\ km}{90\ min} = 800\pi$ km/min;

iv) Velocidade de Beta 32: $\frac{2}{3}$ de $(800\pi\ km/min) = \frac{1\ 600\pi}{3}$ km/min;

v) Tempo da volta de Beta 32: $\frac{56\ 000\pi\ km}{\frac{1\ 600\pi}{3}\ km/min} = \frac{3 \cdot (560)}{16}$ min = 105 min = 60 min + 45 min = 1h 45 min.

Questão 20. Uma firma comprou quatro tipos de peças para a reposição do seu estoque, num total de 400 peças. A tabela abaixo indica a porcentagem da quantidade de cada tipo de peça comprada, relativa à compra efetuada, e o valor unitário de cada peça.

<i>Tipo de Peça</i>	%	Valor Unitário
A	15	R\$ 25,00
B	20	R\$ 20,00
C	30	R\$ 15,00
D	35	R\$ 10,00

O valor que esta firma gastou para comprar as peças dos tipos A e C foi:

- (A) R\$ 825,00. (B) R\$ 1.800,00. (C) R\$ 2.400,00. (D) R\$ 2.800,00. (E) R\$ 3.300,00.

Solução. De acordo com a tabela, temos:

i) Quantidade do tipo A comprada = $(0,15) \cdot (400) = 60$. O gasto foi $(60) \cdot (R\$ 25,00) = R\$ 1\ 500,00$.

ii) Quantidade do tipo C comprada = $(0,3) \cdot (400) = 120$. O gasto foi $(120) \cdot (R\$ 15,00) = R\$ 1\ 800,00$.

Para comprar as peças do tipo A e C, a firma gastou: $R\$ 1\ 500,00 + R\$ 1\ 800,00 = R\$ 3.300,00$.