COLÉGIO MILITAR DO RIO DE JANEIRO
(Casa de Thomaz Coelho/1889)
CONCURSO DE ADMISSÃO À 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO 2003/2004
PROVA DE MATEMÁTICA
25 DE OUTUBRO DE 2003

MATEMÁTICA - GABARITO

(Prof. Walter Tadeu Nogueira da Silveira – www.professorwaltertadeu.mat.br)

Questão 1. Durante este ano de 2003, o preço da gasolina sofreu os seguintes reajustes (sucessivos e nesta ordem):

- aumento de 10 %
- aumento de 8 %
- redução de 5 %

Em relação a seu preço inicial neste ano, podemos afirmar que:

(A) houve aumento de 13 %. **(B)** houve aumento de 12,86 %. (C) houve aumento de 10,5 %.
(D) houve aumento de 7 %. (E) houve aumento de 5,8 %.

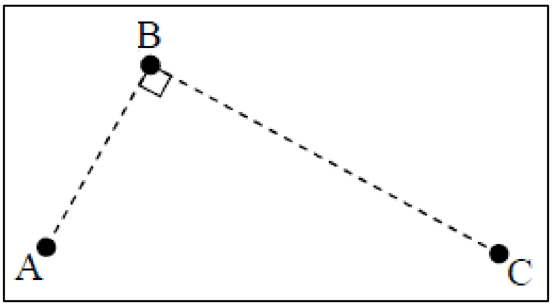
Solução. Aplicando as multiplicações sucessivas pelos fatores de variação nos preços, temos:

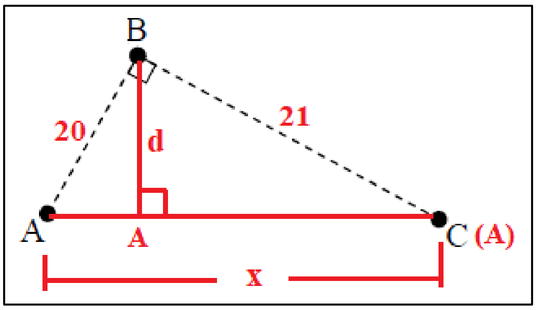
P = preço antes dos reajustes; P' = preço após os reajustes.

Um aumento de i% representa uma multiplicação por (1 + i). Uma redução de i% representa a multiplicação de (1 – i).

P' = P.(1,1).(1,08).(0,95) = P.(1,1286) = P.(1 + 0,1286). Houve um aumento de 12,86%.

Questão 2. O esquema abaixo representa uma jogada ensaiada entre dois craques de um time de futebol: o jogador que está em A toca a bola para o seu colega que está em B e a recebe de volta em C. As trajetórias que a bola descreveu são segmentos de reta perpendiculares; o jogador que estava em B ficou parado e o que estava em A se deslocou até C em linha reta. Inicialmente, a distância entre os jogadores é de 20 metros e, no instante final da jogada, essa distância é de 21 metros. A menor distância que existiu entre os dois jogadores no decorrer da jogada foi de, aproximadamente:





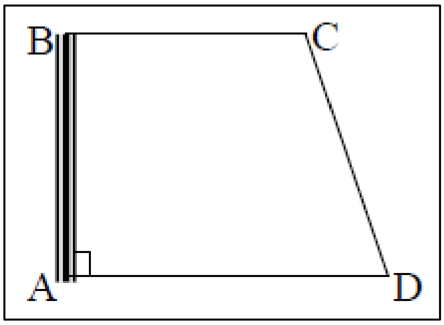
(A) 24 m. (B) 20 m. (C) 18,6 m. **(D)** 14,5 m. (E) 12 m.

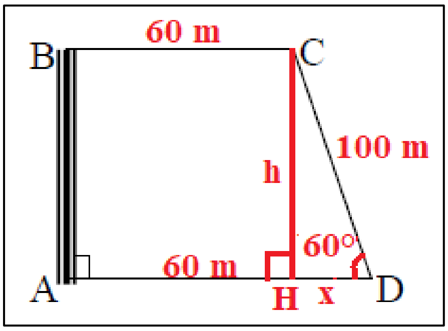
Solução. A menor distância será o segmento d, perpendicular à distância AC. Aplicando as relações métricas no triângulo retângulo, temos:

i) $(x)^2 = (20)^2 + (21)^2 \Rightarrow x^2 = 400 + 441 \Rightarrow x = \sqrt{841} = 29$ **m.**

ii) $(20).(21) = (x).(d) \Rightarrow 420 = 29.d \Rightarrow d = \frac{420}{29} \cong 14{,}5$ **m.**

Questão 3. Diogo resolveu cercar o seu terreno, que tem a forma de um trapézio retângulo, como mostra a figura. Para tal, ele aproveitará que já existe o muro AB para cercar apenas BC, CD e DA. O ângulo agudo existente nesse terreno mede 60º. Os lados BC e CD têm, respectivamente, 60 metros e 100 metros de comprimento.





Diogo fez um levantamento de preços e recebeu as propostas abaixo indicadas. Assinale a mais vantajosa para Diogo.

(A) A do Sr. José, que cobra uma cota única de R$ 1.600,00 por todo o serviço.

(B) A do Sr. Gomes, que cobra R$ 6,00 para cada metro de cerca.

(C) A do Sr. Reinaldo, que cobra uma cota de R$ 150,00 e mais R$ 5,00 para cada metro de cerca.

(D) A do Sr. Marcelo, que cobra uma cota de R$ 700,00 e mais R$ 3,00 para cada metro de cerca.

(E) A do Sr. Genaro, que cobra uma cota de R$ 2.000,00 e concede um desconto, em reais, de valor igual ao número de metros da cerca que será feita.

Solução. Traçando a altura CH, determinamos o segmento HD, que complementará a base maior. Aplicando as relações trigonométricas e calculando a área, temos:

i) cos 60° = $\frac{x}{100}$ => $\frac{1}{2} = \frac{x}{100}$ => 2x = 100 => x = 50 m. A base maior mede, portanto, (60 + 50) = 110 m.

ii) Medida da cerca = 110 + 100 + 60 = 270 m.

iii) Analisando as propostas, temos:

(A) Custo de R$ 1.600,00. **(B) Custo de (6 x 270) = R$ 1.620,00.**

(C) Custo de (150 + 5 x 270) = (150 + 1 350) = R$ 1.500,00. (Mais vantajoso)

(D) Custo de (700 + 3 x 270) = (700 + 810) = R$ 1.510,00.

(E) Custo de (2 000 – 270) = R$ 1.730,00.

Questão 4. Considere as expressões M = $\frac{1+\sqrt[3]{2}}{1+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}}$ e N = $\frac{\sqrt[3]{16}-1}{\sqrt[3]{4}+1}$. O valor de $\frac{M}{N}$ é:

(A) 1 (B) $\sqrt[3]{2}+1$ (C) $\sqrt[3]{4}-1$ (D) $\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}$ (E) $\sqrt[3]{2}-1$

Solução. Utilizando produtos notáveis e fatoração, temos:

i) $(a + b).(a - b) = a^2 - b^2$; ii) $(a - b).(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$; iii) $(a + b).(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$;

iv) $\sqrt[3]{16}-1 = \left(\sqrt[3]{4}-1\right).\left(\sqrt[3]{4}+1\right)$;

v) $\left(\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1\right).\left(\sqrt[3]{2}-1\right) = \left(\sqrt[3]{2}\right)^3 - 1^3 = 2 - 1 = 1$. => $\left(\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1\right) = \frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}$;

vi) $$\frac{M}{N} = \frac{\frac{1+\sqrt[3]{2}}{1+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}}}{\frac{\sqrt[3]{16}-1}{\sqrt[3]{4}+1}} = \frac{1+\sqrt[3]{2}}{1+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}} \cdot \frac{\sqrt[3]{4}+1}{\sqrt[3]{16}-1} = \frac{1+\sqrt[3]{2}}{\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}} \cdot \frac{\sqrt[3]{4}+1}{\left(\sqrt[3]{4}+1\right).\left(\sqrt[3]{4}-1\right)} = \frac{1+\sqrt[3]{2}}{\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}} \cdot \frac{1}{\left(\sqrt[3]{4}-1\right)} =$$

$$= \frac{\left(\sqrt[3]{2}+1\right).\left(\sqrt[3]{2}-1\right)}{1} \cdot \frac{1}{\left(\sqrt[3]{4}-1\right)} = \frac{\sqrt[3]{4}-1}{\sqrt[3]{4}-1} = 1.$$

Questão 5. Seja $a \in R^*$ e $y \in R$, onde R é o conjunto dos números reais. Então, podemos afirmar que

$$\left(\frac{a}{a+y}+\frac{y}{a-y}\right) \div \left(\frac{y}{a+y}-\frac{a}{a-y}\right) = -1:$$

(A) só para dois valores reais de y. (B) para todos os valores reais de y.

(C) para todos os valores reais de y, exceto dois deles. (D) só para um valor real de y.

(E) para nenhum valor real de y.

Solução. Resolvendo a equação, temos:

$$\left(\frac{a}{a+y}+\frac{y}{a-y}\right) \div \left(\frac{y}{a+y}-\frac{1}{a-y}\right) = -1 \Rightarrow \left(\frac{a^2-ay+ay+y^2}{a^2-y^2}\right) \div \left(\frac{ay-y^2-a^2-ay}{a^2-y^2}\right) = -1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a^2+y^2}{a^2-y^2}\right) \div \left(\frac{-y^2-a^2}{a^2-y^2}\right) = -1 \Rightarrow \left(\frac{a^2+y^2}{a^2-y^2}\right) \times \left(\frac{a^2-y^2}{-(a^2+y^2)}\right) = -1.$$

i) Para que as simplificações possam ser feitas, $a^2 - y^2 \neq 0 \Rightarrow (a + y).(a - y) \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} y \neq a \\ y \neq -a \end{cases}$.

ii) No caso de $a^2 + y^2$, temos a soma de dois números reais, positivos e como $a \neq 0$, $a^2 + y^2 \neq 0$.

Logo, só há dois valores que y não pode assumir.

Questão 6. Seja D o domínio da função $f(x) = \sqrt{\frac{(2x^2-7x+6).(2x^2-7x+5)}{x^2-5x-6}}$. O complementar de D em relação a R, onde R é o conjunto dos números reais, é:

(A) $]-\infty,-1[\ \cup\ \left[1,\frac{3}{2}\right]\ \cup \left[2,\frac{5}{2}\right]\ \cup\ ]6,+\infty[$. (B) $]-\infty,1]\ \cup\ \left[\frac{5}{2},+\infty\right[$.

(C) $[-1,1[\ \cup\ \left]\frac{3}{2},2\right[\ \cup\ \left]\frac{5}{2},6\right]$. (D) $\left]-\infty,\ \frac{3}{2}\right]\ \cup\ [2,+\infty[$.

(E) $\left]-1,\frac{3}{2}\right[\ \cup\ \left]2,\frac{5}{2}\right]\ \cup\ [6,+\infty[$.

Solução. O radicando deve ser maior ou igual a zero. O denominador não pode ser nulo. Analisando, temos:

i) $2x^2 - 7x + 6$ é uma função quadrática com concavidade para cima. Encontrando as interseções com o eixo X, temos: $x = \frac{7\pm\sqrt{49-4.(2).6)}}{2(2)} = \frac{7\pm\sqrt{49-48)}}{4} = \frac{7\pm1}{4} \Rightarrow x = 2$ e $x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.

Os valores são positivos para $x > 2$ e $x < \frac{3}{2}$.

ii) $2x^2 - 7x + 5$ é uma função quadrática com concavidade para cima. Encontrando as interseções com o eixo X, temos: $x = \frac{7\pm\sqrt{49-4.(2).5)}}{2(2)} = \frac{7\pm\sqrt{49-40)}}{4} = \frac{7\pm3}{4} \Rightarrow x = 1$ e $x = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$.

Os valores são positivos para $x < 1$ e $x > \frac{5}{2}$.

iii) $x^2 - 5x - 6$ é uma função quadrática com concavidade para cima. Encontrando as interseções com o eixo X, temos: $(x + 1).(x - 6) = 0 \Rightarrow x = -1$ e $x = 6$. Os valores são positivos para $x < -1$ e $x > 6$.

	−1	1	3/2	2	5/2	6	
$2x^2 - 7x + 6$	+	+	+	-	+	+	+
$2x^2 - 7x + 5$	+	+	-	-	-	+	+
$x^2 - 5x - 6$	+	-	-	-	-	-	+
D	+	-	+	-	+	-	+

Complementar de D

$$\left[-1,1\right[\ \cup\ \left]\frac{3}{2},2\right[\ \cup\ \left]\frac{5}{2},6\right].$$

Questão 7. A respeito da equação $\sqrt{x+1} = x$, é verdadeiro afirmar que:

(A) possui uma só raiz real, que pertence ao intervalo]0, 2[.

(B) possui uma só raiz real, que pertence ao intervalo [2, +∞[.

(C) possui duas raízes reais, cuja soma é 1.

(D) possui duas raízes reais, cujo produto é um número racional.

(E) possui duas raízes reais simétricas.

Solução. Elevando ambos os membros ao quadrado, temos:

$\left(\sqrt{x+1}\right)^2 = x^2 \Rightarrow x + 1 = x^2 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0$. **Resolvendo, temos:**

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4.(1).(-1)}}{2.(1)} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \\ x_2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}.$$

Verificando as raízes, temos:

i) $\sqrt{\frac{1-\sqrt{5}}{2} + 1} = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}} = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$. **Raiz estranha, pois** $\sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}} > 0$ **e** $\frac{1-\sqrt{5}}{2} < 0$.

ii) $\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2} + 1} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{3+\sqrt{5}}{2} = \frac{1+2\sqrt{5}+5}{4} \Rightarrow \frac{3+\sqrt{5}}{2} = \frac{6+2\sqrt{5}}{4} \Rightarrow \frac{3+\sqrt{5}}{2} = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \cong 1{,}6 \in]0, 2[$.

Questão 8. Se r e s são raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$, o valor de $r^4 + r^2.s^2 + s^4$ é:

(A) $\frac{(a^2+b^2)}{c^2}$.

(B) $(a^2 + b^2 - c^2).b^2$.

(C) $\frac{(b^2-c^2).(b^2-3c^2)}{a^2}$.

(D) $\frac{(b^2+a^2).(c^2+b^2)}{a^2}$.

(E) $\frac{(b^2-ac).(b^2-3ac)}{a^4}$.

Solução. Utilizando as relações de Girard, produtos notáveis e fatoração, temos:

i) $r + s = -\frac{b}{a} \Rightarrow r^2 + 2.r.s + s^2 = \frac{b^2}{a^2}$; ii) $r.s = \frac{c}{a}$; iii) $r^2 + s^2 = \frac{b^2}{a^2} - 2.r.s = \frac{b^2}{a^2} - \frac{2c}{a} = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$;

iv) $(r^2 + s^2)^2 = \left(\frac{b^2 - 2ac}{a^2}\right)^2 \Rightarrow r^4 + 2r^2s^2 + s^4 = \frac{b^4 - 4b^2a.c + 4a^2c^2}{a^4} \Rightarrow r^4 + r^2s^2 + s^4 = \frac{b^4 - 4b^2a.c + 4a^2c^2}{a^4} - r^2s^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow r^4 + r^2.s^2 + s^4 = \frac{b^4 - 4b^2a.c + 4a^2c^2}{a^4} - \frac{c^2}{a^2} = \frac{b^4 - 4b^2a.c + 4a^2.c^2 - a^2.c^2}{a^4} = \frac{b^4 - 4b^2a.c + 3a^2.c^2}{a^4} \Rightarrow$

$\Rightarrow r^4 + r^2.s^2 + s^4 = \frac{b^4 - b^2a.c - 3b^2a.c + 3a^2.c^2}{a^4} = \frac{b^2.(b^2 - a.c) - 3a.c.(b^2 - ac)}{a^4} = \frac{(b^2 - a.c) - (b^2 - 3ac)}{a^4}$.

Questão 9. Seja f(x) uma função real, tal que f(1) = 1 e f(x + 1) = 2.f(x) + 1. O valor de f(5) é:

(A) 5.

(B) 6.

(C) 9.

(D) 16.

(E) 31.

Solução. Utilizando o valor inicial indicado, temos:

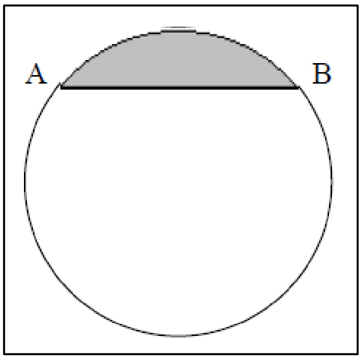
i) f(2) = f(1 + 1) = 2.f(1) + 1 = 2.(1) + 1 = 3;

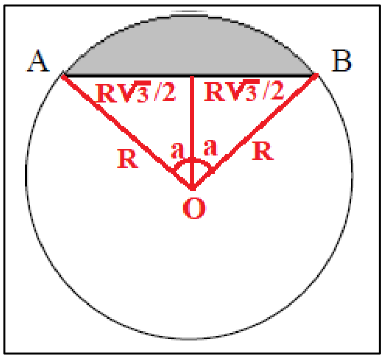
ii) f(3) = f(2 + 1) = 2.f(2) + 1 = 2.(3) + 1 = 7;

iii) f(4) = f(3 + 1) = 2.f(3) + 1 = 2.(7) + 1 = 15;

iv) f(5) = f(4 + 1) = 2.f(4) + 1 = 2.(15) + 1 = 31.

Questão 10. Um aluno do CMRJ traçou uma circunferência de raio R cm e dividiu o círculo correspondente em duas regiões, usando uma corda AB de comprimento $R\sqrt{3}$ cm, conforme mostra a figura abaixo. Sabendo que a área da região sombreada é $\left(4\pi - 3\sqrt{3}\right)$ cm^2, então, a medida de R é:





(A) $2\sqrt{3}$ cm (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm (C) $2\pi\sqrt{3}$ cm (D) 3π cm (E) $\left(5\pi - \sqrt{3}\right)$ cm

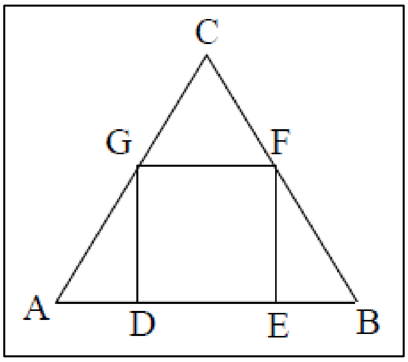
Solução. De acordo com a figura, temos: sen(a) = $\frac{R\sqrt{3}/2}{R} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **=> a = 60°.**

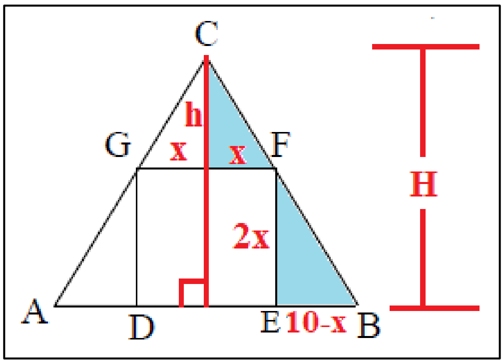
Dessa forma o ângulo central vale 120°. A área sombreada é a diferença entre a área do setor circular de 120° e a área do triângulo OAB. Temos:

$4\pi - 3\sqrt{3} = \frac{\pi.R^2}{3} - \frac{R.R.sen120°}{2} => 4\pi - 3\sqrt{3} = \frac{\pi.R^2}{3} - \frac{R^2.\sqrt{3}}{4} => 4\pi - 3\sqrt{3} = \frac{4\pi.R^2 - 3R^2.\sqrt{3}}{12} =>$

$=> 4\pi - 3\sqrt{3} = \frac{R^2.\left(4\pi - 3.\sqrt{3}\right)}{12} => R^2 = 12 => R = \sqrt{12} = \sqrt{2^2.3} = 2\sqrt{3}$ **cm.**

Questão 11. Considere o triângulo eqüilátero ABC, de 20 cm de lado, e o quadrado DEFG nele inscrito, conforme mostrado na figura abaixo. A razão, em porcentagem, entre a quadrado DEFG e a área do triângulo ABC é, aproximadamente: (Use $\sqrt{3} = 1{,}73$.)





(A) 40 %. (B) 45 %. **(C)** 50 %. (D) 55 %. (E) 60 %.

Solução. Observando os triângulos semelhantes destacados e as medidas informadas, temos:

i) $H = \frac{L.\sqrt{3}}{2} = \frac{20.\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} = 10.(1{,}73) = 17{,}3$ **cm;** **ii)** $h = H - 2x = 17{,}3 - 2x$;

ii) $\frac{h}{x} = \frac{2x}{10-x} => \frac{17{,}3-2x}{x} = \frac{2x}{10-x} => 173 - 17{,}3x - 20x + 2x^2 = 2x^2 => 37{,}3x = 173 => x = \frac{173}{37{,}3} \cong 4{,}64$ **cm^2.**

iii) Área do triângulo equilátero: $\frac{L^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(20)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{400\sqrt{3}}{4} = 100.(1{,}73) = 173$ **cm^2;**

iv) Área do quadrado: $(2x)^2 = (9{,}28)^2 \cong 86$ **cm^2;**

v) $\frac{\text{Área do quadrado}}{\text{Área do triângulo}} = \frac{86}{173} \cong 0{,}49 = 0{,}50 = 50\%$.

Questão 12. Numa confraternização no CMRJ, todos os participantes cumprimentaram-se com um aperto de mão, uma única vez. Sabendo que houve 105 apertos de mão, então,o número de pessoas que havia na confraternização era:

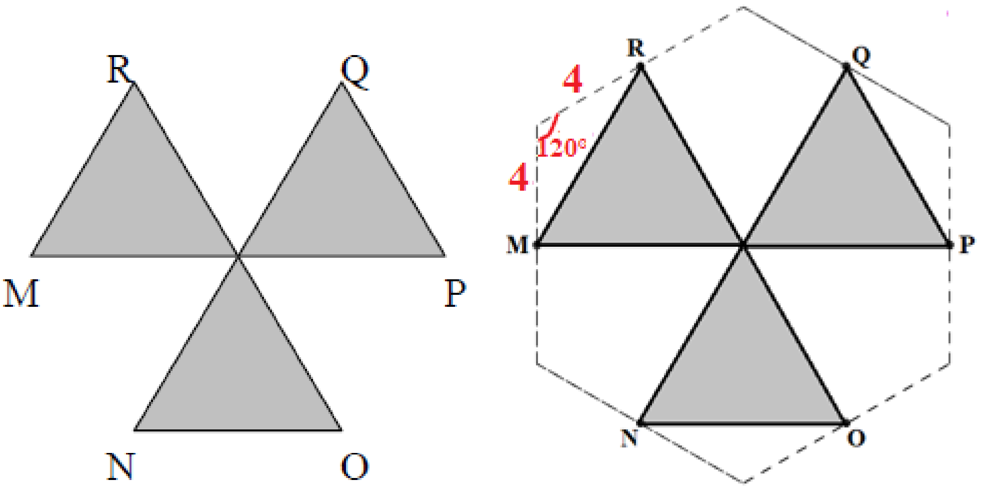
(A) 210. (B) 106. (C) 105. (D) 53. **(E)** 15.

Solução. Considere N o número de participantes. Como um participante não cumprimenta a si mesmo, então, N pessoas aperta a mão de (N – 1) pessoas. Mas se A aperta a mão de B, B está apertando a mão de A.

Dessa forma, temos: $\frac{N.(N-1)}{2} = 105 \Rightarrow N^2 - N = 210 \Rightarrow N^2 - N - 210 = 0 \Rightarrow (N - 15).(N + 14) = 0.$

Como o número de pessoas é um número inteiro e positivo, N = 15.

Questão 13. Na figura abaixo, M, N, O, P, Q e R são pontos médios dos lados de um hexágono regular de lado 8 m. A medida da área da figura é:



(A) $96\sqrt{3}$ m² **(B)** $48\sqrt{3}$ m² (C) $36\sqrt{3}$ m² (D) $96\sqrt{3}$ m² (E) $8\sqrt{3}$ m²

Solução. A área da figura corresponde à soma das áreas de três triângulos equiláteros de lado RM, que pode ser calculado através da lei dos cossenos, pois todos os ângulos internos do hexágono regular medem 120°.

i) $(RM)^2 = (4)^2 + (4)^2 - 2.(4).(4).\cos 120° = 16 + 16 - 32.\left(-\frac{1}{2}\right) = 16 + 16 + 16 = 48.$

ii) Área da figura $= 3.\left[\frac{(RM)^2.\sqrt{3}}{4}\right] = 3.\left[\frac{(48).\sqrt{3}}{4}\right] = 3.(12\sqrt{3}) = 36\sqrt{3}\ m^2.$

Questão 14. Dividindo o trinômio $x^2 - x + 2$ por $x + 3a$, obtém-se quociente $x - b$ e resto $2a + 3b$, com a e b inteiros. A soma desses valores inteiros de a e b é:

(A) 5. (B) 3. (C) 1. (D) – 2. (E) – 3.

Solução. Utilizando a comparação entre o trinômio e o resultado da expressão D = d x q + r, com os termos informados, temos:

i) $(x + 3a).(x - b) + 2a + 3b = x^2 - xb + 3ax - 3ab + 2a + 3b = x^2 + (3a - b)x + 2a + 3b - 3ab;$

ii) $x^2 - x + 2 = x^2 + (3a - b)x + 2a + 3b - 3ab \Rightarrow \begin{cases} 3a - b = -1 \Rightarrow a = \frac{b-1}{3} \\ 2a + 3b - 3ab = 2 \end{cases};$

iii) $2.\frac{(b-1)}{3} + 3b - 3.\frac{(b-1)}{3}.b = 2 \Rightarrow 2b - 2 + 9b - 3b^2 + 3b = 6 \Rightarrow 14b - 3b^2 - 8 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3b^2 - 14b + 8 = 0 \Rightarrow b = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 4.(3).(8)}}{2.(3)} = \frac{14 \pm \sqrt{100}}{6} = \frac{14 \pm 10}{6} \Rightarrow \begin{matrix} b_1 = \frac{14+10}{6} = 4 \\ b_2 = \frac{14-10}{6} = \frac{2}{3} \end{matrix};$

Como b é inteiro, b = 4. Logo, $a = \frac{4-1}{3} = 1$**. A soma (a + b) é 4 + 1 = 5.**

Questão 15. O salário mensal de um determinado bancário é composto por uma parte fixa de R$ 650,00 mais uma parte variável, que depende do número de horas extras que ele faz no mês. Para cada hora extra trabalhada ele recebe R$ 15,00. O número mínimo de horas extras que ele deverá fazer, em um determinado mês, para que ele receba mais de R$ 1.000,00 é:

(A) um número menor que 10.
(B) um número maior ou igual a 10, mas menor que 15.
(C) um número maior ou igual a 15, mas menor que 20.
(D) um número maior ou igual a 20, mas menor que 25.
(E) um número maior ou igual a 25.

Solução. Considerando t o número de horas extras, temos:

650 + t.(15) = 1 000 => 15t = 1 000 – 650 => 15t = 350 => t = $\frac{350}{15} \cong$ 23,33. Mínimo de 24 horas extras.

Questão 16. A área da região limitada pelos gráficos das inequações abaixo é: (Unidade de medida: cm)

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ 3x + 5y \leq 31 \\ x + 5y \geq 17 \end{cases}$$

(A) 1,5 cm².
(B) 3 cm².
(C) 4 cm².
(D) 5 cm².
(E) 7 cm².

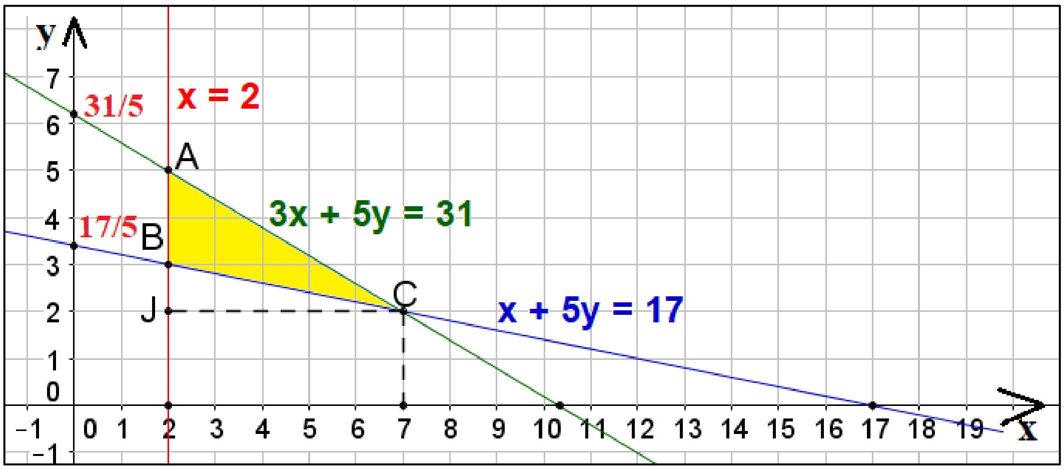
Solução. As equações representam retas. Encontrando as representações gráficas de cada uma, temos:

i) x = 2 é uma reta vertical.

ii) 3x + 5y = 31 => y = $-\frac{3x}{5} + \frac{31}{5}$. Quando y = 0, temos – 3x + 31 = 0 => x = $\frac{31}{3}$. Se x = 0, y = $\frac{31}{5}$.

iii) x + 5y = 17 => y = $-\frac{x}{5} + \frac{17}{5}$. Quando y = 0, temos – x + 17 = 0 => x = 17. Se x = 0, y = $\frac{17}{5}$.

iv) identificando as regiões através com as desigualdades, temos:



v) A interseção entre as retas 3x + 5y = 31 e x + 5y = 17 é: $\begin{cases} 3x + 5y = 31 \\ x + 5y = 17 \rightarrow (\times -1) \end{cases}$ => 2x = 14 => x = 7.

Logo, 3(7) + 5y = 31 => 5y = 31 – 21 => 5y = 10 => y = 2. O ponto C (7, 2) é a interseção entre essas retas.

vi) A interseção entre as retas x = 2 e 3x + 5y = 31 é: 3(2) + 5y = 31 => 5y = 25 => y = 5. Ponto A (2, 5).

vii) A interseção entre as retas x = 2 e x + 5y = 17 é: (2) + 5y = 17 => 5y = 15 => y = 3. Ponto B (2, 5).

vi) A área pedida é a área do triângulo ABC. Ela vale a diferença entre a área do triângulo retângulo AJC e do triângulo retângulo BJC. Temos:

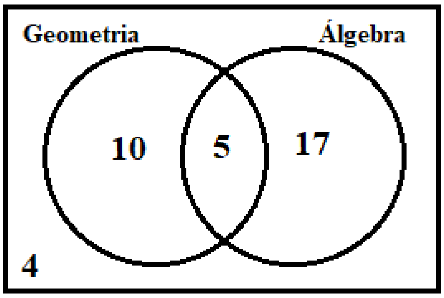
Área (ABC) = $\frac{(5-2).(7-2)}{2} - \frac{(3-2).(7-2)}{2} = \frac{15}{2} - \frac{5}{2} = \frac{10}{2} =$ 5 cm².

Questão 17. Os alunos de uma turma de oitava série do Colégio Militar foram entrevistados, em relação a suas preferências matemáticas. O resultado dessa pesquisa mostrou que 10 alunos gostam de geometria, mas não gostam de álgebra; 5 gostam de geometria e álgebra; 22 gostam de álgebra e 4 não gostam desses ramos da matemática.

Em relação ao total de alunos dessa turma, podemos afirmar que:

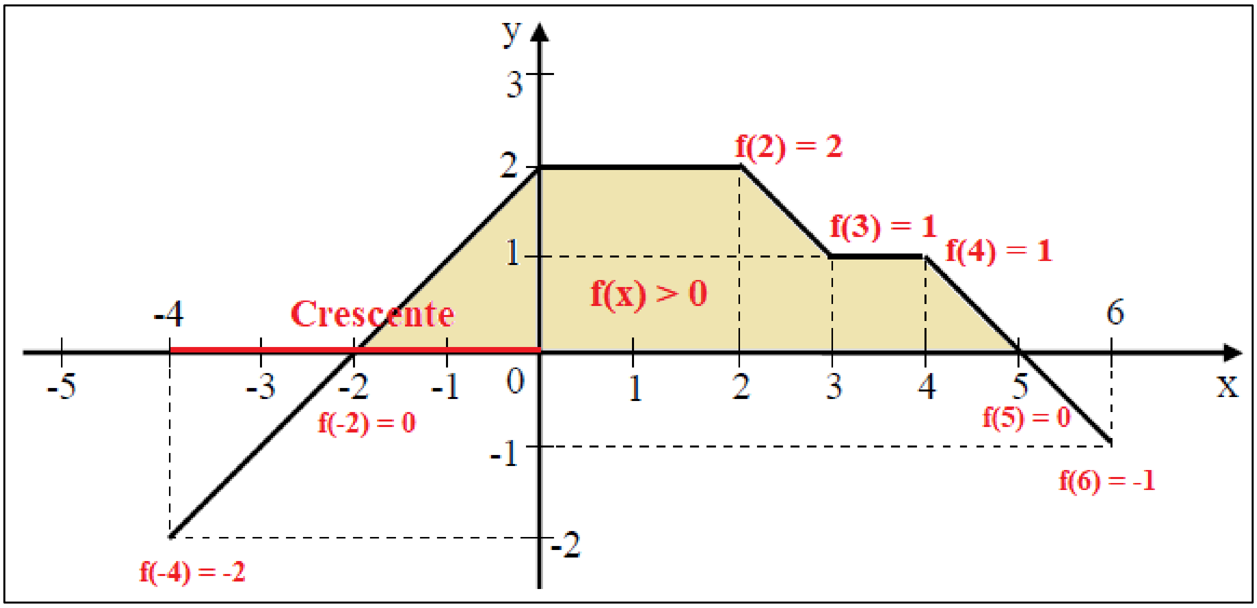
(A) é um número primo.
(B) é um quadrado perfeito.
(C) é divisível por 5.
(D) é múltiplo de 7.
(E) possui apenas 4 divisores positivos.

Solução. Representando as informações, subtraindo as interseções, temos:



O total é: 10 + 5 + 17 + 4 = 36. Um quadrado perfeito, pois $36 = 6^2$.

Questão 18. Observe o gráfico abaixo de uma função real f e, em seguida, assinale a afirmativa FALSA, relativa a esse gráfico.



(A) Os zeros da função são –2 e 5.

(B) A função é crescente para os valores de x que pertencem a]–4, 0[.

(C) f(2) = f (3) + f (4).

(D) $f(x) > 0$ se $-2 \leq x \leq 5$.

(E) A soma das imagens dos elementos – 4 e 6 do domínio de f é – 3.

Solução. Analisando as afirmações, temos:

(A) Verdadeira. Os zeros da função são os pontos onde o gráfico intersecta o eixo X.

(B) Verdadeira. Neste intervalo o gráfico é uma reta que faz um ângulo agudo com o eixo X.

(C) Verdadeira. Observando os pontos, temos que f(2) = 2, f(3) = 1 e f(4) = 1. Logo, f(2) = 1 + 1 = 2.

(D) Falsa. A função é positiva para $-2 < x < 5$, pois nos pontos x = – 2 e x = 5 a função é zero.

(E) Verdadeira. Somando, temos: f(– 4) + f(6) = (– 2) + (– 1) = – 3.

Questão 19. Com uma velocidade V, o satélite Alfa 45 leva 1 h e 30 min para percorrer uma órbita circular, em torno da Terra, de 36 000 km de raio. O satélite Beta 32, com $\frac{2}{3}$ da velocidade do Alfa 45, obedece a uma órbita circular de 28 000 km de raio.

O tempo que o satélite Beta 32 dará uma volta completa por sua órbita é:

(A) 1 h e 55 min. **(B)** 1 h e 45 min. (C) 1 h e 35 min. (D) 1 h e 25 min. (E) 1 h e 15 min.

Solução. Calculando o comprimento da órbita em cada caso, temos:

i) Alfa 45: C = 2.π.R = 2.π.(36 000) = 72 000π km; ii) Beta 32: C’ = 2.π.R’ = 2.π.(28 000) = 56 000π km;

iii) Velocidade de Alfa 45 = $\frac{72\,000\pi\ km}{1h\ 30\ min} = \frac{72\,000\pi\ km}{90\ min} =$ **800π km/min;**

iv) Velocidade de Beta 32: $\frac{2}{3}$ **de (800π km/min) =** $\frac{1\,600\pi}{3}$ **km/min;**

v) Tempo da volta de Beta 32: $\frac{56\,000\pi\ km}{\frac{1\,600\pi}{3}\ km\ /\ min} = \frac{3.(560)}{16}$ **min = 105 min = 60 min + 45 min = 1h 45 min.**

Questão 20. Uma firma comprou quatro tipos de peças para a reposição do seu estoque, num total de 400 peças. A tabela abaixo indica a porcentagem da quantidade de cada tipo de peça comprada, relativa à compra efetuada, e o valor unitário de cada peça.

Tipo de Peça	%	Valor Unitário
A	15	R$ 25,00
B	20	R$ 20,00
C	30	R$ 15,00
D	35	R$ 10,00

O valor que esta firma gastou para comprar as peças dos tipos A e C foi:

(A) R$ 825,00. (B) R$ 1.800,00. (C) R$ 2.400,00. (D) R$ 2.800,00. **(E)** R$ 3.300,00.

Solução. De acordo com a tabela, temos:

i) Quantidade do tipo A comprada = (0,15).(400) = 60. O gasto foi (60).(R$ 25,00) = R$ 1 500,00.

ii) Quantidade do tipo C comprada = (0,3).(400) = 120. O gasto foi (120).(R$ 15,00) = R$ 1 800,00.

Para comprar as peças do tipo A e C, a firma gastou: R$ 1 500,00 + R$ 1 800,00 = R$ 3.300,00.