



Lista 7 – Produtos Notáveis - GABARITO

1. Efetue: $(5x^4y^2) \cdot (-2xy^3) + (7x^2y^3) \cdot (-2x^3y^2) + (-20x^5y^5)$

Solução. Multiplicando e reduzindo os termos semelhantes, temos:

$$-10x^5y^5 - 14x^5y^5 - 20x^5y^5 = -44x^5y^5.$$

2. O polinômio $4x^3y^2 + 5xyz^4 - 3x^{2m}y^3z$ é do décimo grau. Determine o valor de m.

Solução. A soma dos expoentes dos dois primeiros monômios é diferente de 10. Logo, o monômio com grau 10 será o terceiro.

Adicionando os expoentes do monômio $(-3x^{2m}y^3z)$, temos: $2m + 3 + 1 = 10 \Rightarrow 2m = 6 \Rightarrow m = 3$

3. Determine o valor numérico da expressão: $\frac{(x-y)^2}{4} + \frac{(x+y)^2}{4}$, para $x = -3$ e $y = 1$

Solução. Substituindo os valores, temos:
$$\frac{(-3-1)^2}{4} + \frac{(-3+1)^2}{4} = \frac{(-4)^2 + (-2)^2}{4} = \frac{16+4}{4} = \frac{20}{4} = 5.$$

4. Qual é o polinômio que somado a $7x^2 - 8x - 4$ dá como resultado $x^3 - 2x^2 + 6$?

Solução. $P(x) + 7x^2 - 8x - 4 = x^3 - 2x^2 + 6 \Rightarrow P(x) = x^3 - 2x^2 + 6 - (7x^2 - 8x - 4) \Rightarrow$

$\Rightarrow P(x) = x^3 - 2x^2 + 6 - 7x^2 + 8x + 4 \Rightarrow P(x) = x^3 - 9x^2 + 8x + 10.$

5. Qual o polinômio que dividido por $2x^2 - 3x$ dá quociente $3x - 1$ e resto $2x + 3$?

a) $6x^3 + 11x^2 + 3$

b) $6x^3 - 11x^2 + 5x + 3$

c) $6x^3 + 11x^2 - 3x$

d) $6x^3 - 11x^2 + 3x$

Solução. $P(x) = (2x^2 - 3x) \cdot (3x - 1) + 2x + 3 = 6x^3 - 2x^2 - 9x^2 + 3x + 2x + 3 = 6x^3 - 11x^2 + 5x + 3.$

6. A estatura de um adulto do sexo feminino pode ser estimada, através das alturas de seus pais, pela expressão: $\frac{(y-13)+x}{2}$

Considere que x é a altura da mãe e y a do pai, em cm. Somando-se ou subtraindo-se 8,5 cm da altura estimada, obtém-se, respectivamente, as alturas máxima e mínima que a filha adulta pode atingir. Segundo essa fórmula, se João tem 1,72 m de altura e sua esposa tem 1,64, sua filha medirá, no máximo:

a) 1,70 m.

b) 1,71 m.

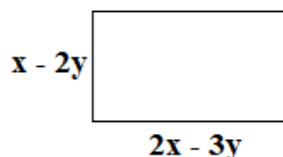
c) 1,72 m.

d) 1,73 m.

Solução. Para calcular a altura máxima adicionamos 8,5 cm. Temos:

Altura máxima = $\frac{(172-13)+164}{2} + 8,5 = \frac{159+164}{2} + 8,5 = \frac{323}{2} + 8,5 = 161,5 + 8,5 = 170 \text{ cm} = 1,70 \text{ m}.$

7. Determine as expressões algébricas que dão o perímetro e a área do retângulo abaixo:



Solução. Utilizando as fórmulas, temos:

i) **Perímetro = $2 \cdot (x - 2y + 2x - 3y) = 2 \cdot (3x - 5y) = 6x - 10y.$**

ii) **Área = $(x - 2y) \cdot (2x - 3y) = 2x^2 - 3xy - 4xy + 6y^2 = 2x^2 - 7xy + 6y^2.$**

Desenvolva os produtos notáveis

Solução. Aplicando as técnicas em cada caso, temos:

$$8. \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 = \left(\frac{a^2}{b^2} + 2 \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} + \frac{b^2}{a^2}\right) = \left(\frac{a^2}{b^2} + 2 + \frac{b^2}{a^2}\right).$$

$$9. (x^3y^2z^4 + 2a)^2 = x^6y^4z^8 + 2(x^3y^2z^4) \cdot (a^2) + 4a^2 = x^6y^4z^8 + 4 \cdot x^3y^2z^4a^2 + 4a^2.$$

$$10. (5^x - 4^x)^2 = 5^{2x} - 2 \cdot 5^x \cdot 4^x + 4^{2x} = 5^{2x} - 2 \cdot (5 \cdot 4)^x + 4^{2x} = 5^{2x} - 2 \cdot (20)^x + 4^{2x}.$$

$$11. (2x + 3y) \cdot (2x - 3y) = 4x^2 - 9y^2.$$

$$12. (x - 5) \cdot (x - 3) = x^2 - 8x + 15. \quad 13. (x + 5) \cdot (x - 2) = x^2 + 3x - 10.$$

$$14. (x + 2)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3x \cdot 2^2 + 2^3 = x^3 + 6 \cdot x^2 + 12x + 8.$$

$$15. (2x - y)^3 = 8x^3 - 4x^2y + 2xy^2 - y^3.$$

16. Que termo devemos adicionar à expressão $4x^8 - 6x^4y + 9y^2$ para que ela represente o quadrado de uma soma?

a) $-6x^4y$

b) $12x^4y$

c) $18x^4y$

d) $24x^4y$

Solução. Completando quadrados em $4x^8 - 6x^4y + 9y^2$, temos:

$$(2x^4 + 3y)^2 = 4x^8 + 12x^4y + 9y^2 = 4x^8 - 6x^4y + (18x^4y) + 9y^2. \text{ Logo é o termo } (18x^4y).$$

17. Sendo $a^2 + b^2 = x$ e $ab = y$, então $(a + b)^2$ é igual a:

a) x^2

b) $x + y$

c) $x - 2y$

d) $x^2 + 2y$

e) $x + 2y$

Solução. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = (a^2 + b^2) + 2 \cdot (ab) = x + 2y$.

18. Se $x + \frac{1}{x} = 3$, então o valor de $x^3 + \frac{1}{x^3}$ é:

a) 9

b) 18

c) 27

d) 54

Solução. Utilizando o cubo da soma, temos:

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = x^3 + 3x^2 \cdot \left(\frac{1}{x}\right) + 3x \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 = x^3 + 3x + 3 \cdot \left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (3)^3 = x^3 + 3 \left(x + \frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x^3} \Rightarrow 27 = x^3 + 3(3) + \frac{1}{x^3} \Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 27 - 9 = 18.$$

19. Das alternativas abaixo, uma é FALSA. Identifique-a.

a) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

b) $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$

c) $a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$

d) $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$

e) $a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - 2ab + b^2)$

Solução. $(a + b) \cdot (a^2 - 2ab + b^2) = a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b - 2ab^2 + b^3 = a^3 - 3a^2b - ab^2 + b^3 \neq a^3 + b^3$.

20. Sendo $a + b = 4$ e $a - b = 2$, calcule o valor de $a^2 - b^2$.

Solução. Utilizando a diferença de quadrados, temos: $a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b) = (4) \cdot (2) = 8$.