



**Lista 1 – Divisores: MDC e MMC - GABARITO**

1. Quantos números primos há entre 80 e 90?

**Solução. Há dois números primos: 83 e 89.**

2. O que são números primos entre si?

**Solução. São números cujo MDC entre eles é igual a 1.**

3. Quais são os divisores positivos do número 90?

**Solução. Utilizando a decomposição em fatores primos, vem:**

|    |   |                            |
|----|---|----------------------------|
|    |   | 1                          |
| 90 | 2 | 2                          |
| 45 | 3 | 3 - 6                      |
| 15 | 3 | 9 - 18                     |
| 5  | 5 | 5 - 10 - 15 - 30 - 45 - 90 |
| 1  |   |                            |

**Os divisores são: {1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90}.**

4. Determine a quantidade de divisores positivos dos números 450:

**Solução. Encontrando a fatoração em fatores primos e multiplicando os expoentes adicionados de uma unidade, temos:  $450 = 2 \times 3^2 \times 5^2$ .**

|     |   |
|-----|---|
| 450 | 2 |
| 225 | 3 |
| 75  | 3 |
| 25  | 5 |
| 5   | 5 |
| 1   |   |

**O número de divisores é  $(1 + 1) \times (2 + 1) \times (2 + 1) = 2 \times 3 \times 3 = 18$ .**

5. Verifique se o número abaixo é quadrado perfeito:  $4^3 \times 5^2 \times 12^3 \times 27$ .

**Solução. Para ser um quadrado perfeito deve ser possível representar o produto como uma potência de expoente igual a 2. Temos:**

$$4^3 \times 5^2 \times 12^3 \times 27 = (2^2)^3 \times 5^2 \times (2^2 \times 3)^3 \times 3^3 = 2^6 \times 5^2 \times 2^6 \times 3^3 \times 3^3 = 2^{12} \times 3^6 \times 5^2 = (2^6 \times 3^3 \times 5)^2.$$

**Logo, é um quadrado perfeito.**

6. Verifique se o número é cubo perfeito:  $3^2 \times 15 \times 25 \times 8^5$ .

**Solução. Para ser um cubo perfeito deve ser possível representar o produto como uma potência de expoente igual a 3. Temos:**

$$3^2 \times 15 \times 25 \times 8^5 = 3^2 \times 3 \times 5 \times 5^2 \times (2^3)^5 = 3^3 \times 5^3 \times (2^5)^3 = (2^5 \times 3 \times 5)^3. \text{ É cubo perfeito.}$$

7. Determine o MDC entre 864, 576 e 360.

Utilizando a decomposição simultânea, o MDC será o produto dos fatores que forem divisores em cada etapa da decomposição.

|     |     |     |   |
|-----|-----|-----|---|
| 864 | 576 | 360 | 2 |
| 432 | 288 | 180 | 2 |
| 216 | 144 | 90  | 2 |
| 108 | 72  | 45  | 2 |
| 54  | 36  | 45  | 2 |
| 27  | 18  | 45  | 2 |
| 27  | 9   | 45  | 3 |
| 9   | 3   | 15  | 3 |
| 3   | 1   | 5   | 3 |
| 1   | 1   | 5   | 5 |
| 1   | 1   | 1   |   |

O MDC (864, 576, 360) é  $2^3 \times 3^2 = 8 \times 9 = 72$ .

8. Determine o MDC entre 540, 1 152 e 864 através do algoritmo de Euclides.

Solução. Iniciando pelos dois maiores e utilizando o MDC encontrado com o terceiro número, temos:

|           |      |     |     |
|-----------|------|-----|-----|
|           |      | 1   | 3   |
| 1ª parte: | 1152 | 864 | 288 |
|           | 288  | 0   |     |
|           |      | 1   | 1   |
| 2ª parte: | 540  | 288 | 252 |
|           | 252  | 36  | 0   |
|           |      |     | 7   |
|           |      |     | 36  |

O MDC (540, 1152, 864) = 36.

9. O MDC entre os números  $A = 5\ 400$  e  $B = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z \cdot 7$  é igual a 20. Determine o valor do número B.

Solução. O MDC é o produto dos fatores comuns elevados ao menor expoente. Decompondo o número 5400, temos:

|      |   |
|------|---|
| 5400 | 2 |
| 2700 | 2 |
| 1350 | 2 |
| 675  | 3 |
| 225  | 3 |
| 75   | 3 |
| 25   | 5 |
| 5    | 5 |
| 1    |   |

|      |     |   |
|------|-----|---|
| 5400 | 140 | 2 |
| 2700 | 70  | 2 |
| 1350 | 35  | 2 |
| 675  | 35  | 3 |
| 225  | 35  | 3 |
| 75   | 35  | 3 |
| 25   | 35  | 5 |
| 5    | 7   | 5 |
| 1    | 7   | 7 |
| 1    | 1   |   |

$540 = 2^3 \times 3^3 \times 5^2$ . Como o MDC (5 400, B) =  $2^2 \times 5$ , então o fator 3 não está em B. Logo,  $y = 0$ .

O fator 2 possui menor expoente, então  $x = 2$ .

Da mesma forma o expoente do 5 em B é  $z = 1$ .

Logo,  $B = 2^2 \cdot 3^0 \cdot 5^1 \cdot 7 = 4 \times 5 \times 7 = 140$ .

10. Uma professora deseja encaixotar 144 livros de Português e 96 livros de Matemática, colocando o maior número possível de livros em cada caixa. O número de livros que ela deve colocar em cada caixa, para que todas elas tenham a mesma quantidade de livros é:

- a) 36.                      b) 30.                      c) 42.                      d) 46.                      e) 48.

**Solução. O maior número de livros em cada caixa será o MDC (144, 96). Temos:**

|     |    |   |
|-----|----|---|
| 144 | 96 | 2 |
| 72  | 48 | 2 |
| 36  | 24 | 2 |
| 18  | 12 | 2 |
| 9   | 6  | 2 |
| 9   | 3  | 3 |
| 3   | 1  | 3 |
| 1   | 1  |   |

**O MDC (144,96) =  $2^4 \times 3 = 16 \times 3 = 48$ . Esta é a quantidade de livros em cada caixa.**

**Repare que ela terá  $(144 \div 48) = 3$  caixas com livros de Português e  $(96 \div 48) = 2$  caixas com livros de Matemática.**

11. Um lojista dispõe de três peças de um mesmo tecido, cujos comprimentos são 48 m, 60 m e 80 m. Nas três peças o tecido tem a mesma largura. Deseja vender o tecido em retalhos iguais, cada um tendo a largura das peças e o maior comprimento possível, de modo a utilizar todo o tecido das peças. Quantos retalhos ele deverá obter?

**Solução. O comprimento comum a todos será o MDC (48, 60, 80) = 4 m.**

|    |    |    |   |
|----|----|----|---|
| 48 | 60 | 80 | 2 |
| 24 | 30 | 40 | 2 |
| 12 | 15 | 20 | 2 |
| 6  | 15 | 10 | 2 |
| 3  | 15 | 5  | 3 |
| 1  | 5  | 5  | 5 |
| 1  | 1  | 1  |   |

**A peça de 48 m será cortada em  $(48 \div 4) = 12$  retalhos, a de 60 m em  $(60 \div 4) = 15$  retalhos e a de 80 m, em  $(80 \div 4) = 20$  retalhos. Logo, o lojista deverá obter  $(12 + 15 + 20) = 47$  retalhos.**

12. Determine o MMC entre 126, 48 e 30.

**Solução. Utilizando a decomposição simultânea, temos:**

|     |    |    |   |
|-----|----|----|---|
| 126 | 48 | 30 | 2 |
| 63  | 24 | 15 | 2 |
| 63  | 12 | 15 | 2 |
| 63  | 6  | 15 | 2 |
| 63  | 3  | 15 | 3 |
| 21  | 1  | 5  | 3 |
| 7   | 1  | 5  | 5 |
| 7   | 1  | 1  | 7 |
| 1   | 1  | 1  |   |

**O MMC (126, 48, 30) é  $2^4 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 16 \times 9 \times 35 = 5\ 040$ .**

13. Determine o MMC entre  $A = 2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^3$ ,  $B = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 7^3$  e  $C = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 11$ .

**Solução.** O MMC entre os números será o produto dos fatores primos comuns e não comuns elevados ao maior expoente.

$$\text{MMC}(A, B, C) = 2^3 \times 3^5 \times 5^3 \times 7^3 \times 11 = 8 \times 243 \times 125 \times 343 \times 11 = 916\,839\,000.$$

14. O número de fitas de vídeo que Marcela possui está compreendido entre 100 e 150. Grupando-as de 12 em 12, de 15 em 15 ou de 20 em 20, sempre resta uma fita.

A soma dos três algarismos do número total de fitas que ela possui é igual a:

- a) 3                                      b) 4                                      c) 6                                      d) 8

**Solução.** De acordo com as informações e supondo que o número procurado seja  $N$ , temos:

$$N = 12q_1 + 1 \Rightarrow N - 1 = 12q_1. \quad N = 15q_2 + 1 \Rightarrow N - 1 = 15q_2. \quad N = 20q_3 + 1 \Rightarrow N - 1 = 20q_3.$$

Dessa forma,  $N - 1$  é múltiplo comum entre 12, 15 e 20. O MMC entre eles é 60. Como o número está entre 100 e 150, um múltiplo de 60 nesse intervalo é 120.

$$\text{Se } N - 1 = 120 \Rightarrow N = 121. \text{ A soma dos algarismos é } 1 + 2 + 1 = 4.$$

15. Uma luz estroboscópica verde pisca seis vezes por minuto, uma outra amarela pisca dez vezes por minuto, e uma terceira, vermelha pisca quatro vezes por minuto. Se as três piscaram juntas às 21 h, quantas vezes mais piscarão ao mesmo tempo até às 21h 3min 40 seg?

**Solução.** De acordo com as informações, temos:

i) verde: 6 vezes por minuto implica piscar 1 vez a cada 10 segundos.

ii) amarela: 10 vezes por minuto implica piscar 1 vez a cada 6 segundos.

iii) vermelha: 4 vezes por minuto implica piscar 1 vez a cada 15 segundos.

Após o momento em que as três piscam ao mesmo tempo, irão piscar novamente juntos num tempo que corresponde ao MMC (10, 6, 15) = 30 segundos. Isto é, piscam simultaneamente de 30 em 30 segundos.

| 21h                | Cor verde: 21h | Cor amarela: 21h | Cor vermelha: 21h |
|--------------------|----------------|------------------|-------------------|
| 21 h 00 min 01 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 02 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 03 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 04 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 05 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 06 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 07 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 08 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 09 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 10 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 11 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 12 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 13 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 14 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 15 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 16 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 17 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 18 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 19 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 20 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 21 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 22 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 23 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 24 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 25 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 26 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 27 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 28 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 29 seg |                |                  |                   |
| 21 h 00 min 30 seg |                |                  |                   |

De 21h até 21h 3 min 40 seg são decorridos 3 min 40 seg ou  $3 \times 60 + 40 = 220$  segundos.

Elas piscarão juntas, portanto, 7 vezes em 220 segundos.

16. O cometa A é visto a olho nu da Terra de 72 em 72 anos, um outro cometa B é visível a cada 40 anos e um terceiro cometa C é visível a cada 90 anos. Se no ano de 1956 os três foram vistos a olho nu da Terra, em que ano tal fato tornará a ocorrer pela próxima vez?

**Solução. Calculando o MMC (72, 40, 90), temos:  $2^3 \times 3^2 \times 5 = 8 \times 9 \times 5 = 360$  anos.**

|    |    |    |   |
|----|----|----|---|
| 72 | 40 | 90 | 2 |
| 36 | 20 | 45 | 2 |
| 18 | 10 | 45 | 2 |
| 9  | 5  | 45 | 3 |
| 3  | 5  | 15 | 3 |
| 1  | 5  | 5  | 5 |
| 1  | 1  | 1  |   |

**Dessa forma o fato ocorrerá novamente no ano de  $1956 + 360 = 2316$ ;**

17. Na escola X há eleições para Diretor Geral de 6 em 6 anos; para Diretor de Ensino, de 4 em 4 anos e, para Coordenador, de 2 em 2 anos. No ano de 1990 foram feitas simultaneamente as 3 eleições. Em que ano ocorreram as 3 eleições simultâneas, pela primeira vez?

**Solução. Como o MMC (6, 4, 2) = 12, as eleições ocorrerão novamente, simultaneamente, no ano de  $1990 + 12 = 2002$ .**