Lista 2 – Frações - GABARITO

1. Na festa de aniversário de Tubério, seus amigos Anfilóquio, Tobias e Élbio comeram, respectivamente, $\frac{2}{7}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{5}$ do bolo. Se o restante do bolo foi comido pelo aniversariante, diga quais o mais e menos "gulosos" deles.

Solução. Adicionando as frações informadas, temos:

i) Fração comida pelos amigos de Tubério: $\frac{2}{7}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{30+35+21}{105}=\frac{86}{105}$.

ii) Fração comida por Tubério: $\frac{105}{105}-\frac{86}{105}=\frac{19}{105}$.

iii) As frações comidas por cada um foram:

Tubério: $\frac{19}{105}$, **Anfilóquio:** $\frac{30}{105}$, **Tobias:** $\frac{35}{105}$, **Élbio:** $\frac{21}{105}$. **O mais "guloso" (comeu mais) foi Tobias.**

2. Três corredores partem juntos, do mesmo ponto, para uma corrida em distância. Após 20 minutos, constatou-se que o primeiro corredor havia percorrido $\frac{2}{3}$, o segundo $\frac{9}{16}$ e o terceiro $\frac{5}{8}$ do trajeto total. Pergunta-se: neste momento, qual dos três está mais próximo da linha de chegada?

Solução. Igualando os denominadores identificamos qual correu mais fração da distância total. Este estará mais perto da linha de chegada. O MMC (3, 16, 8) = 48.

i) 1º corredor: $\frac{2}{3}=\frac{32}{48}$; **2º corredor:** $\frac{9}{16}=\frac{27}{48}$; **3º corredor:** $\frac{5}{8}=\frac{30}{48}$;

ii) O corredor que mais correu foi o 1°. Logo, está mais próximo da linha de chegada.

3. Determine $\frac{3}{4}$ dos $\frac{6}{5}$ dos $\frac{7}{12}$ de 120 caracóis.

Solução. Multiplicando as frações, temos:

$$\frac{3}{4}\times\frac{6}{5}\times\frac{7}{12}\times 120=\frac{3}{4}\times\frac{1}{5}\times\frac{7}{2}\times 120=\frac{21}{40}\times 120=(120\div 40\times 21)=3\times 21=63.$$

4. O valor da expressão $\frac{1}{3}-\left(\frac{1}{10}\cdot\frac{4}{3}\right)$, é:

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{14}{15}$ c) $\frac{4}{21}$ d) $\frac{7}{30}$

Solução. Efetuando de acordo com a hierarquia das operações, vem:

$$\frac{1}{3}-\left(\frac{1}{10}\cdot\frac{4}{3}\right)=\frac{1}{3}-\frac{4}{30}=\frac{10-4}{30}=\frac{6}{30}=\frac{1}{5}.$$

5. Determine o valor da expressão: $\dfrac{3\frac{1}{4}\ de\left(3-\frac{1}{2}\right)}{\frac{2}{5}\ de\left(2-\frac{3}{4}\right)}$.

Solução. $\dfrac{3\frac{1}{4}\ de\left(3-\frac{1}{2}\right)}{\frac{2}{5}\ de\left(2-\frac{3}{4}\right)}=\dfrac{\frac{13}{4}\times\frac{5}{2}}{\frac{2}{5}\times\frac{5}{4}}=\dfrac{\frac{65}{8}}{\frac{1}{1}\times\frac{1}{2}}=\dfrac{\frac{65}{8}}{\frac{1}{2}}=\frac{65}{8}\times\frac{2}{1}=\frac{65}{4}.$

6. Se $x = \frac{8}{21} + \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\frac{3}{5}}}}$, então x vale:

a) 2 b) $\frac{9}{5}$ c) $\frac{3}{2}$ **d)** 1 e) $\frac{19}{21}$

Solução. Resolvendo da parte inferior para a superior, temos:

$$\frac{8}{21} + \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\frac{3}{5}}}} = \frac{8}{21} + \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\frac{8}{5}}}} = \frac{8}{21} + \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\frac{5}{8}}} = \frac{8}{21} + \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\frac{13}{8}}} = \frac{8}{21} + \cfrac{1}{1+\frac{8}{13}} = \frac{8}{21} + \cfrac{1}{\frac{21}{13}} = \frac{8}{21} + \frac{13}{21} =$$

$$= \frac{8}{21} + \frac{13}{21} = \frac{21}{21} = 1.$$

7. Dividindo o numerador de uma fração por 16 e o denominador por 8, a fração fica:

a) multiplicada por 2. b) dividida por 128. c) multiplicada por 128.

d) dividida por $\frac{1}{2}$. **e)** dividida por 2.

Solução. Considerando uma fração do tipo $\frac{N}{D}$ e efetuando as divisões indicadas, temos:

$$\frac{N \div 16}{D \div 8} = \cfrac{\frac{N}{16}}{\frac{D}{8}} = \frac{N}{16} \times \frac{8}{D} = \frac{N}{D} \times \frac{8}{16} = \frac{N}{D} \times \frac{1}{2} = \frac{N}{D} \div 2.$$

8. Em uma calculadora, a tecla de divisão está quebrada. Se você precisasse dividir um número por 40 usando esta calculadora, deveria então multiplicá-lo por quanto?

Solução. Considerando N o número, temos: $\frac{N}{40} = N \times \frac{1}{40}$ = N x 0,025. Logo, multiplicar por 0,025.

9. Em um campeonato de futebol o jogador Bromário fez 21 gols, o equivalente a $\frac{3}{5}$ do número de gols marcado pelo jogador Bedmundo. Quantos gols marcou o segundo jogador?

Solução. Se $\frac{3}{5}$ do total de gols equivale a 21, então $\frac{1}{5}$ equivale a (21 ÷ 3) = 7 gols. Dessa forma o total de gols de Bedmundo é $\frac{5}{5}$ ou 5 x 7 = 35 gols.

10. Carlos só pode pagar $\frac{5}{12}$ de uma dívida. Se possuísse mais R$ 10.200,00 poderia pagar 70% desta mesma dívida. Quanto Carlos devia?

Solução. Considerando D o valor da dívida, temos:

$\frac{5.D}{12}$ + 10.200 = 0,7D => 5D + 122.400 = 8,4D => 8,4D – 5D = 122.400 => D = $\frac{122.400}{3,4}$ = R$ 36.000,00.

11. As despesas mensais de um funcionário são: $\frac{3}{5}$ do ordenado com aluguel de casa e $\frac{3}{4}$ do resto com outras obrigações. Além destes gastos, ainda tem que pagar R$ 540,00 por mês de compras feitas pela esposa. Como seu ordenado não cobria todas essas despesas, o funcionário teve que fazer um empréstimo mensal de R$ 200,00 até liquidar a dívida total da esposa. Qual o ordenado do funcionário?

Solução. Considere S o ordenado do funcionário. Suas despesas são:

Aluguel: $\frac{3S}{5}$; **Outras obrigações: $\frac{3}{4} \times \left(\frac{2S}{5}\right) = \frac{6S}{20} = \frac{3S}{10}$.**

Sobra do ordenado: S – $\left(\frac{3S}{5} + \frac{3S}{10}\right)$ = S – $\left(\frac{6S+3S}{10}\right)$ = S – $\frac{9S}{10}$ = $\frac{S}{10}$. Esta fração corresponde a R$ 340,00, pois ele precisa de R$ 200,00 de empréstimo para cobrir as despesas de compras da esposa.

Dessa forma, se R$ 340,00 corresponde a um décimo do ordenado, o total é (10 x 340) = R$ 3 400,00.

Salário	Aluguel	Outras despesas	Sobra	Compras	Falta (Empréstimo)
R$3.400,00	R$2.040,00	R$1.020,00	R$340,00	R$540,00	-R$200,00

12. Um pedreiro levanta um muro em 12 dias e um outro executa o mesmo serviço em 4 dias. Em quantos dias, os dois juntos, levantarão um muro idêntico?

Solução. Em um dia o 1º pedreiro executa $\frac{1}{12}$ da obra e o 2º pedreiro executa $\frac{1}{4}$ da obra.

Se os dois juntos executam a obra em T dias, juntos executam, em um dia, $\frac{1}{T}$ da obra.

Temos: $\frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{1}{T} =>$ 3T + T = 12 => 4T = 12 => T = 3 dias.

13. Uma torneira enche um tanque em 12 horas e outra em 18 horas. As duas juntas, encherão o tanque em:

a) 15 horas exatamente b) menos de 6 horas c) mais de 8 horas

d) entre 6 e 8 horas e) 6 horas exatamente

Solução. Em uma hora a 1ª torneira enche $\frac{1}{12}$ do tanque e a 2ª torneira enche $\frac{1}{18}$ do tanque.

Se as duas juntas enchem o tanque em T horas, juntas enchem, em uma hora, $\frac{1}{T}$ do tanque.

Temos: $\frac{1}{12} + \frac{1}{18} = \frac{1}{T} =>$ 3T + 2T = 36 => 5T = 36 => T = 7 h e $\frac{2}{10}$ h = 7 h 12 min.

14. Uma torneira pode encher um reservatório em 6 horas e um ralo pode esvaziá-lo em 9 horas. Estando o reservatório vazio, abre-se, simultaneamente, a torneira e o ralo. Se esse reservatório é um paralelepípedo de altura 12 m, após 3 horas, a que altura se encontra o nível d'água em seu interior?

Solução. Em 1 hora a torneira enche uma altura de (12 m ÷ 6) = 2 m.

O ralo nessa mesma hora retira água e a altura diminui (12 m ÷ 9) = $\frac{12}{9} = \frac{4}{3}$ m.

Logo entrando e saindo água a altura atinge 2 m – $\frac{4}{3}$ m = $\frac{2}{3}$ m.

Em 3 horas, portanto, a altura atingida será de 3 x $\frac{2}{3}$ m = 2 m.

15. Uma torneira enche um tanque em 12 minutos, enquanto uma segunda torneira gasta 18 minutos para encher o mesmo tanque. Com o tanque inicialmente vazio, abre-se a primeira torneira durante *x* minutos; ao fim desse tempo fecha-se essa torneira e abre-se a segunda, a qual termina de encher o tanque em *x* + 3 minutos. Calcule o tempo gasto para encher o tanque.

Solução. Considerando V o volume do tanque, temos:

i) 1º torneira enche V em 12 minutos. Logo, em 1 minuto enche $\frac{V}{12}$. Após x minutos o tanque enche $\frac{x.V}{12}$.

Quando essa torneira foi fechada faltava encher V – $\frac{x.V}{12} = \frac{12.V - x.V}{12} = \frac{V.(12-x)}{12}$.

ii) 2º torneira enche V em 18 minutos. Logo, em 1 minuto enche $\frac{V}{18}$. Em (x + 3) minutos enche $\frac{(x+3).V}{18}$.

iii) O tanque ficou cheio após a segunda torneira ser ligada. Dessa forma:

$\frac{\boldsymbol{V}.(\mathbf{12}-\boldsymbol{x})}{\mathbf{12}} = \frac{(\boldsymbol{x}+\mathbf{3}).\boldsymbol{V}}{\mathbf{18}} =>$ **3.(12 – x) = 2.(x + 3) => 36 – 3x = 2x + 6 => 5x = 30 => x = 6 minutos.**

iv) O tanque foi cheio em 6 + (6 + 3) = 6 + 9 = 15 minutos.